

ネットワーク行動学

羽藤英二

伊藤創太 伊藤篤志 篇

```
## パラメータ値の最適化
res <- optim(b0,fr, method = "BFGS", hessian = TRUE, control=list(fnscale=-1))

## パラメータ推定値、ヘッセ行列
b <- res$par
hbb <- res$hessian

##  $\epsilon$  値の計算
real <- b/sqrt(diag(solve(hbb)))

## 初期尤度
L0 <- fr(b0)
## 最終尤度
LL <- res$value

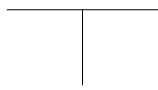
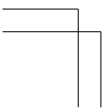
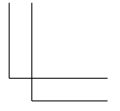
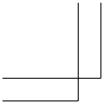
#### 結果の出力 ####
print(res)
## 初期尤度
print(L0)
## 最終尤度
print(LL)
##  $\rho^2$  値
print((L0-LL)/(L0))
## 修正済  $\rho^2$  値
print((L0-(LL-length(b)))/(L0))
## パラメータ推定値
print(b)
##  $\epsilon$  値
print(real)
```

目次

第1章	はじめに	5
第2章	調査・データ分析	9
2.1	移動空間計画の俯瞰	9
2.1.1	移動の概念	9
2.1.2	4段階推定法	10
2.2	調査の設計	15
2.2.1	調査設計の手法	15
参考文献	22
2.2.2	サンプリング理論	22
2.3	データの正規化	32
2.3.1	データ構成	32
第3章	モデリングの基礎	45
3.1	行動データマイニング	45
3.1.1	行動データの正規化	62
参考文献	105
3.1.2	行動データの分析	106
3.2	行動モデル	112
3.2.1	離散選択モデル	112

参考文献	130
3.2.2 離散・連続選択モデル	130
参考文献	145
3.2.3 推定法	146
3.2.4 関係性のモデル	158
参考文献	167
3.3 ネットワークモデル	167
3.3.1 利用者均衡配分	167
3.3.2 システム最適化配分	172
3.3.3 確率的利用者均衡配分	173
3.3.4 利用者均衡配分問題解法アルゴリズム	176
3.3.5 確率的利用者均衡配分解法アルゴリズム	177
参考文献	193
第4章 移動空間分析	195
4.1 シミュレーションモデルの構成	195
4.1.1 四段階推定法とアクティビティベース手法	195
4.1.2 全体の構成	196
4.1.3 各レベルにおけるモデルの概説	197
4.1.4 シミュレーションモデル構成例	198
4.2 活動選択のモデリング	201
4.2.1 アクティビティモデルの発展経緯	201
4.2.2 離散選択型モデル	202
4.2.3 ルールベースドモデル	207
4.2.4 ネットワーク探索型モデル	209
参考文献	211
4.2.5 選択肢集合限定のモデリング	212

参考文献	214
4.3 経路選択モデル	214
4.3.1 確定的に経路選択肢を列挙する方法	214
4.3.2 確率的に経路選択肢を列挙する方法	221
4.3.3 経路を明示しない方法	224
4.3.4 歩行者の経路探索モデル	227
参考文献	237
4.4 サンプリング理論/融合推定法	238
4.4.1 系統的バイアスを補正する推定量	239
4.4.2 複数データの融合推定法	240
4.4.3 Mixed Logit モデル	242
4.4.4 潜在クラスモデル	244
第5章 おわりに	247



第1章 はじめに

神戸の鯉川筋、渋谷のスクランブル交差点、ロンドンのトラファルガー広場、バルセロナのカタルーニャ広場で繰り広げられている様々なドラマとその流動の風景は都市の魅力そのものです。駅があり、教会があり、街がある、様々なプログラムは界限に点在し、オーケストラの練習に向かう人がいて、コンサートの後に食事の場所を探す人がいます。土地に固有の地形と歴史を背景としながらも、流動と配置の原理に則って、ネットワークの上を人々は動いています。その豊かな流動の風景こそが都市の象徴であるといっていでしょう。

人口増加時代の都市計画は、通勤需要や効率化と都市化に対応するため、いかにして便利な車というモビリティの動線を引き込むかが重視され、中心部の都市構造実現のために機能してきました。一方人口減少時代の都市計画は、高齢化や情報技術の進展により、マクロスケールでは非中心部の都市構造を前提として、界限を一つの単位としたより遅い交通に焦点をあて、ネットワークの中の土地と流動の在り方を今一度考えていく必要があることは間違いありません。

都市計画の前提となる交通パターンがマクロスケールでもミクロスケールでも大きく変化するわけですから、流動と配置の原理を都市計画や交通計画の出発点とすることは、比較的素直なアプローチのように思えます。もちろん、もっと「直感を重視した計画を」という言葉にも一理あるのは事実です。しかし現実にはスマホを片手に町の景観に目を向けることなくネットな中の人々とやりとりしながら回遊を続ける人々を前にして、ネットワークの中に存在する様々なつながりとそのダイナミズムに目をつぶり、直感だけに頼って単純な解決を迫っても問題解決は難しいでしょう。

歴史的に、観測に基づいた定量的な計画手法が都市計画や交通計画の分野を見通しのいいものにしていったことは間違いありません。1953年のDMATS、1954年のCATSと続いた都市総合交通計画における手廻し計算機を用いた四段階推定法の採用は、高度な確率的意思決定モデルへと発展し、サンフランシスコのBARTの需要予測は、実際の観測データと「確率的な」意思決定モデル（ロジットモデル）を用いて大きな成功を収めたことで、McFaddenは2000年のノーベル経済学賞を受賞しました。

こうした数理的な都市交通計画の基礎は「確率モデルとその解法」にあります。一見すると複雑な理論のように思えますが、実際に意思決定構造の枠組みに何らかの仮定をおき、実際の観測データを使って、パラメータリゼーションを行い、因果関係を明らかにすることは寧ろ素直なアプローチだといえるでしょう。こうした技術は21世紀に入って、さらに劇的な進化を遂げます。その大きな理由は、digitize革命によるデータ爆発や、パターン認識 (pattern recognition) や機械学習 (machine learning) といった理論の新展開にあります。センサー革命やネット環境の急速な普及が、現実空間の様々な諸相を急速にデジタルデータ化しており、そうしたテクノロジードリブンな環境が行動分析の下敷きとなる基礎理論の進化を急速に後押ししているのです。

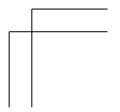
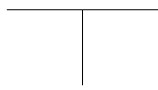
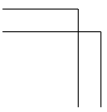
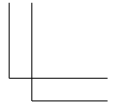
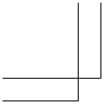
スマートフォンや情報サービスから利用可能な人々の行動記録を用いることで、様々な空間の利用形態や動線解析が可能になりつつあります。公共交通のデザインや制御、モビリティシェアリングなどの高度な交通サービスの設計、空間マーケティングといった分野まで、様々な可能性が広がっています。またこうしたデータを用いた空間設計へのフィードバックも難しくはないでしょう。かつてアンケートで訊ねたり、直感に基づいて行われてきた都市計画や都市デザイン、交通計画の方法論に大きな転機が訪れているといってもいいのではないのでしょうか。

人の行動観測における時間と空間の観測分解能はGPS携帯電話や画像処理技術、ウェブなどの技術によって飛躍的に高まりつつあります。オンラインでこうしたデータの入手が可能になるということは、高精度なデータを既存の理論に当てはめ、確率的な行動モデルの再現性向上を図ることが可能になるとともに、シェアリングなどの交通サービスの課金インセンティブのオンライン制御や空間マーケティングのようなデータオリエンテッドな方法論

への期待が高まっているといえるでしょう。

こうした背景をかんがみ、ここでは、ネットワーク行動学における既存のデータ計測手法と理論的方法論について、全6章でわかりやすくまとめることとしました。2章は行動データと調査手法として、ネットワーク行動学における行動データの概念整理を行い、データの性質とその処理方法をまとめています。次に3章では行動モデリングの基礎として、膨大な行動記録を用いたデータオリエンテッドな分析手法として行動データマイニングと、理論的な研究に裏打ちされた離散型選択モデルとネットワーク配分モデルを紹介し、4章では、ネットワーク行動解析として、移動体通信によって計測される膨大な位置データと行動記録を基礎とするデータ処理と、移動-活動モデル、ネットワーク上の行動を記述する経路選択モデルを、さらに5章では適用事例として、こうしたデータを用いた分析手法を援用した政策評価手法を紹介しています。

都市とそこで繰り返られる人々の行動のダイナミズムを考え、都市を計画し、デザインしていくためには、ネットワーク上の行動を丁寧に理解していく必要があります。本書では、そのための観測技術と基礎理論を再構築していくうえで、過去 BinN で行ってきた理論談話会の記録を盛り込み、参考文献を充実させることに配慮しました。本書を通じて、都市空間におけるデータ革命がもたらす都市計画の新展開を考えるの基礎理論を正しく学んでもらえたら嬉しいです。



第2章

調査・データ分析

2.1 移動空間計画の俯瞰

2.1.1 移動の概念

都市で生活していく上において，都市内のあらゆる活動を繋ぐ要素である移動は最も重要な活動の1つであると言える．一般的に交通分野では，移動を表す最小単位として「トリップ (trip)」という概念を用いる．トリップの例を図 2.1 に示す．

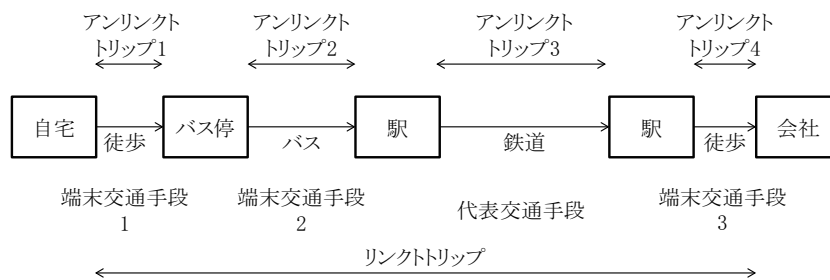


図 2.1 トリップの例

トリップは1つの移動に対して出発地，目的地（これらをトリップエンドと呼ぶ），移動目的，移動手段などの情報を含んでいる．トリップは，移動手段ごとに移動を分割したアンリンクトトリップと，1つの目的の移動を1トリップとするリンクトトリップに大別される．リンクトトリップには交通手段

が複数含まれる場合があり、主要な交通手段である代表交通手段とその他の端末交通手段に分けることができる。

トリップを集計的に取り扱い、交通量の予測を行う手法としてこれまで4段階推定法と呼ばれる手法が多く用いられている。次項では4段階推定法について取り上げ、概説すると同時にトリップベースの手法である4段階推定法の持つ問題点について整理する。

2.1.2 4段階推定法

4段階推定法はトリップを単位とした交通需要予測手法の1つで、現在も世界中で広く使用されている手法である。この手法は需要予測を、トリップの発生・集中、分布、交通機関分担、ネットワーク配分の4段階に分けて予測する手法で、これら4段階を実行する順番から、図2.2に示すように、以下の2つに大別される。

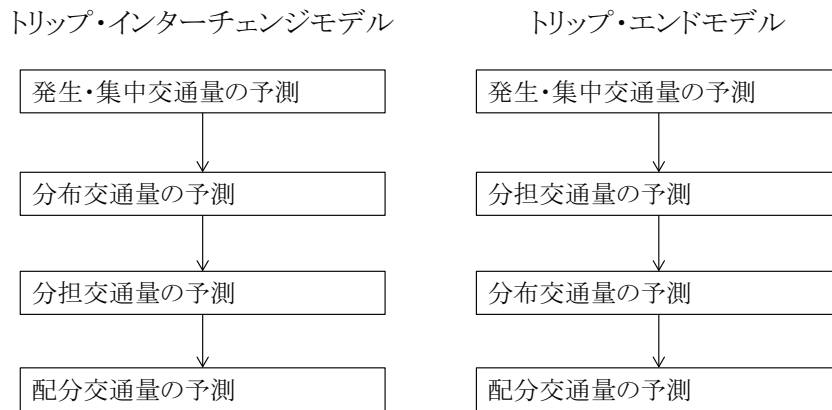


図 2.2 4段階推定法の推定フロー

トリップエンドモデル

発生・集中→分担→分布→配分の順に推定する手法。まず各ゾーンから発生するトリップ及び各ゾーンに集中するトリップの総量が推定される。次に、これらのトリップを交通手段別に振り分ける。そして

各交通手段の、発トリップの目的地あるいは着トリップの出発地が推定される。最後に、これらの交通手段及びODが推定されたトリップを経路に分割してネットワーク上のリンクの交通量が求まる。

トリップインターチェンジモデル

発生・集中→分布→分担→配分の順に推定する手法。発生・集中および配分の推定手順はトリップエンドモデルと同じであるが、分担と配分の推定順序が異なる。このモデルでは、先に各トリップのODの分布を推定し、そのODごとの機関分担を推定する。

このように、段階的な推定手法をとることで、単純なモデルの組み合わせによってネットワーク上の交通需要を予測することが可能となる。以下では、各段階の具体的な手法についてまとめる。

(a) 準備

4段階推定法を行うために、以下のような準備が必要となる。

対象地域の設定

交通需要予測を行う際には、交通計画の目的を考慮したうえで対象地域を適切に設定する必要がある。具体的には、OD、移動経路ともに全てが対象地域内にあることが理想である。一般には、計画している交通施設の利用圏域を対象地域に設定することが多い。

ゾーン・ネットワークの設定

4段階推定法では、対象地域をゾーンに分割し、これらのゾーンをODの単位とするトリップの予測を行う。ゾーンをまたがる交通は、各ゾーンのセントロイドと呼ばれる代表地点間によってのみ生じると仮定している。このため、現実の交通ネットワークの粗密に応じてゾーンの大きさを適切に設定する必要がある。またネットワークは、交通結節点や発生・集中ノードからなるノード、とノード間を結ぶリンクから構成される。この時リンクは均質な区間を表すように設定する必要があり、さらに各リンクには料金や車線数といった属性を与えることで、これらの属性を考慮した推定を行えるようにする必要がある。

社会経済指標の収集

各段階でのモデル式に入力するためのデータとして、一般に年齢・性別人口や従業人口といった社会経済指標を用いる。これらの指標は、計画を評価するうえで現在の値と将来の値をともに持たなければならず、またより現実をうまく再現することができるという「再現性」と、指標そのものにモデルにおける意味があるという「有意性」を同時に持たなければならない。

(b) 発生・集中交通量の予測

4段階推定法において、まず初めに行われるのが生成交通量の予測である。生成量の予測には一般的に交通量原単位、すなわち個人が1日に生成するトリップ数の期待値を用いることが多い。生成原単位には、調査日当日に外出した人のみ集計したネット生成原単位と、外出していなかった人を含めて集計したグロス生成原単位が存在する。

これらの生成交通量をもとに、各ゾーンにおける発生交通量および集中交通量を予測する。予測手法は主に原単位法と回帰モデル法の2つが存在する。

(c) 分布交通量の予測

分布交通量の予測とは、ゾーン r から発生し、ゾーン s に集中する交通量 t_{rs} を予測することである。これら交通量は一般的に発生地・集中地の2次元の配列でまとめて示されることが多く、この配列をOD表という。

OD表の各要素、すなわち t_{rs} を求める手法として、成長率法、重力モデル法がある。

(d) 分担交通量の予測

交通手段別の交通量を推定する手法は、ゾーン単位で分担割合を推計する集計モデルと、個人や世帯の分担割合を推計する非集計モデルに大別される。前述のトリップエンドモデルとトリップインターチェンジモデルそれぞれの場合の推定手法について概説する。

トリップエンドモデルの場合

ゾーンごとの発生・集中交通量1つ1つに対して交通手段別選択割合を推定するモデルで、各ゾーンについてアクセシビリティ指標や個人属性構成比を推計し交通手段の選択割合を求める。ゾーンの特性をより

考慮することができる反面、ゾーン間の交通手段の比較や目的地の分布を考慮できず、交通政策の変化を反映しにくいという問題点がある。

トリップインターチェンジモデルの場合

分布交通量が既に推定されているため、ODごとの交通手段分担率を推定するモデルである。交通手段別の所要時間差と選択比率の関係を表した転換率曲線が使われることが多い。更に、非集計モデルを利用することで、所要時間差だけでなく料金など他の要因も含めた一般化費用(効用)とすることが可能である。

(e) 配分交通量の予測

配分交通量予測では、ある交通手段の1つのOD交通量に対し、その交通量が交通ネットワーク上をどのように流れるかを予測する。一般的に自動車交通に対して交通量配分が行われることが多い。自動車における交通配分は、経路選択の問題に置き換えることができる。このとき、配分原則と呼ばれる、ドライバーの経路選択に関する前提条件に基づいて交通量配分を行う。なお、配分原則には、時間比原則・等時間原則・総走行時間最小化原則の3種類が存在する。

(f) 4段階推定法の課題

以上のように、4段階推定法は需要予測を4つの段階に分割し、推定を行うことで比較的単純な手法で需要の予測を可能にしている。しかし、このような手法による推定は以下に示すような問題を抱えている。

トリップ単位のモデルである

4段階推定法では1つのトリップを独立したものとして扱っている。しかし、現実的には個人のトリップにはつながりがある。例えば、会社帰りに買い物に向かう場合、買い物場所は帰宅経路の途中にあることがほとんどである。しかし、4段階推定法では帰宅トリップと買い物トリップを別々に扱っているため、このような状況を再現できない。

ゾーン単位のモデルである

4段階推定法は、対象地域をゾーンに区切り、ゾーン間の移動を推定している。このため、ゾーン内での目的地の選択といった、ミクロな

範囲での移動の記述が困難である。そのため、駅前広場の設計などミクロなスケールでの交通計画には適さない。

個々の段階のモデルが独立である

4つの段階、特に分布交通量と分担交通量を独立に推定しているため、移動主体の選択行動を正確に表せない場合がある。例えばトリップエンドモデルでは交通手段分担率の推定を分布交通量の推定より前に行っているが、現実には目的地が先に決定され、その後交通手段が決定されることが多い。4段階推定法は、このように本来独立であるべきでないモデルを独立に扱ってしまっている。

時間の概念が存在しない

4段階推定法で推定できる交通量は、1日の総交通量である。ピーク時の交通量は総交通量に係数をかけたものとして計算されるが、現実的には都心と郊外で時間ごとに混雑具合は異なるなど、地域によって時間変化の仕方が異なる。このように時間による変動が推定の概念から欠如してしまっている。

生成交通量をベースにしている

発生・集中交通量は生成交通量をベースに予測されているが、この最初の段階で生成交通量が決まってしまうため、政策の変化などによって生じる誘発交通の存在を無視してしまう。

以上のように、4段階推定法は多くの問題点をはらんでいる。それが現在まで世界のいたるところで活用されてきたのはひとえにその手法の簡易さ故である。この推定法が開発された当初は、インフラの整備によって人口の増大や急激な都市化に対応するため、トリップ単位のこうした予測手法で十分であった。しかし現在では情報処理の能力は飛躍的な進歩を遂げており、交通需要の特性をより直接的に表現する予測手法の転換が迫られているといえよう。

2.2 調査の設計

調査は交通計画にとどまらず、広域計画から地域計画、都市計画、地区計画といったあらゆる計画の立案に対して実施される。調査の内容・方法は目的に応じて変化し、適切な調査の設計と実施が求められる。四段階推定法をベースにした既存の計画・配分手法の変化に伴って調査の設計についても新しい手法が開発されてきている。本節では現在の調査設計の手法を俯瞰し、概説する。

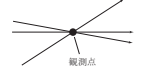

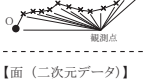

2.2.1 調査設計の手法

調査の設計は、把握したい現象や計画の目的に合わせて行われることが望ましく、これまでもさまざまな調査手法が考案されてきた。逆説的には、調査から得られるデータを分析した結果として出される指標・アウトカムに対して仮説を立て、その結果を得るための調査手法を設計するということになる。調査は複数の手法・データを組み合わせて用いることで、それらの関係性など、より複雑な問題の解明へとつなげられる。

まず、交通計画における調査手法を俯瞰すると、その内容は大きく「移動内容の調査」と「移動文脈の調査」に分けられる(図 2.3)。移動内容の調査とはさまざまな交通機関・徒歩の移動そのものを流動として把握する調査である。その際、観測の方法によって、「点(断面データ)」の調査、「線(トリップデータ)」の調査、「面(二次元データ)」の調査に大別される。「線」の調査に関してはさらに、出発地・到着地のみを観測する OD 調査と、GPS 技術を援用して移動中の軌跡を詳細に観測するプローブ調査に分類している。調査手法によって得られる移動内容データの特性や追加取得データが異なるため、計画の規模や内容に応じて採用する調査を検討する必要がある。

移動内容の調査は、調査手法に応じてデータ特性が大きく異なる。図 2.4 は、図 2.3 で挙げた移動内容調査から得られるデータの特性を分類したものである。横軸は調査期間を示しており、1 日単位から常時観測が行われる調査までがある。縦軸は移動の捉え方を表しており、定点観測で決まった場所

移動内容に関する調査

集計単位・粗	調査分類	調査例	追加で取得できるデータ
密	【点（断面のデータ）】 	検知器 VICS 大都市交通センサス 道路交通センサス 一般交通量調査 自動車OD調査	なし
	【線（トリップデータ）】 	PT（パーソントリップ）調査 ETC ICカード	個人属性（年齢／性別／住所／職業／家族構成…） 移動目的／移動手段／時刻 利用料金／購買履歴
	【面（二次元データ）】 	オートGPS PP（プロローパーソン）調査 Bcals	個人属性／移動目的／移動手段／時刻 加速度／気圧／歩数／運動負荷…
	【面（二次元データ）】 	ビデオ調査	なし (同行者／性別／年齢などを観測者が判断)

移動文脈に関する調査

調査分類	調査例	把握できる内容
アンケート調査 (紙/Web)	SP調査(実験計画法) 潜在意識調査 施設・空間利用実態調査 イメージ・マップ	意向・選好 現状に対する意識・機会 LOS(移動要因), 同行者, 習慣 空間認知
ヒアリング調査	オーラル・ヒストリー調査	個人史・感情・

図 2.3 移動データの分類と事例

の交通量や交通状態などのデータから、移動体に着目してその動きを把握したデータまでがある。

一方、移動文脈の調査は、移動の内容に対してその心理的・物理的要因を把握する調査である。調査の手法に応じて「アンケート調査」と「ヒアリング調査」に大別される(図 2.3)。従来、アンケート調査は紙ベースで行われてきたが近年ではインターネットの普及により Web 上でのアンケート調査も盛んに行われるようになってきている。こうした調査からは移動の要因に加えて計画に対する意向、参加機会や意識、感情など、手法に応じて細かい

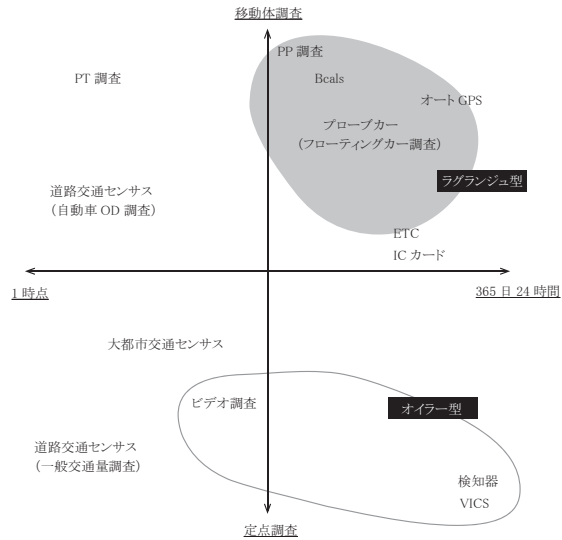


図 2.4 移動内容データの時空間特性

観測を可能とする。

(a) 移動内容の調査

移動内容に関する調査の各手法について説明を行なう。

車両検知器

車両検知器を車線上に設置することで、車両が車線上を通行した時刻を記録することができる。交通量や車頭間隔などを把握することができ、高速道路の混雑の把握や予測に用いられる。毎日・毎時刻の交通データが蓄積されるため、時刻・日・週での変動といった交通状態変化の分析が可能である。

VICS

「VICS」とは Vehicle Information and Communication System の略称であり、日本道路交通情報センター（道路上に設置された車両感知器・検知器）から送られる渋滞や交通管制などの道路交通情報を編集し、カーナビゲーション

ンなどの車載機にリアルタイムに送信するシステムである。VICS 情報があるリンクでは5分毎の道路交通状況が365日24時間データ化され続ける。

大都市交通センサス

大都市交通センサスは首都圏、中京圏、近畿圏の三大都市圏を対象として大量公共交通機関の利用実態を把握する調査であり、5年ごとに1回行われる。内容は大きく、「鉄道調査」と「バス・路面電車調査」に分類され、それぞれに「定期券・普通券等利用者調査」、「OD調査」、「輸送サービス実態調査」、そして両者の「乗り換え施設実態調査」が行われる。

道路交通センサス

道路交通センサスは全国を対象として自動車の動きを把握する調査であり、5年ごとに1回行われる。内容は大きく、アンケートによって自動車の1日の動きを把握する「自動車OD調査」と、道路現況調査・交通量調査・旅行速度調査からなる「一般交通量調査」に分類される。最近の調査ではこれらに加えて駐車場の実態を調べる「駐車調査」、道路の機能を把握する「機能調査」も実施されている。

PT（パーソントリップ）調査

PT調査は、交通量よりも交通行動そのものの調査の必要性が検討されるようになった第2次世界大戦後の米国で生まれ、1960年代後半に日本でも適用され始めた、マクロな人の「行動」に着目した代表的な調査手法である。PT調査は特定の都市・地域を対象に行われ、無作為に抽出された世帯の1日の行動についてその内容、手段、目的などをアンケートによって尋ねることで、世帯構成員によって生成されるすべてのトリップについて正確な情報を得ることを目的としている。世帯構成員は5歳以上を対象とし、「典型的な1日」を調査日として行われてきた。集計単位として、対象地域を複数の段階的なゾーンに分割することで、ゾーン間のOD表を得ることができる。

PT調査の問題点としては、まずトリップ報告の精度が挙げられる。紙媒体で行われるアンケート調査のため、短いトリップや業務トリップなどの抜け落ちや、時刻が丸められることによって分析にバイアスがかかる。さらに近年、施設の拡充によって需要を捌いていた時代が終焉を迎え、1km×1km程度を基本とするゾーン単位の集計的な分析では評価できないほど地区計画の方法が多様化している。そうした多様な施策が交通行動に及ぼす影響を検

証することは重要な課題である。その際、1日単位の行動結果からは得られない日・週・季節変動の情報や、詳細なLOSデータの作成が重要になってきており、こうしたデータの取得は既存のPT調査では難しい。また、ゾーンを基礎集計単位とする調査手法では、年々注目が高まっている歩行者の行動を捉えることは難しく、新たな調査手法との組み合わせが必要とされている。

ETC

ETC(Electronic Toll Collection System)は高度交通道路システムの一つである。有料道路を利用する際に料金所で停止することなく通過できるノンストップ自動料金収受システムである。交通調査のためのシステムではないが、その利用記録からETC対応車両がいつ、どの料金所を通過したかを把握することができる。利用者の大半の毎日・毎時刻の交通データが蓄積されるため、時刻・日・週での変動といった交通状態変化の分析が可能である。

ICカード

ICカード(Integrated circuit card)は、カード内に半導体メモリを組み込むことにより、情報の記録や演算ができるカードである。近年、日本の鉄道会社は非接触型のICカード(Suica, PASMOなど)を導入している。改札通過時にICカードにチャージした金額から運賃を引くというシステムとなっている。交通調査のためのシステムではないが、その利用記録からICカード利用者がいつ、どの改札を通過したかを把握することができる。利用者の大半の毎日・毎時刻の交通データが蓄積されるため、時刻・日・週での変動の交通状態変化の分析が可能である。

PP(プローブパーソン)調査

プローブパーソン調査(以下、PP調査とする)は、被験者に携帯型端末を携帯してもらうか車両に各種センサを搭載して行われる。取得データはGPSデータが一般的であるが、携帯型端末やセンサーの発達・低価格化により、近年では加速度や気圧などのデータも同時に所得されるようになってきた。また、PP調査では自動的に取得されるデータに加えて利用した交通手段や移動目的、目的地・出発地などを尋ねるWebダイアリー調査も同時に行われ、個人属性や行動の決定要因の観測が可能である。取得したデータの選別や各データの取得間隔・調査形式は、調査の方針によって最適なものが選択される。

PP 調査の大きな特徴はまず、詳細な位置情報が膨大なデータ（1?10 秒間隔）として取得できることにある。これによって経路レベルでの個人の移動軌跡が得られ、従来の調査では得られなかったゾーン内のマイクロな行動が把握できる。位置情報に加えて観測日時も自動的に記録されるため、報告式の調査手法で問題となっていた時刻の丸めといった問題も解消でき、より正確な解析を可能とする。さらに、同一個人について複数日に渡り調査を行なうことで、個人の行動の周期や曜日・季節による変動、繰り返しによる学習効果などを観測することができる。1 日の行動調査からは現れない施策の影響、長期的効果などを考慮するうえでも非常に重要な特性であるといえよう。

また、前述したように近年では技術の進展によって加速度や気圧データ、歩数や運動負荷といった新しいデータも取得することが可能になった。移動中の加速度によって従来個別に尋ねた移動手段を自動で判別することや、歩数・運動負荷といった情報を用いて個人の活動量を分析することも可能になる。

PP 調査は一般的に特定の個人に対して 2 週間?1 ヶ月に渡って調査が行われる一方で、被験者を数百人規模で集めることは難しく、母集団の代表性という面では PT 調査に劣る。また、スマートフォンなどの携帯機器を用いているため操作の難しさや、操作のし忘れなどによって情報の漏れが発生する。特に高齢者には機器の操作が難しいことが大きな課題である。近年では地下鉄内でも電波の届く路線が登場するなど、時代を経るにつれて調査環境は良化しているものの、まだ GPS の位置情報には場所によって大きなずれが生じるといった問題点がある。

Bcals

Bcals は GPS センサ・3 軸加速度センサ・気圧センサ・通信モジュールを搭載したプローブパーソン専用端末である。加速度データは 32Hz または 16Hz で測定可能である。PP 端末に比べて、加速度データを把握できる点が特徴的である。加速データを用いることで、被験者が交通手段を入力することなく、交通機関の高精度での自動判別が可能となる。また、GPS 観測では観測精度が落ちる建物内やアーケード内の移動を観測することが可能である。他にも、単純な GPS 移動軌跡からだけでは把握できない移動状態（道路状態や歩行者の疲労）といったことも把握可能となる。近年、スマートフォンにも加速度センサや搭載されており、被験者のスマートフォンに Bcals アプリを

インストールすることで Bcals 調査や PP 調査をすることが可能である。

ビデオ調査

ビデオ調査は、特定の空間において、その構築環境や人と人との相互作用の影響を捉えることを目的とし、ミクロな人の行動を詳細に観測する調査手法である。交通行動分析では主に「トリップ」という単位で個人の行動が捉えられてきたが、空間改変による歩行者の微視的な行動の変化や駅・交差点での群衆行動、自動車の車線変更といった瞬間的な行動の変化を考えれば、重要な調査手法であるといえよう。

ビデオ調査は個人の瞬間的な判断によって起こる行動変化を捉えるという点で、他の行動調査にはない優れた特徴を持つ一方で、視覚的観測に依るため個人属性や移動目的等の情報が得られない点や、観測がビデオで撮影可能な範囲に限られる点、そしてそのデータ化に膨大な作業が必要となる点に課題が残されている。

(b) 移動文脈の調査

移動文脈に関する調査の各手法について説明を行なう。

アンケート調査

アンケート調査の大きな特徴は、観測者が直接得ることのできない、個人属性や心理的要因、他者との関係性などの情報を得ることのできる点にある。仮想の状況下での選好意思表示を尋ねる SP (Stated Preference) 調査は、実施の可能性がある施策に対して、その導入効果を予測できる点に大きな特徴がある。SP データを使用した分析については交通行動分析においても多くの研究がなされてきている。なお、SP データに対して、実際の状況における選択行動を観測したデータを RP (Revealed Preference) データと呼ぶ。また、近年では個人の行動を決定する重要な要因として同行者や近所付き合いといった準拠集団が挙げられるようになってきており、アンケート調査によって個人の SN (Social Networks) を特定することは重要な調査であるといえよう。特殊な技術・機器を要することなく、また対象者の選好や認識などの直接観測できないところまでデータを得られるという点で重要性が高い調査である。一方で、設問の質が調査の善し悪しに関わってくるためその内

容・尋ね方には十分な注意が必要であること、また調査に手間や時間を要する点が難しさとして挙げられる。調査の方法としては、従来は紙媒体が一般的であったが、近年ではインターネットを用いたウェブアンケートが普及してきている。調査員と直接話をしながら記入することのできる紙媒体の方が回答精度が高いことも考えられる一方で、ウェブ上で行われる調査は同時に手早く回答・回収することが可能である。

インタビュー調査

インタビュー調査は、特定の個人との会話、質疑を通じてアンケートで設問として想定できない個人の心理的要因、行動の決定要因など詳細な情報を得ることができる。尋ね方によっては、1日の行動について詳しく把握することや、ある1つの行動に対してその時何を見て、何を考えていたかといった情報を得ることも可能である。また、長期間のことについて尋ねればライフヒストリーといった個人の歴史についてデータを得ることもできる。

参考文献

- [1] 北村隆一, 森川高行, 佐々木邦明, 藤井聡, 山本俊行: 交通行動の分析とモデリング, 技報堂出版, 2002.
- [2] 王立暁, 姜美蘭, 山本俊行, 森川高行: プローブカーデータと VICS データの融合による旅行時間推定に関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 23, pp. 1011-1018, 2006.

2.2.2 サンプル理論

(a) サンプル数の決定方法

ある母集団に関する調査において対象となる全てについて調べる調査を全数調査、母集団の中から一部だけを抽出して調べる調査を標本調査と呼ぶ。大規模な交通調査では、都市圏に住む人口や交通サービスの利用者は多く、母集団の中から被験者を抽出して調査が行われる。標本調査では集計や推定を行う場合、標本誤差が含まれる。

大数の法則によると、母集団から無作為抽出された標本数を多くしていくと、真の平均へと近づく。期待値 μ となる確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が独立であるとき、その算術平均 $[X_n]$ は以下のように表される。

$$[X_n] = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (2.1)$$

このとき、 n が十分大きいとき、標本の平均は真の平均へと近づく。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [X_n] = \mu \quad (2.2)$$

また、中心極限定理により、標本数が十分大きいとき標本の分布は正規分布に近づく。確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が期待値 μ 、分散 σ^2 に従うとき、確率変数列の和を $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ とすると、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq \alpha\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (2.3)$$

となる。以上より、 n が十分大きいとき、標本平均 $[X_n]$ と真の平均との誤差 $[X_n] - \mu$ は、正規分布 $N(0, \frac{\sigma}{n})$ に従う。

以上を踏まえて、交通調査における標本数の決定方法を考える。標本があるカテゴリー（利用した交通機関など）に属する確率を p とおくと、カテゴリーの構成比率を精度 Δp で求めるとする。求めたい標本数を n とすると、標本の平均値の分散 σ^2 は以下のように表される。

$$\sigma^2 = \frac{(N-n)p(1-p)}{(N-1)n} \quad (2.4)$$

このとき、信頼区間を 95% とすると、標準正規分布の信頼区間 95% に対応する誤差は 1.96 となる。このとき、必要となる標本数 n は以下の等式と解くことによって決定することができる。

$$\frac{\Delta p}{p} = 1.96 \sqrt{\frac{(N-n)p(1-p)}{(N-1)n}} \quad (2.5)$$

N が十分大きいとき、 $\frac{N-n}{N-1} = 1$ と近似することができる。

PT 調査では、トリップはゾーン、目的、手段ごとに集計が行われる。国土交通省 (2007) では、都市圏 PT 調査における抽出率の決定方法を以下の関係式から定めるものとしている。

$$\frac{\Delta p}{p} = K \sqrt{\frac{(ZK - 1)(1 - r)}{rN}} \quad (2.6)$$

ただし、 K は信頼係数、 ZK はカテゴリー数、 r は標本率である。全国統一の値として、 $K = 1.96$ (信頼区間 95%)、相対誤差 $\frac{\Delta p}{p} = 0.2$ としている。カテゴリー数 ZK は基本ゾーン数 \times 目的分類数 \times 手段分類数である。

北海道 (2003) によると、旭川都市圏における平成 14 年度旭川圏街路交通情勢調査では、以下のように信頼係数、母集団、カテゴリー数、相対誤差が設定され、抽出率が設定された。

信頼係数：95% ($K = 1.96$) で設定。

母集団総数：(1 人あたり平均トリップ数) \times (5 歳以上人口)
 $= 2.83[\text{トリップ/人} \cdot \text{日}] \times 383,584[\text{人}] = 1,085,543[\text{トリップ/日}]$

カテゴリー数：4 目的 (通勤通学/業務/私用/帰宅)、4 手段 (徒歩二輪/自動車/バス/鉄道)、52 ゾーンで設定。

$4 \times 4 \times 52 = 832[\text{カテゴリー}]$

相対誤差：20% として設定。

上記の数値を関係式に代入すると、 $r = 0.0684$ が得られ、6.8% 以上の抽出率を確保することで調査結果の精度が保証される。なお、実際の調査における抽出結果は、世帯数ベースで抽出率 10.2% であった。

(b) 標本抽出方法

交通調査では、調査の目的に応じて適切な標本抽出方法を用いる。それぞれの抽出方法を整理する。なお、調査における標本抽出理論全般については、浅井 (1992) が詳しい。ここでは、抽出方法を大きく分けて外生標本抽出と、内生標本抽出に分けて扱う。

単純無作為抽出法

単純無作為抽出法 (simple random sampling) は、ある母集団から標本として選ばれる確率を、全ての個体について等しく持つようにして抽出する方法である。個体はランダムに抽出され、特定の個体が他の個体よりも選ばれる確率が高かったり、低かったりすることはないようにする。

標本の抽出には 0~9 の数字が無作為に並んだ乱数表が用いられる。乱数表は日本工業規格 (JIS) の「乱数表」(JIS Z 9031) が多く用いられる。乱数を用いた方法では、個体全てに順番に番号を振り、それらに対して乱数表から個体番号をカバーできるだけの桁数だけの番号を選んで、その番号を標本として引いていく。

近年は、コンピュータの Excel をはじめとしたソフトウェアや、各種プログラム言語において擬似乱数の発生が可能である。コンピュータによる擬似乱数を用いることで容易に無作為抽出が可能となっている。

パーソントリップ調査は単純無作為抽出法により調査対象者を決定する調査であり、平成 20 年に行われた第 5 回東京都市圏パーソントリップ調査では東京都市圏に居住する約 1600 万世帯のうち、各市区町村の住民基本台帳より約 140 万世帯が抽出され、郵送にて調査が行われた。無作為抽出では、標本サイズが十分に大きく、抽出のバイアスがなければ、大数の法則により代表性が保証され、全体の一部を調べるだけで母集団の情報がかみることができる。しかしながら、発生頻度の少ない非日常的な交通行動や、利用者の少ない交通手段を利用する行動の標本を十分に得るためには、大量のデータを取得しなければならず、効率が悪くなる。パーソントリップ調査においても、ゾーン間の OD 表を作成するためには、ゾーンを細かく取れば取るほど標本数は多くする必要がある。なお、パーソントリップ調査における実際の抽出率の例を挙げると、平成 20 年東京都市圏パーソントリップ調査では約 2.6%、平成 19 年の松山都市圏のパーソントリップ調査では約 4.7%となっている。

系統抽出法 (等間隔抽出法)

系統抽出法 (systematic sampling) は、母集団内の個体に割り振られた番号を、抽出率に応じた一定の間隔で選んでいく方法である。等間隔抽出法とも呼ばれる。系統抽出法では、抽出率の逆数を抽出間隔として、最初の番号

を乱数で選んだ後は、抽出間隔ごとに標本を抽出する。

系統抽出法は作業が単純であり、また抽出率を決定すればはじめから標本数を決定しなくても良い。一方で、標本に何らかの周期性が含まれる場合は、標本誤差が生じる可能性がある。

パーソントリップ調査においても、東京都市圏パーソントリップ調査や京阪神都市圏パーソントリップ調査などでは、実際の標本決定段階では系統抽出法がとられており、住民基本台帳と外国人登録原票からの系統抽出法により標本が抽出されている。

層別抽出法

層別抽出法 (stratified sampling) は、母集団を個人属性や社会経済属性などにより外生的に相互に排他的なグループに分けた上で、各グループごとに無作為に標本を抽出する方法である。層化抽出法とも呼ばれる。調査の対象となる対象となる行動とは関連しないことが、外生標本抽出となるためには必要である。層別抽出では、少数グループや分散の大きいグループについて重点的に抽出を行うことで、推定の正確さを高めることができる。一方で、グループについての母集団内での比率などの正確な情報がなければ、偏りが生じる。

内生標本抽出法

内生標本抽出法は、層別に標本を抽出するときに、標本として選ばれる確率が対象とする行動と何らかの相関を持つような形で抽出がなされる方法である。内生標本抽出法を用いて抽出された標本の分析や拡大においては、歪みを修正する重み付けが必要となる。重み付けの方法を推定するモデルの中で考慮する手法は4章にて解説する。ここでは、代表的な2つの内生標本抽出法を挙げる。

選択肢別抽出法

選択肢別抽出法 (choice-based sampling) は層別抽出の一種であるが、分析対象とする選択構造において、それぞれの実際の選択結果に応じて標本抽出を行う方法である。交通調査においては、交通手段選択において鉄道利用

者のデータを駅や列車内で取得して自動車利用者のデータを駐車場で取得する方法や、目的地選択において各商業施設ごとに調査を行う方法が選択肢別抽出法にあたる。選択肢別抽出法が層別抽出法と異なる点は、層別抽出法ではグループが外生的に与えられていたのに対して、選択肢別抽出法では選択結果という形で内生的にグループが決定されていることである。選択結果という内生的な変数による分類を行う場合、選んだ標本と選ばれなかった標本の特性の差に起因する系統的な誤差による選択性バイアスが生じることが問題となる。

加重層別抽出法

加重層別抽出法 (enriched sampling) は、無作為抽出による標本に、選択肢別抽出による標本を足し合わせる方法である。交通行動調査では、発生頻度の少ない行動の標本を確保するために用いられ、観光行動や低密度地域での公共交通機関利用などで用いることで効率的な調査となる。(森地・屋井, 1984) 加重層別抽出法も内生標本抽出による方法である。

(c) 実験計画法

水準の数と値の設定

ここでは、調査の設計理論として、SP 調査における選好意識調査で使用する水準について取り上げる。SP 調査では、現実の行動結果を回答する RP 調査と異なり、選択肢を任意に調査者が設定できることから操作性が高い。水準の決定方法については、藤原 (1993) に詳しい。

藤原 (1993) は、水準の値の決定においては、回答者にとって現実的な値とすることと、水準値が回答者の意思決定の基準となる境界値を含むような範囲とすることを挙げている。基準値の設定では、RP データの値を用いることが一般的である。

水準の数については、属性間のトレードオフを保つためには 2 つ以上の値が必要であり、属性の非線形な影響を仮定する場合には 3 つ以上の値が必要である。例としてある地区内交通サービスについて、料金・アクセス時間・1 日の運行頻度の 3 つの属性についてそれぞれ 2 水準 (400 円/600 円)・(5 分/10 分)・(30 分/60 分) を設定した場合について表 2.5 に示す。

表 2.1 2水準3属性の水準設定例

代替案	料金	アクセス時間	1日の運行頻度
1	400円	5分	30分
2	400円	5分	60分
3	400円	10分	30分
4	400円	10分	60分
5	600円	5分	30分
6	600円	5分	60分
7	600円	10分	30分
8	600円	10分	60分

表 2.2 直交表 L4

実験番号	因子		
	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

完全要因配置計画と一部要因配置計画

表 2.5 のように、考えられる組み合わせを全て挙げる実験計画を完全要因配置計画と呼ぶ。完全要因配置計画では、代替案数は水準数のべき乗となり、水準や要因が増えると代替案の数は膨大になる。

そこで、一般的に用いられる方法が一部要因配置計画である。一部要因配置計画では、実験計画法の直交表を用いて、代替案数を削減する方法である。

直交表は、任意の 2 因子について、同じ水準の全ての組み合わせが同数回ずつ表れる性質を持つ、水準の割り付け表である。直交表では、水準間の交互作用がないことを仮定すれば、個々の属性の作用を全て考慮することができる。例として直交表 L4 を表 2.3 に示す。直交表 L4 では全ての 2 因子の組み合わせにおいて、(1,1)、(1,2)、(2,1)、(2,2) の組み合わせが 1 回ずつ表れている。

SP 調査の代替案設定においても、直交表による一部要因配置計画を用いることで代替案を減らすことができる。表 2.5 の例に対して、直交表 L4 を用いて代替案を作成した例を表 2.3 に示す。2 水準 3 因子では、L4 の直交表を用いれば良い。

直交表は、2 水準の場合、3 要因までであれば L4、7 要因までであれば L8

表 2.3 直交表 L4 を利用した一部要因配置計画例

代替案	料金	アクセス時間	1日の運行頻度
1	400 円	5 分	30 分
2	400 円	10 分	60 分
3	600 円	5 分	60 分
4	600 円	10 分	30 分

を適用できる。3水準の場合は4要因までであればL9、13要因までであればL27の適用が可能である。

代替案の削除

上記の方法で用意した代替案は全ての組み合わせを考慮しているため、非現実的な組み合わせ生成される可能性がある。栗山(2000)はSP調査において、非現実的なプロファイルの削除が必要と指摘している。例えば、所要時間が大きく増加しているにもかかわらず料金が安くなるような代替案は、通常は考えられず、回答者にとっても受け入れにくい代替案となる可能性がある。一方で、あまり多くの代替案の削除を行うと、代替案間の水準の直交性が崩れる可能性もあり、注意が必要である。

(d) データ同化

観測データとシミュレーションモデル

交通に関するデータでは、速度や密度など時系列で取得されているデータが多く、プローブデータの移動軌跡や加速度等のデータもその一つである。交通流に関するモデルはこれらの観測データを用いてシミュレーションモデルとして適用することができる。

近年、大容量のデータが観測される中で、観測データとシミュレーションモデルを統合する方法として注目されている手法がデータ同化であり、プローブデータ、車両検知器などのデータが取得されつつあるなかで交通分野での適用例もみられるようになってきている。

データ同化は理論に基づいたシミュレーションモデルのパラメータを観測データを用いて適切に構成する方法であり、気象学や海洋学で発展した手法である。(中村ら, 2005)ここでは、データ同化手法の代表例である一般状態空間モデルを用いて、サンプリングされたデータとシミュレーションモデルの融合方法を説明する。

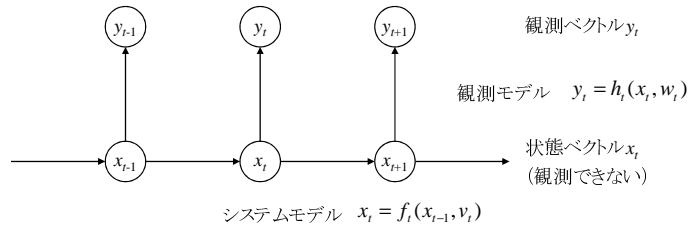


図 2.5 一般状態空間モデルの概念図

一般状態空間モデル

一般状態空間モデルでは、状態は時刻 t において定義される値を並べたベクトル x_t で表す。

$$x_t = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_M \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

ここで、 ξ_t は時刻 t での物理量を示す状態変数を表し、状態変数の次元は M で表す。このとき、実際の事象では時刻 t における真の状態は x_t となるが、観測データは観測ノイズを含むため、真の状態は観測できない。観測ノイズには、観測機器の特性に起因する測定誤差のほか、シミュレーションモデルの不備分が全て含まれる。一般状態空間モデルの全体の概念図を図 2.5 に表す。時刻 t での観測値のベクトルを y_t とすると、システムを表す状態ベクトル x と観測を表す観測ベクトル y の関係は以下ようになる。

$$x_t = f_t(x_{t-1}, v_t) \quad (2.8)$$

$$y_t = h_t(x_t, w_t) \quad (2.9)$$

ここで、 v_t および w_t はシステムノイズ、観測ノイズを表す。また、式 2.8 はシステムモデル、式 2.9 は観測モデルと呼ばれる。

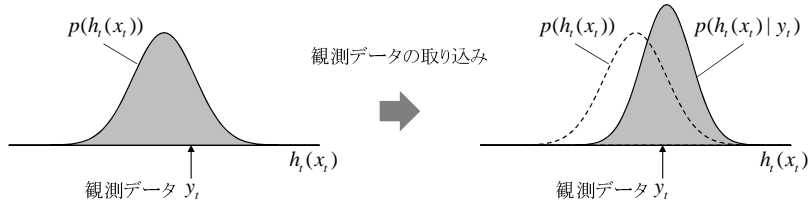


図 2.6 システムモデルへの観測データの取り込み

シミュレーションモデルを観測データとの比較によって更新する概念図を図 2.6 に示す。システムモデルによる観測データの予測値 $h_t(x_t)$ はシステムノイズが存在するため確率分布として表される。ここで観測データ y_t が得られたとき、観測データを用いて確率分布 $p(h_t(x_t))$ を改善することで、シミュレーションモデルがより現実のデータに近い、予測精度の高いモデルとすることができる。

交通分野での適用事例

交通分野においても、時系列データとシミュレーションモデルを用いて、観測や推定の精度を高める研究例が見られる。福田 (2012) は交通状態の推定に関する近年の研究動向をまとめている。Sau et al. (2007) は携帯電話の位置情報を用いて、旅行時間の予測を行っている。また、Cheng (2006) も時系列の検知器データからパーティクルフィルタの手法を用いて渋滞流の再現を行っている。中村ら (2013) は PT データから生成した人の流れのデータに対して、駅や道路リンク交通量観測値を用いてパーティクルフィルタによる補正を行っている。

交通量変動の予測に関しても、佐々木ら (2012) によりカルマンフィルタ等のベイズ型の統計モデルを用いてモデルの更新・蓄積を行う事例が報告されている。また、マイクロシミュレーションと観測データを組み合わせた例としては、大藤ら (2006) による阪神高速・首都高速などでリアルタイムデータを用いたシミュレーションの実証例がみられる。

2.3 データの正規化

2.3.1 データ構成

土木計画・交通計画の変化にともない、データ収集方法や調査項目も変化している。交通行動分析では、適切なデータを用いるべきであり、データの特性を理解する必要がある。また、複数のデータを融合する場合にも、共通項目やそれぞれの個別項目を把握しなければならない。ここでは、パーソントリップ (PT) 調査とプローブパーソン (PP) 調査を中心に、データの観測と処理におけるスケールを整理する。

(a) PT 調査の調査項目

従来の交通需要予測で用いられている四段階推定法については、PT 調査により必要となるデータが取得されてきた。表に、平成 20 年度に行われた第 5 回東京都市圏パーソントリップ調査の調査項目を表 3.3 に整理する。

PT 調査では、自宅、勤務先、トリップ発着地、乗換地点などは PT ゾーンと呼ばれるゾーン単位で集計されている。PT ゾーンは都道府県-大ゾーン-中ゾーン-計画基本ゾーン-小ゾーンと階層的区分に分かれており、ゾーン単位で OD 表を作成することが可能となる。最も細かい小ゾーン単位の場合、東京 23 区の範囲は 265 のゾーンに分けられている。

位置情報がゾーン単位と粗くなっているため、トリップ発着地に関する情報や乗換地点に関する情報は、離散項目選択による回答や駅・インターチェンジ単位のデータにより補完されている。

PT 調査では、これらの調査項目にアンケート形式で回答し、また 1 日の行動を事後的に思い起こして回答するものであるため、被験者の負担が大きく完全な情報を得られにくい。また旅行時刻や出発/到着時刻についても分単位でのデータになっているものの、毎正時や 30 分などで丸められる傾向がある。

表 2.4 第 5 回東京都市圏パーソントリップ調査主な調査項目

調査項目	集計単位	備考
【個人・世帯属性】(紙ベースの調査用紙に記入)		
世帯人数	人数	5 歳未満、5 歳以上で分類
現住所	PT ゾーン	
自動車車両	有無/車種別台数	車種 4 分類
二輪車両	有無/車種別台数	車種 3 分類
性別	男/女	
年齢	5 歳階級	
職業	16 分類	
就業形態	5 分類	
勤務先・通学先	PT ゾーン	
保有免許	4 分類	
自由に使える自動車	3 分類	
【トリップ属性】(紙ベースの調査用紙に記入)		
出発/到着地	PT ゾーン	
出発/到着施設	13 分類	
出発/到着時刻	分単位	
移動目的	14 分類	
交通手段	15 分類	
乗換地点	駅・停留所	PT ゾーン単位でも集計
自動車運転	有無	
自動車所属	4 分類	
自動車乗車人員	人数	
駐輪場所	4 分類	
駐車場所	11 分類	
有料道路乗降 IC	インターチェンジ	PT ゾーン単位でも集計

(b) PP 調査の調査項目

GPS とインターネットを利用した PP 調査では、移動軌跡、機器の速度、加速度等の状態は機器において記録されたのち、通信ネットワークを利用してセンターサーバにデータが送信されて蓄積される。プローブパーソン調査では記録データは、機器そのものにより記録される移動軌跡や加速度データ、交通行動時に被験者が web アプリで記録するトリップデータ、被験者に別途調査を行う個人・世帯属性データにわけることができる。これらの取得データは調査目的により柔軟に変更することが可能である。

PP 調査では調査項目が多岐にわたる場合、詳細な位置や加速度のデータが多く取り扱いが難しくなる。調査実施者は大量のデータを取り扱うためには、データベースを構築する必要がある。調査前にデータの仕様を調査項目に応じて設定し、必要なデータベースを設計する。調査項目間は、トリップデータとユーザデータなど、参照関係にある項目も存在するため、属性間の関係を ER 図に書いて整理することで、データ構造を把握しやすくなる。松山市で 2005 年に行われた PP 調査データの ER 図を図 2.7 に示す。例では、調査で取得する書くデータの変数名と変数型、また参照関係が整理されている。施設名や移動目的などの離散的に選択するデータについては、選択肢にコードが割り振って管理を行う。

PP 調査の大きな特徴は、位置と時刻に関する解像度が非常に高い点である。PT 調査では位置情報は原則としてゾーン単位での集計であったが、PP 調査では緯度経度情報での点データとして取得することが可能である。また、位置や時刻は自動的に機器により計測されるため正確である。

GPS や加速度の取得間隔は短い間隔で行うほど精度が高まり、多様な分析に用いることができるが、一方で通信料が大きくなる問題や、機器の電源消耗が早くなる問題が存在する。また、これらのデータを機器やサーバでの集計により、合成加速度や歩数、運動強度、速度や DRM データとのマッチング結果等を出力することも可能である。

Web アプリを用いた PP 調査では、交通手段は移動軌跡データ及び加速度データのみから識別することが可能となりつつある。個人・世帯属性と移動データの属性から全てのデータが得られれば被験者の負担は軽減でき、特に

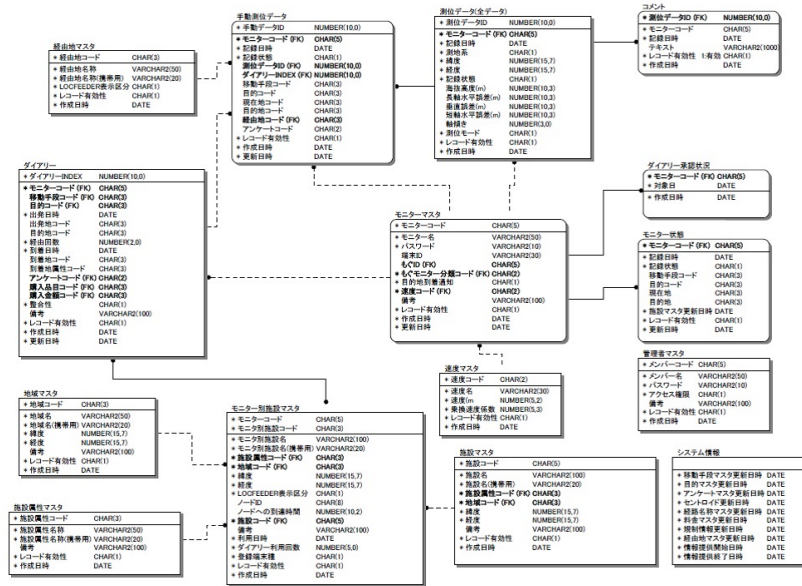


図 2.7 PP 調査データ ER 図の例

表 2.5 2012 年周南市ブロープパーソン調査主な調査項目

調査項目	集計単位	備考
【個人・世帯属性】(紙ベースの調査用紙に記入)		
世帯人員	人数・間柄・年齢	
現住所	町丁目単位	個人情報の保護に留意
自動車免許有無	有無	
自動車車両	有無	
二輪車両	有無	
性別	男/女	
年齢	1 歳単位	
職業	自由記述	
勤務先・通学先	町丁目単位	個人情報の保護に留意
【トリップ属性】(web ダイアリーにより入力)		
出発/到着地	緯度経度	
出発/到着時刻	秒単位	
移動目的	9 分類	
交通手段	12 分類	
乗換地点	緯度経度	
【移動データ属性】(スマートフォン機器により自動計測)		
GPS 位置座標	緯度経度、高度、1 秒間隔	移動中でない場合 300 秒間隔
GPS 測位誤差	メートル	
3 軸加速度	最大 100Hz (1/100 秒間隔)	交通手段により周期レベルに差

被験者が高齢者の場合などに有効であることが期待される。

(c) データ観測とモデリングスケールの関係性

データの精度に応じて、記述可能なスケールも変わってくる。交通行動調査において観測精度が高まっていくことに応じて、より微視的な表現が可能となってきた。データの種類とモデリングの関係と可能性を整理する。

1) ゾーンレベルでの交通行動分析

PT 調査を基礎とした四段階推定法のためのデータの観測と集計が相当する。PT 調査は 1950 年代にアメリカ・デトロイトでの DMATS (Detroit Metropolitan Area Traffic Study) で初めての一括的な大規模な調査が行われた。国内では 1967 年に広島都市圏で行われた PT 調査を端緒とする。それ以降国内の各都市圏で紙の調査票を用いた PT 調査が行われてきた。PT 調査では調査票は個人や世帯ごとに配布されて回答・回収が行われ、調査により調査項目の差はあるがトリップに関する情報を記入することとなってきた。

PT 調査で用いられる集計スケールは、空間的にはゾーン単位であり、時間的には時間帯単位が用いられる。PT 調査で設計するスケールは OD 表の作成を念頭に置いた設定であるといえる。OD 表では、各ゾーン間での交通量が交通手段別に集計される。時刻については、調査票では分単位での回答が行われているが、OD 表の作成では多くの場合 1 日単位または 1 時間単位で集計される。OD 表での実際の交通量の算出では、調査対象空間を区切ったゾーンに関して個人属性別の人口を国勢調査から求めることで、ある観測データがゾーン内の何人分のデータを代表しているかを表す拡大係数を計算し、得られたデータは拡大される。1 日または 1 時間の時間帯別の OD 交通量は、ネットワーク上で配分計算を行うことで、道路や鉄道の各路線の交通需要の予測が行われる。

図 2.8 に PT 調査で得られるデータ例とその集計の概念図を示す。PT 調査では、トリップは手段・出発ゾーン・出発時刻・到着ゾーン・到着時刻などが項目として得られる。得られたデータは他のデータと合わせて集計・拡大され、交通手段別のゾーン間 OD 交通量として整理される。PT 調査で得られる情報は、原則としてトリップの起終点に関するゾーン単位のデータであり、利用した駅やインターチェンジなどを除いてトリップの詳細な経路はわからない。また、被験者の記憶を頼りとした記入に頼っているため、図 2.8 の点線で示したトリップのように、短時間の滞在に関するトリップや、短時間のトリップはまとめられたり、切り捨てられたりすることが指摘されている。また、ゾーン単位の集計であるため、ゾーン内で完結するトリップは交通需要の予測において反映されない。ゾーン内トリップは中心市街地の行動や自宅周りの行動では重要となり、また交通量配分の現況再現の上でも必要となるため、表現できないことは課題となってきた。

2) 非集計レベル、グラフレベルでの交通行動分析

1990 年代以降に発展した非集計分析を基本としたアクティビティベーストモデルでは、PT 調査よりも細かな集計単位で観測が行われるといえる。対象とする観測単位は個人や世帯単位となり、意思決定理論に基づく 1 人 1 人の交通行動の表現ができる。トリップは具体的な座標上での点として取り扱うことができ、従前の手法では考慮できなかったアクセス/イグレスの考慮や、

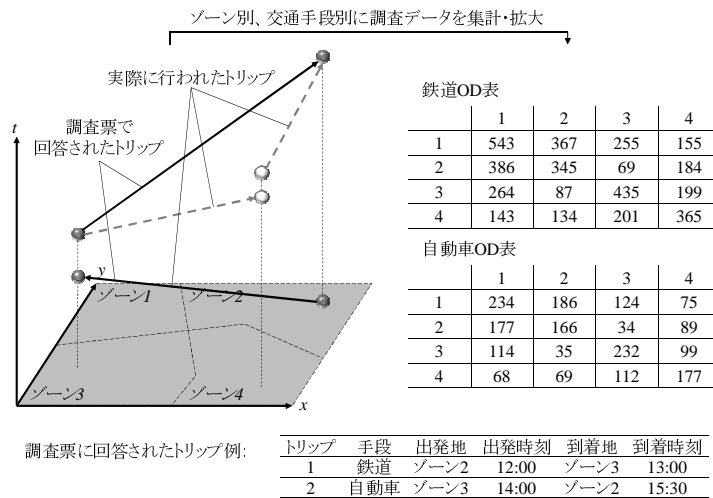


図 2.8 PT 調査で観測する交通行動と集計スケール

経験則ではない交通手段の選択構造が記述できるようになった。経路や交通量の記述も、ネットワーク構造を表すグラフレベルでの経路選択や確率的均衡配分を用いたアプローチがとられる。経路を明示的に扱うことから、マイクロ交通シミュレーションによる交通状況の再現も可能となる。

1人1人の細かなレベルでの移動や滞在場所が観測できるようになった背景には観測技術の向上が背景に存在する。GPS機能を持つ専用端末やスマートフォンによるPP調査では、被験者の移動軌跡が取得できるようになっており、移動を行った時刻も機器により正確に観測できるようになった。

PP調査での観測される交通行動のイメージと、その一次処理の概念図を図2.9に示す。PT調査では、生データは時系列に並んだ位置座標（緯度・経度・高度）と加速度により取得される。生データの解像度は位置については数メートルから数十メートル単位、時刻については秒単位で得られる。位置座標や時刻の「点」として観測データのままでは直接分析を行うことはできないため、一次処理によりデータの正規化を行う。

一次処理では、位置座標と加速度データを用いて、交通機関判別と移動滞

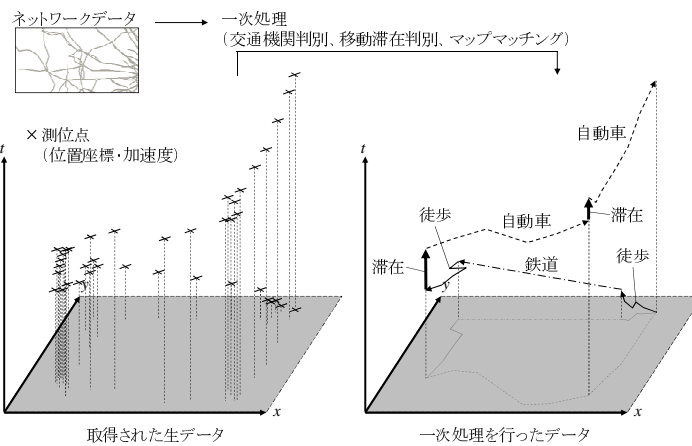


図 2.9 PP 調査で観測する交通行動と集計スケール

在判別が行われ、得られた行動データはトリップ単位に分解でき、移動時間や滞在時間、また利用した交通機関が得ることができる。なお、web アプリの操作によりトリップの開始/終了及び交通機関の変更が記録されている場合は、web アプリデータを用いて判別を行うことも可能である。PP 調査では、PT 調査では観測できなかった移動経路が観測可能であることが特徴であるといえ、観測データをマップマッチングアルゴリズムによりネットワークデータと結び付けることにより、交通ネットワーク上での経路をすることができ、経路やリンク単位での分析が可能となる。ネットワークデータを用いることから、路線や区間ごとの交通需要予測や、街路の移動速度の分析などグラフレベルでの分析が主となる。

位置データや時刻についても、解像度と信頼性の高いデータが得られていることから、データを任意のスケールで集計することが可能である。交通量配分や交通シミュレーションにおいて交通量を発生させる場合は、観測データから、発着点や出発時刻を確率分布として扱い、乱数発生によりサンプリングする方法をとることができる。

3) 非集計データを集計的に扱う交通行動分析

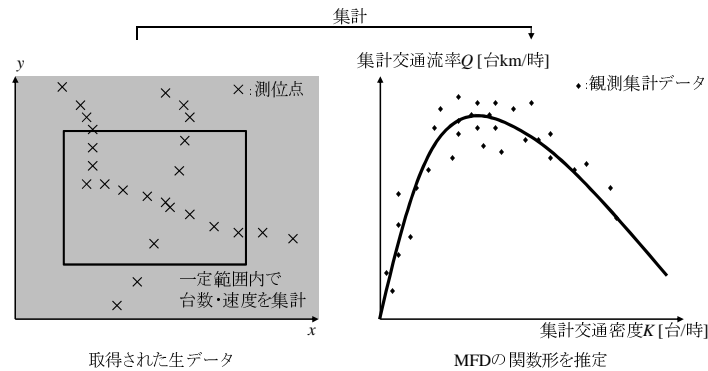


図 2.10 プローブデータを用いた MFD 推定の概念図

プローブデータに代表される非集計の観測データをマクロな視点から分析するとき、集計的に扱って正規化することによりモデル化するアプローチをとることができる。このアプローチは 1) と 2) の中間の立場のアプローチであるといえ、集計レベルを任意で設定できることや、集計範囲内の分散を記述することができることなどが大きな特徴であるといえる。

Geroliminis and Daganzo (2008)[?] はプローブカーの移動軌跡データから一定範囲内の速度と交通密度の集計値同士の関係性が関数によって表されることを示し、自動車の流入制御に活用を図っている。集計の概念図を図 2.10 に示す。プローブの 1 台 1 台の移動軌跡について、ある時点で一定範囲であるエリア内に存在する車の台数を集計交通密度、エリア内での走行距離を集計交通流率として集計すると、それらの間には関係性が認められる。この関係を Macroscopic Fundamental Diagram (MFD) と呼ぶ。あるエリアの中で観測された集計交通流率と集計交通密度についての MFD を表した関数のグラフは上に凸の式で表され、交通流率に関して最適な密度が存在することがわかる。

4) 微視的な二次元空間の交通行動分析

近年の画像処理技術や微視的な歩行者挙動研究の進展により、ビデオ撮影による画像データを用いた広場や屋内空間の行動の分析が行われている。時

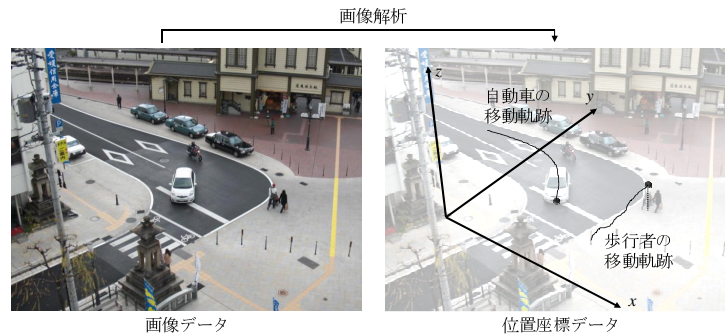


図 2.11 ビデオデータで観測する交通行動と集計スケール

間スケールは秒もしくはそれ以下の単位で扱われ、数センチメートル～1メートル程度のスケールで挙動の表現がなされる。図 2.11 にビデオ調査で得られるデータ例と処理の例を示す。ビデオの画像データは、画像解析によって二次元である画像から、設定した三次元の位置座標への変換を行う。自動車や歩行者の位置座標は、ビデオのコマごとに推定でき、それらをつなぎ合わせることによって移動軌跡を得られる。微視的な二次元空間でのモデリングでは人間自体のスケールを考慮して移動中に影響を与える他者や物体への距離を考え、目的変数として進行する角度や速度を決定する。

5) 新たなデータと交通行動分析の融合

交通調査データの他に、新しい技術やサービスにより得られるようになりつつあるデータが交通行動分析においても適用することが行われている。新たな種類のデータ断片的なデータが多いが、交通調査ではこれまで得られて来なかった属性や状況を捉えられることが特徴であるといえる。

位置情報が付加されたソーシャルネットワークにおける投稿を用いた分析では、事故の検知や交通行動に関する意識の分析が行われている (Mai and Hranac (2013)[?], 高柳ら (2012)[?])。Twitter や Facebook のデータでは、位置情報が文字情報とともに取得されており、リアルタイムに投稿文章から単語の抽出やテキストマイニングを行うことによって細かな状況や意識・感情の分析が可能となる。

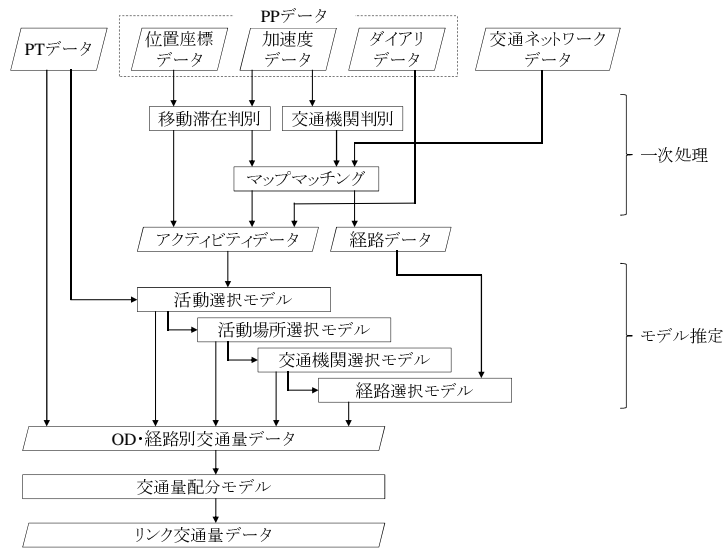


図 2.12 PT 調査と PP 調査を用いた交通需要予測

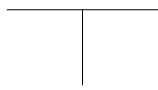
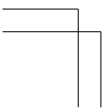
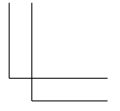
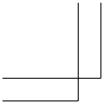
また、交通データにおいても、鉄道・バスの IC カードデータや、高速道路の ETC カードなどのデータが取得可能となっており、既存の PT データと交通型 IC データを融合した交通需要の長期変動の分析（日下部・朝倉 (2012)[?]）や、ETC データを用いた高速道路ランプ間 OD 交通量の推定（中山ら (2009)[?]）などがみられる。

(d) 複数のデータを用いたスケールの接続

交通行動分析においては、これらのスケールが単独ではなく、複合的に考えなければならない状況が多い。例えば、都市圏を対象とした鉄道旅客の分析では、広域での駅から駅への旅客需要はゾーン単位でのデータを用いて OD 表が作られることが基本となるだろう。しかしながら、交通手段分担において重要な駅回りのアクセス・イグレスにおいては街路単位でのデータが用いられるべきであるし、また駅構内の流動を考えるならば詳細な図面レベルでの歩行者の動きをモデル化する必要がある。これらの異なるスケールは、駅や乗降点などの結節部において、発生需要のフローや個人属性をそれぞれの

階層で合わせ、受け渡す方法により、包括的に表現することが可能となる。PT 調査と PP 調査を用いた交通需要予測例のデータとモデルのフロー図を図 2.12 に示す。

旅客だけでなく、物流についてもスケールの違いは考慮されるべきである。都市間や都市圏単位では、道路交通センサスのゾーン間データを用いて需要が与えられるが、貨物の積み替えや地区レベルでの配送計画を考える際には、街路レベルの経路の選択と、ゾーンスケールでの配送規模の転換を両方考えて輸送の最適化問題とするべきである。スケール間での相互依存性を踏まえ、異なる集計スケールのデータを複合的に用いることが、交通計画では必要となる。



第3章

モデリングの基礎

3.1 行動データマイニング

(e) 行動データマイニングの概念

図 3.1 に示すように、行動調査の調査法は従来の紙ベースから GPS ベースの時間的・空間的に細かな情報を用いた調査に変わりつつある。それに伴い、計画の単位もマクロからメゾ、マイクロとより細かな単位での評価が可能となっている。ただし、GPS 機能を用いた行動調査の場合、多量の位置データは取得できるものの被験者に付加的に入力を行ってもらわない限り移動手段やトリップ目的などの情報を得ることはできない。またデータの粒度が細かくなるに従い、観測誤差や欠損といった現象をモデル中で扱うことの重要性も高まっている。

このような課題に対し、データの特徴量（位置，時刻，速度，加速度）を用いて移動手段を自動的に判別する問題や、誤差や欠損を補正しながらデータを扱うための手法として、データマイニングや機械学習の手法が有用となる。データマイニングは多量のデータから隠れた法則や有用なパターンを見出したり行動データを正規化して従前のモデルに持ち込むための前処理を行ったりする際に用いられる。本章では、代表的な行動データ分析の対象とその手法について概説する。

(f) 代表的な分析手法

クラスタリング

クラスタリングは、統計・パターン認識・データベース・データマイニングなどの分野で広く用いられている古典的な手法である。非常に多くのデー

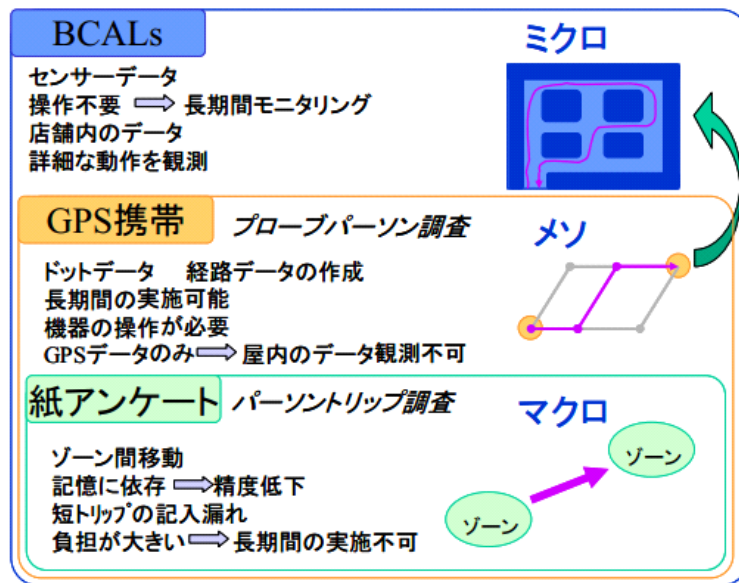


図 3.1 行動データ種別 (羽藤ら (2005))

タが集まったとき、これを自動的にいくつかの似ているもの同士グループにわけることができれば、データの概要を効率的に概観しセグメンテーションに基づく細かな情報提供や施策を行える可能性がある。クラスタリング手法は大きく、最短距離法などの階層的手法と k-means などの分割最適化手法に分けられる。ここでは、階層的手法の代表例である凝集型クラスタリングと k-means 法、さらに確率的なクラスタリングについて述べる。

- **凝集型クラスタリング** 今、対象とするデータが N 個あるとする。凝集型クラスタリングでは、1 個の対象だけを含む N 個のクラスタがある初期状態から、クラスタ間の距離（非類似度）関数に基づき最も距離の近い二つのクラスタを逐次的に統合していく手法である。この統合をすべての対象が一つのクラスタに含まれるまで繰り返すことで階層構造を獲得する。下（バラバラの状態）から上（統合された状態）に順に統合していくのでボトムアップクラスタリングとも呼ばれる。クラスタリングの結果はデンドログラムと呼ばれる樹形図によって表示されることが一般的である。

凝集型クラスタリングをアルゴリズムの形で表すと次のようになる。ただし、 $sim(C_1, C_2)$ は 2 つのクラスタ間の距離を表す。

ステップ 0

入力：事例集合 $D = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}\}$

クラスタ： $C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$

ステップ 1

1 つのクラスタに 1 つの事例を割り当てる。

$c_1 = \{x^{(1)}\}, c_2 = \{x^{(2)}\}, \dots, c_N = \{x^{(N)}\}$

ステップ 2

最も似ているクラスタ対を見つける。

$(c_m, c_n) = \arg \max_{c_i, c_j \in C} sim(c_i, c_j)$

ステップ 3

見つかったクラスタ対を融合する。

$$\text{merge}(c_m, c_n)$$

ステップ4

$|C| = 1$ になるまでステップ2, 3を繰り返す.

ここで、クラスタ C_1 とクラスタ C_2 の距離関数 $\text{sim}(C_1, C_2)$ の違いにより以下のような手法がある.

– 最短距離法または単連結法

この手法は、2つのクラスタが与えられたときその中で最も近い事例対の類似度をその2つのクラスタの類似度とする方法である.

$$\text{sim}(C_1, C_2) = \min_{x_1 \in C_1, x_2 \in C_2} \text{sim}(x_1, x_2) \quad (3.1)$$

– 最長距離法または完全連結法

この手法は、2つのクラスタが与えられたときその中で最も遠い事例対の類似度をその2つのクラスタの類似度とする方法である.

$$\text{sim}(C_1, C_2) = \max_{x_1 \in C_1, x_2 \in C_2} \text{sim}(x_1, x_2) \quad (3.2)$$

– 群平均法

群平均法では、与えられた2つのクラスタの重心間の類似度を2つのクラスタの類似度とする方法である.

$$\text{sim}(C_1, C_2) = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{x_1 \in C_1} \sum_{x_2 \in C_2} \text{sim}(x_1, x_2) \quad (3.3)$$

– ウォード法

ウォード法は各対象からその対象を含むクラスタのセントロイドまでの距離の二乗の総和を最小化する手法である.

$$\text{sim}(C_1, C_2) = E(C_1 \cup C_2) - E(C_1) - E(C_2) \quad (3.4)$$

ただし,

$$E(C_i) = \sum_{x \in C_i} (\text{sim}(x, c_i))^2 \quad (3.5)$$

最短距離法, 最長距離法, および群平均法は任意の対象完の距離 $sim(C_1, C_2)$ が与えられている場合に適用できる. 対象が属性ベクトルで記述されている場合には属性ベクトル完のユークリッド距離などを求めて適用する. ウォード法は対象が属性ベクトルで与えられている場合にのみ適用できる.

- **k-means 法** k-means 法は, 分割の良さに関する評価関数を設定しその評価関数を最適にする分割を探索する手法である. クラスタ数 k は事前に分析者が決定する. 各クラスタは平均ベクトルなどの代表ベクトルで表現される.

k-means 法をアルゴリズムの形で表すと次のようになる.

ステップ 0

入力: 事例集合 $D = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}\}$

クラスタ数: k

無作為に m_1, m_2, \dots, m_k を決定.

ステップ 1

すべての $x^{(i)} \in D$ に対して以下の操作を行う.

$$\forall c, c_{max} = \arg \max_c sim(x^{(i)}, m_c)$$

$x^{(i)}$ を c_{max} に加える.

ステップ 2

各クラスタの代表ベクトルを再計算する.

$$\forall c, m_c = \frac{1}{|c|} \sum_{x^{(i)} \in c} x^{(i)}$$

ステップ 3

収束するまでステップ 1, 2 を繰り返す.

k-means 法は初期値によって結果が変化するため, 適切な初期値を設定することが計算時間短縮, よい解を求めることの双方に重要となる.

例えば、凝集型クラスタリングの結果を初期値として利用する方法などが使われることもある。

- 確率的クラスタリング確率モデルに基づいたクラスタリング手法は、データマイニング、統計、パターン認識の分野で多く研究されている。これは、 i 番目のクラスタについて、パラメータ θ_i をもつ対象の確率（密度）分布 $f_i(x|\theta_i)$ と、クラスタの混合比 $\forall \alpha_i > 0, \sum_i^k \alpha_i = 1$ であらわされる次の混合分布を用いる手法である。

$$Pr[x|\theta_1, \dots, \theta_k] = \sum_i^k \alpha_i f_i(x|\theta_i) \quad (3.6)$$

$f_i(x|\theta_i)$ には、対象の属性が実数地の場合は正規分布、カテゴリ値の場合は多項分布が用いられることが多い。与えられた対象集合 X が、この混合分布に基づき発生する場合の尤度を最大にする最尤推定によりパラメータを求めて混合比と確率分布の積が最大になるクラスタへ各対象を分類する。最尤推定には一般に各クラスタへの確率的割り当てと各クラスタの分布のパラメータ推定を交互に行う EM アルゴリズムが用いられる。

この手法ですべてのクラスタと属性で標準偏差が等しく共分散が単位行列である正規分布を用いた場合と k-means 法では類似した結果が得られ、混合分布を用いた手法は k-means の制約を緩めた手法であると考えられる。

以下では、 $f_i(x|\theta_i)$ に混合正規分布を用いた例について具体的に記述する。

【混合正規分布を用いたクラスタリング】

いま、 $f_i(x|\theta_i)$ は正規分布であると仮定する。ただし、分散 σ^2 は既知であり、かつクラスタによって変化しないものとする。よって、簡単のためクラスタ c として $f_i(x|\theta_i) = f_i(x|c)$ と書くことにする。 m_c をクラスタ c の平均ベクトルとすると、

$$f_i(x^{(i)}|c) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^d}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m}_c|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.7)$$

ここで,

$$\begin{aligned} f_i(c|x^{(i)}) &= \frac{P(\mathbf{x}, c)}{P(\mathbf{x})} = \frac{P(c, \mathbf{x}^{(i)})}{\sum_c P(c, \mathbf{x}^{(i)})} = \frac{P(c)P(\mathbf{x}^{(i)}|c)}{\sum_c P(c)P(\mathbf{x}^{(i)}|c)} \\ &= \frac{P(c)\exp\left(-\frac{|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m}_c|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_c P(c)\exp\left(-\frac{|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m}_c|^2}{2\sigma^2}\right)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

クラスタ c の代表ベクトル \mathbf{m}_c は確率の重みづけで計算することになるから、以下のようになる.

$$\mathbf{m}_c = \frac{\sum_{\mathbf{x}^{(i)} \in D} f_i(c|\mathbf{x}^{(i)})\mathbf{x}^{(i)}}{\sum_{\mathbf{x}^{(i)} \in D} f_i(c|\mathbf{x}^{(i)})} \quad (3.9)$$

以上の計算をアルゴリズムにまとめると以下のようになる.

ステップ 0

入力: ベクトル集合 $D = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N)}\}$

クラスタ数: k

無作為に m_1, m_2, \dots, m_k を決定.

ステップ 1

すべての $x^{(i)} \in D$, c に対して以下の操作を行う.

$$f_i(c|x^{(i)}; \mathbf{m}') = \frac{P(c)\exp\left(-\frac{|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m}'_c|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_c P(c)\exp\left(-\frac{|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{m}'_c|^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (3.10)$$

ステップ 2

各クラスタの代表ベクトルを再計算する.

$$\mathbf{m}_c = \frac{\sum_{\mathbf{x}^{(i)} \in D} f_i(c|\mathbf{x}^{(i)}; \mathbf{m}')\mathbf{x}^{(i)}}{\sum_{\mathbf{x}^{(i)} \in D} f_i(c|\mathbf{x}^{(i)}; \mathbf{m}')} \quad (3.11)$$

ステップ3

収束するまでステップ1,2を繰り返す.

今回は簡単のため σ^2 を既知としたが, σ^2 も未知の場合を扱うためには,代表ベクトル \mathbf{m}' の再計算に加え, σ^2 も再計算を行う.

相関ルール

相関ルールとは

相関ルールは1993年にAgrawalらが提起しデータマイニングの発展の一端を担った.元来はスーパーマーケットでの買い物の傾向を分析して商品の配置計画や販売促進に役立てようとするバスケット分析を指向して提起された手法論であるが,その後一般的なデータ解析にも適用可能な柔軟な手法として広く用いられている.相関ルールは次のような指標を用いて評価される.アイテム集合 $X \subseteq L$ とする.トランザクションとは,(購買データであれば)一人の顧客が購買したアイテムのリスト D を表す. $\text{count}(X)$ は,トランザクション D の中で X を含むものの個数を表す.

- 支持度 (support)

全トランザクション数に対する, X と Y とを共に含むトランザクション数の比. $Pr[X, Y]$ に相当する.

$$\text{support}(X) = \frac{\text{count}(X)}{|D|} \quad (3.12)$$

$$\text{support}(X \Rightarrow Y) = \frac{\text{count}(X \cup Y)}{|D|} \quad (3.13)$$

- 確信度 (confidence)

X を満たすトランザクション数に対する, X と Y を共に含むトランザクション数の比. $Pr[Y|X]$ に相当する.

$$\text{confidence}(X \Rightarrow Y) = \frac{\text{count}(X \cup Y)}{\text{count}(X)} = \frac{\text{support}(X \cup Y)}{\text{support}(X)} \quad (3.14)$$

【例】「Aを買った人の80%がB,Cも買っておりその3種類の商品すべてを買った人は全顧客の6%である」というとき,各指標は以下ようになる.

$[A] \Rightarrow [B, C]:sup = 6\%, conf = 80\%$

最低支持度 (minsup) と最低確信度 (minconf) を指定して、データベースからすべての相関ルールを抽出するといった方法が用いられることが多い。

相関ルールの問題点

相関ルールの問題点として以下のような点が挙げられている。

- 相関ルールには統計的な相関がないため抽出したルールは無意味である
- アイテムが密になると、アイテムの組み合わせ数が膨大となりルールの抽出の計算が困難である。また、大量のルールが抽出された場合、それらの視察が実質的に困難になる。

統計的な相関がないという問題に関しては、条件部を空とした場合との確信度の比であるリフト値という新たな指標が考案された。

$$lift(X \Rightarrow Y) = \frac{confidence(X \cup Y)}{support(Y)} \quad (3.15)$$

また、膨大なルールの計算方法についても効率的な計算方法の工夫が提案されている。

(g) 系列パターンの類似性分析

パターン認識、音声認識、画像認識、ゲノム解析など膨大なデータを扱う多くの問題においてデータ文字列をデータベース中の文字列にマッチングさせる問題は非常に重要な問題である。2つのパターンの類似度は編集距離や相同性スコアと呼ばれる。

行動データにおいても、活動目的や活動パターンを離散的に表す際にこのような概念を用いて類似度を計算することが試みられている。(活動データの分析で具体的な例を示す。) この方法は、系列データの類似度を計算できるという点で行動データの生成過程のモデリングやシミュレーションにおいても適用可能性は高いと考えられる。

類似度計算におけるマッチングの概念

ここでの類似度の概念は、ある離散的なパターン列 s と t が存在するとき、それらのパターン列類似度が以下の3つの操作によって s を t に変換するのに必要な最小コストとして定義される。

- パターン列中の記号 s_i が別の文字 t_j に置換される.
- パターン列中の記号 s_i が脱落する.
- パターン列中の記号 t_j が挿入される.

ここで, 上記の置換, 削除, 挿入の各操作のコストをそれぞれ $c_s(i, j), c_d(i), c_i(j)$ と置くと, 位置 (i, j) における類似度 $d(i, j)$ は以下のような再帰式で記述することができる.

$$d(i, j) = \min\{d(i-1, j-1) + c_s(i, j), d(i, j-1) + c_i(j) + d(i-1, j) + c_d(i)\} \quad (16)$$

このような再帰式を動的計画法を用いて解くことで, 最適な操作パターンと類似度を求めることができる.

(h) 因果構造, 関係性のモデル (確率的グラフィカルモデル)

確率的グラフィカルモデルとは

本項では, 確率分布の図式的な表現である確率的グラフィカルモデルを扱う. 確率的グラフィカルモデルでは, 確率変数間の関係性をモデル化するため, 画像のノイズ除去や修復問題など部分的な観測から全体を復元する問題や, 全体を精度よく表現するための効率的な観測などに関して画像処理や行動データの因果推論など広く研究が進められている. われわれが分析対象とする行動データに関しても, 確率変数同士の関係を持つ場合の推論問題は多く存在し, これらの手法の適用性は高いと考えられる.

確率的グラフィカルモデルとは以下のような特徴を持っている.

- 確率モデルの構造を視覚化する簡単な方法を提供し, 新しいモデルの設計方針を決めるのに役立つ.
- グラフ構造を調べることで, 条件付き独立性などモデルの性質に関する知見が得られる.
- 推論や学習を行う際, 数学的な表現を暗に伴うグラフ上の操作として表現することができる.

グラフはリンクによって接続されたノードの集まりからなる. 確率的グラフィカルモデルでは, 各ノードが確率変数, リンクがこれらの変数間の確率

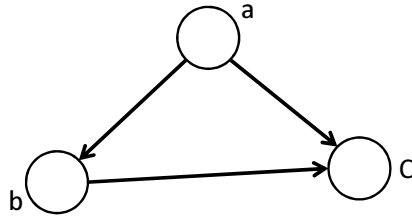


図 3.2 グラフィカルモデルの例

的關係を表現し，グラフは「全確率変数上の同時分布が一部の変数のみに依存する因子の積としてどのように分解可能か」という情報を表現する。

代表的なグラフィカルモデルには，グラフのリンクが特定の方向性をもつベイジアンネットワーク（有向グラフィカルモデル）とリンクが方向性を持たないマルコフ確率場（無向グラフィカルモデル）が存在する．有向グラフは確率変数間の因果関係を表現でき，無向グラフは確率変数間の緩い束縛関係を表現することができる．また，推論問題を解く際には有効グラフや無向グラフを因子グラフと呼ばれる別の表現に変換することが多い．次項からは，先に述べた代表的な2つのモデルと推論問題を解く手法について述べる．

ベイジアンネットワーク

まず，簡単な a, b, c 上の任意の同時分布 $p(a, b, c)$ を考えよう．確率の乗法定理を用いることにより，同時分布は

$$\begin{aligned} p(a, b, c) &= p(c|a, b)p(a, b) \\ &= p(c|a, b)p(a|b)p(a) \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる．このような分解は任意の同時分布に対して可能である．

このような分解の例を図 3.2 に示した．ノード a からノード b へのリンクが存在するとき， a は b の親ノード， b は a の子ノードと呼ぶ．この例で興味深いのは，左辺は3変数 a, b, c に関して対象であるのに右辺は対象でないことである．

次に， K 変数の同時分布 $p(x_1, \dots, x_K)$ の場合を考えよう．確率の乗法定理を繰り返し適用することにより，同時分布は各変数上の条件付き確率分布

の積として書ける.

$$p(x_1, \dots, x_K) = p(x_K | x_1, \dots, x_{K-1}) \cdots p(x_2 | x_1) p(x_1) \quad (3.18)$$

K の値を決めれば, この同時分布は K 個のノードをもつ有向グラフとして表現される. 有向グラフと対応する (変数の) 分布の間の一般的な関係について以下に述べる. グラフによって定義される同時分布はグラフ上で親に対応する変数によって条件づけられた, 各ノード変数上の条件付き分布の (全ノード分の) 積によって与えられる. よって, K 個のノードを持つグラフに対応する同時分布は以下の式で与えられる.

$$p(\mathbf{x}) = \prod_{k=1}^K p(x_k | pa_k) \quad (3.19)$$

ただし, pa_k は x_k の親ノード集合を表し, $\mathbf{x} = x_1, \dots, x_K$ を表す. この等式は, 与えられた有向グラフィカルモデルに対応する同時分布の分解特性を表現している.

多項式曲線フィッティングの例

ここでは, ベイズ多項式回帰モデルについて考える. このモデルの確率変数は, 多項式係数ベクトル \mathbf{w} および観測データ $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_N)^T$ である. このとき, 同時分布は事前分布 $p(\mathbf{w})$ と N 個の条件付き分布 $p(t_n | \mathbf{w})$ ($n = 1, \dots, N$) の積によって与えられる.

$$p(\mathbf{t}, \mathbf{w}) = p(\mathbf{w}) \prod_{n=1}^N p(t_n | \mathbf{w}) \quad (3.20)$$

モデルパラメータを陽に書く場合は次のようになる.

$$p(\mathbf{t}, \mathbf{w} | \mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\sigma}^2) = p(\mathbf{w} | \boldsymbol{\alpha}) \prod_{n=1}^N p(t_n | \mathbf{w}, \mathbf{x}_n, \boldsymbol{\sigma}^2) \quad (3.21)$$

ただし, $\boldsymbol{\alpha}$ はガウス事前分布の精度を表すハイパーパラメータ, $\boldsymbol{\sigma}^2$ はノイズの分散である.

マルコフ確率場

有向グラフィカルモデルは, 全変数集合上の同時分布を局所的な条件付き

分布の積に分解することが可能なモデルであった。無向グラフであるマルコフ確率場においても、因数分解および条件付き独立性が規定される。

ここで、1つのリンクによって直接接続されない2つのノード x_i および x_j について考える。これらの変数は、グラフ上の他のすべてのノードが与えられたもとで、条件付き独立でなければならない。この条件付き独立性は以下のように表現される。

$$p(x_i, x_j | x_{\setminus\{i,j\}}) = p(x_i | x_{\setminus\{i,j\}}) p(x_j | x_{\setminus\{i,j\}}) \quad (3.22)$$

ここで、 $x_{\setminus\{i,j\}}$ はすべての変数集合 x から x_i および x_j を取り除いたものである。したがって、この条件付き独立性がグラフに属するすべての可能な分布について成り立つためには、 x_i と x_j とが同じ因子に含まれないように同時分布が因数分解される必要がある。

このようなことから、クリークと呼ばれるグラフ上の概念を導入すると便利である。クリークの定義は、すべてのノードの組にリンクが存在するようなグラフの部分集合である。さらに、極大クリークとは、もう1つノードを加えるとクリークでなくなってしまうようなクリークとして定義される。

クリークを C と書き、クリーク内の変数集合を x_C と書く。すると同時分布は、グラフの極大クリーク上のポテンシャル関数の積の形で書ける。

$$p(x) = \frac{1}{Z} \prod_C \psi_c(x_C) \quad (3.23)$$

ここで、 Z は規格化定数（分配関数）であり、以下で与えられる。

$$Z = \sum_x \prod_C \psi_c(x_C) \quad (3.24)$$

ポテンシャル関数は、周辺分布や条件付き確率分布のように確率的解釈が可能なものに限定されない。したがって、一般にそれらの積は正しく規格化されない。よって規格化定数が陽に組み込まれているのである。

有効グラフの場合は、因子分解の各因子である条件付き確率分布が規格化されていたため、同時分布は自動的に規格化されていた。無向グラフでは、 M 個の K 状態離散変数ノードをもつモデルの場合、規格化因子を計算するためには K_M 個の状態に対する足し算が必要であり、計算量は最悪の場合モ

デルのサイズに対して指数的に増大する。ただし、分配関数はポテンシャル関数 $\psi_c(\mathbf{x}_C)$ を支配する関数でありパラメータを学習する際には計算が必要となるが、局所的な条件付き分布の計算には不要である。なぜなら、条件付き分布は2つの周辺確率の比であり比を計算する際には分配関数はキャンセルされるからである。

ここで、無向グラフの条件付き独立性と因数分解との関係について考えよう。これを定式化するためには、ポテンシャル関数 $\psi_c(\mathbf{x}_C)$ が狭義に正（任意の \mathbf{x}_C に対して0でも負でもない）場合に制限する必要がある。この制限のもとでは、因数分解と条件付き独立性との間の精密な関係を定義することができる。

ポテンシャル関数は協議に正に限ったので、指数関数を用いて以下のように表す。

$$\psi_c(\mathbf{x}_C) = \exp\{-E(\mathbf{x}_C)\} \quad (3.25)$$

ここで、 $E(\mathbf{x}_C)$ はエネルギー関数と呼ばれこの指数関数表現はボルツマン分布と呼ばれる。同時分布はポテンシャル関数の積で与えられるので全エネルギーは極大クリークごとのエネルギーの和として与えられる。先にも述べたように、有向グラフの同時分布は確率分布の積に分解されたのに対し無向グラフの因子であるポテンシャル関数は確率的解釈を持たない。規格化制約がないのでポテンシャル関数を自由に選ぶことができる。

有向グラフモデルと無向グラフモデルの関係

まず、有向グラフで記述されるモデルを無向グラフに変換する問題を考えよう。単純なグラフの場合であればこの変換は容易に実行できる。図の例を考えてみる。有向グラフの同時分布は、条件付き分布の積として以下の形に分解できる。

$$p(\mathbf{x}) = p(x_1)p(x_2|x_1)p(x_3|x_2)\cdots p(x_N|x_{N-1}) \quad (3.26)$$

これを無向グラフによる表現に変換してみよう。この無向グラフにおける極大クリークは単なる隣接ノード対であるので同時分布は以下のように書ける。

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \psi_{1,2}(x_1, x_2) \psi_{2,3}(x_2, x_3) \cdots \psi_{N-1,N}(x_{N-1}, x_N) \quad (3.27)$$

したがって、容易に以下のような対応付けができる。

$$\begin{aligned}\psi_{1,2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= p(\mathbf{x}_1)p(\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1) \\ \psi_{2,3}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) &= p(\mathbf{x}_3|\mathbf{x}_2) \\ &\vdots\end{aligned}\tag{3.28}$$

$$\psi_{N-1,N}(\mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{x}_N) = p(\mathbf{x}_N|\mathbf{x}_{N-1})\tag{3.29}$$

一般に、有効グラフを無向グラフに変換するには以下のようにすればよい。

1. グラフの各ノードに対してそのすべての親ノードの対に無向リンクを付加する。さらにもともとのリンクから矢印の方向性を取り除いてモラルグラフを作る。
2. モラルグラフのすべてのクリークポテンシャル関数を 1 に初期化する。
3. もともとの有向グラフの条件付き分布因子を 1 つ取ってきて、対応するクリークポテンシャルの 1 つにかける。モラル化を行ったため、各条件付き分布因子の変数をすべて含む極大クリークが少なくとも一つ必ず存在する。

グラフィカルモデルの枠組みは、有効リンクと無向リンクを両方持つグラフにも矛盾なく拡張でき、そのようなグラフを連鎖グラフと呼ぶ。

推論問題

ここでは、グラフィカルモデルにおける推論の問題を考える。これは、グラフのいくつかのノードが観測値に固定されたとき、残ったノード（のうちいくつか）に関する事後分布を計算したい、という問題である。

効率の良い推論アルゴリズムを見つけたりそれらのアルゴリズムの構造の見通しを良くする際にグラフの「構造」を利用することができる。具体的には、多くのアルゴリズムが局所的なメッセージのグラフ全体にわたる伝播として表現できる。本節では、木構造グラフにおける厳密推論のためのアルゴリズムについて述べる。

積和アルゴリズム

積和アルゴリズムとは、ノードあるいはノード部分集合上の局所的な周辺分布を計算する手法である。次節で述べる max-sum アルゴリズムはこの手法の修正したものであり、最も確からしい状態を見つけるのに用いられる。

以下の議論では、モデルの持つすべての変数は離散的であるとする。よって周辺化は和演算に対応するが、ここで得られる枠組みは周辺化が積分演算によって得られる線形ガウスモデルにも同様に適用可能である。ループのない有向グラフにおける厳密推論のためのアルゴリズムとして確率伝播法が存在するが、これは積和アルゴリズムの特別な場合と考えてよい。ここでの目的は以下の2つである。

1. 周辺分布を求めるための効率よい推論アルゴリズムを得る。
2. 複数の周辺分布を計算したい場合に、計算の重複をなくして効率化する。

初めに、ある特定の変数ノード x 上の周辺分布 $p(x)$ を求める問題から考える。今、すべての変数が隠れている（観測されていない）と仮定する。現実には、一部の変数が観測されたもとのそれらの観測値に条件づけられた事後分布を計算したことが多いが、拡張は容易である。

ステップ1

変数ノード x を因子グラフの根ノードとみなし、以下の式を用いてグラフの葉ノード f におけるメッセージを初期化する。

$$\mu_{x \rightarrow f}(x) = 1 \quad (3.30)$$

$$\mu_{f \rightarrow x}(x) = f(x) \quad (3.31)$$

ステップ2

メッセージパッシングが以下の式で再帰的に適用される。

$$\begin{aligned}
& \mu_{f_s \rightarrow x}(\mathbf{x}) \\
&= \sum_{x_1} \cdots \sum_{x_M} f_s(\mathbf{x}, x_1, \dots, x_M) \prod_{m \in ne(f_s) \setminus x} [\sum_{X_s m} G_m(x_m, X_s m)] \\
&= \sum_{x_1} \cdots \sum_{x_M} f_s(\mathbf{x}, x_1, \dots, x_M) \prod_{m \in ne(f_s) \setminus x} \mu_{x_m \rightarrow f_s}(x_m) \quad (3.32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{x_m \rightarrow f_s}(x_m) &= \prod_{l \in ne(f_s) \setminus x} [\sum_{X_m l} F_l(x_m, X_m l)] \\
&= \prod_{l \in ne(f_s) \setminus x} \mu_{f_l \rightarrow x_m}(x_m) \quad (3.33)
\end{aligned}$$

(3.34)

ステップ 3

根ノードがすべての隣接ノードからのメッセージを受け取ったら、求める周辺分布は以下の式を用いて計算される。

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{s \in ne(\mathbf{x})} F_s(\mathbf{x}, X_s) \quad (3.35)$$

max-sum アルゴリズム

積和アルゴリズムを用いれば、因子グラフによって表現される同時分布 $p(\mathbf{x})$ に関して、その成分変数上の周辺分布を効率よくとくことができる。これ以外に 1) 確率が最大となる変数の組を見つける、2) その時の確率値を求める、という 2 つのタスクが必要になる場合がある。このタスクを実現するための手法が max-sum アルゴリズムであり、積和アルゴリズムと深く関係するアルゴリズムによって実現される。なお、max-sum アルゴリズムは動的計画法のグラフィカルモデルへの応用と考えることもできる。

ここで考えたいタスクは、同時分布を最大にするベクトル \mathbf{x}^{max} を求める問題として以下のように定義できる。

$$\mathbf{x}^{max} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x}) \quad (3.36)$$

このときの同時確率値は、次の式で与えられる。

$$p(x^{max}) = \max_x p(x) \quad (3.37)$$

まずは、単純に成分に関する最大値演算を書き出してみると次のようになる。

$$\max_x p(x) = \max_{x_1} \cdots \max_{x_M} p(X) \quad (3.38)$$

ただし、 M は変数の総数である。次に、同時分布を因子の積で表現して $p(x)$ に代入する。ここで、最大値演算に関する以下の法則を用いると、積演算と和演算が交換可能になる。

$$\max(ab, ac) = a \max(b, c) \quad (3.39)$$

対数をとって、以下のように書ける。

$$\ln(\max_x p(x)) = \max_x \ln p(x) \quad (3.40)$$

3.1.1 行動データの正規化

人の行動を分析する際トリップに区分してから考えることが一般的である。PP 調査でもパーソントリップ調査と比較するためにトリップ単位で集計することが多い。移動の状態を分析する上で基礎となる情報としては、1) 移動・滞在状態を分けること、2) 移動時にどの交通機関を利用しているか、3) 移動時どの経路を移動しているかなどが大きな要素となる。例えば図 3.3 の時間と位置の生データが得られているとする。図 3.4 は図 3.3 を平面上にプロットしたものである。この状態ではラベルづけされていないため、移動・滞在、交通機関がわからない。また取得データには誤差が含まれているため、正確にどの経路を移動したのかはわからない。従って図 3.5 のようにまず移動、滞在識別を行うことで、トリップを作成する。次に図 3.6 のように移動中の交通機関を識別する。またトリップ全体でどの経路を利用したかを図 3.7 のように特定する。

(a) 移動滞在識別

GPS データを移動滞在識別に用いる場合、そのままでは移動中の点 (移動点) なのか、滞在中の点 (滞在点) なのか不明である。そこで 1) 前の時刻までの測位店重心からの距離を計算して一定距離以上離れたら移動と判定する方

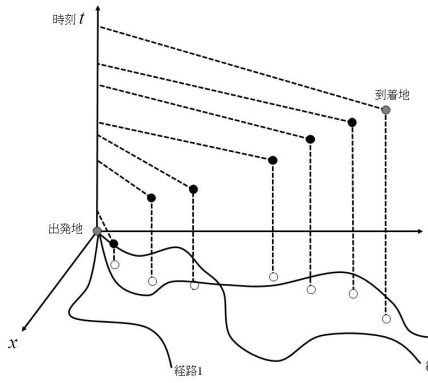


図 3.3 タイムスペース図

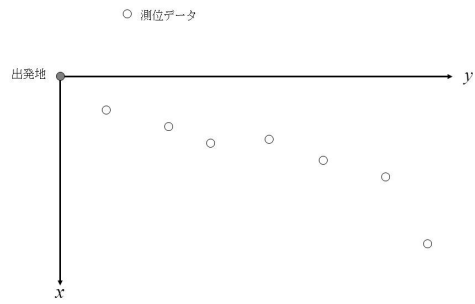


図 3.4 平面上にプロットした図

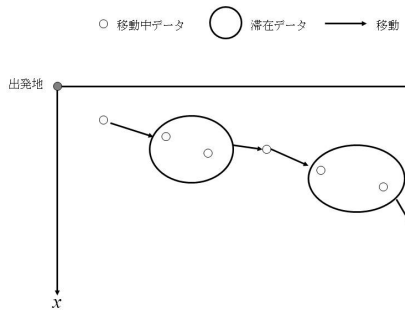


図 3.5 移動滞在識別

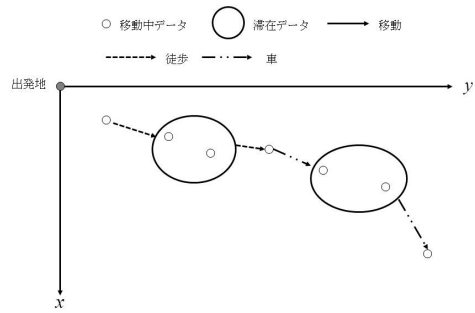


図 3.6 交通機関識別

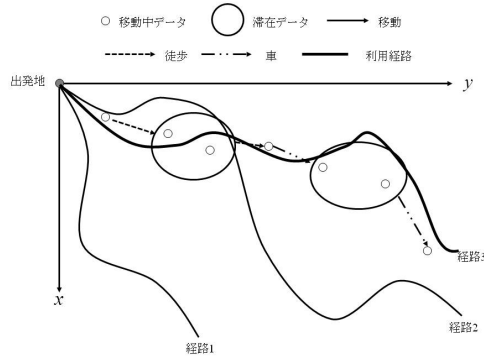


図 3.7 交通機関識別

法や、2) 測位点間の速度を計算して一定速度以上であれば移動と判定する手法によって移動滞滞の識別を行うことができる. ここでは距離を用いた移動滞滞識別手法について簡単に説明する [1].

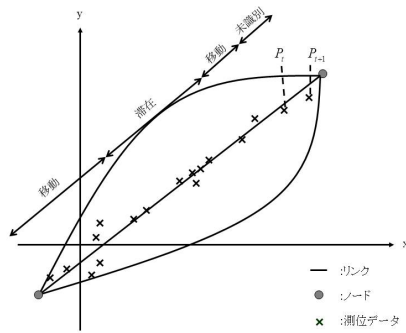


図 3.8 移動滞滞識別

取得された GPS データが 2 次元座標上にあり、図 3.8 のように時間的に連続する 2 つの位置データ P_t 、 P_{t+1} があるとする. このときデータ間の距離は式 (3.41) のようになる.

$$d = \sqrt{(x_{t+1} - x_t)^2 + (y_{t+1} - y_t)^2} \quad (3.41)$$

この距離があらかじめ与えた閾値 D 内にあるとき、時刻 t と $t+1$ の間に移動はないものとみなす。時刻 t までの識別が終わっているとして、時刻 $t+1$ の識別を考える。時刻 $t+1$ の点識別は、時刻 t の点が滞在点であるか、移動点であるかによって異なる。また時刻 t が滞在点であることは時刻 $t-1$ と時刻 t の条件によって決められるが、移動点であるかどうかは時刻 t と $t+1$ との関係を計算しない限り決まらない。従って、移動点には暫定的な移動点と、確定した移動点の 2 種類があることになる。以下にそれぞれの場合のアルゴリズムを示す。

時刻 t の点が滞在の場合

ステップ 1

時刻 t 以前の時間的に連続する N 個の点 (時刻 $(i = t - N + 1, \dots, t)$) は滞在点であるとする。それらの点の重心位置 (\bar{x}, \bar{y}) と識別対象である時刻 $t+1$ の点 (x_{t+1}, y_{t+1}) との距離を式 (3.42) により求める。

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=t-N+1}^t x_i \\ \bar{y} &= \frac{1}{N} \sum_{i=t-N+1}^t y_i \end{aligned} \quad (3.42)$$

ステップ 2-1

距離が閾値 D 以内なら時刻 $t+1$ の点は時刻 t までの点と同じ位置での滞在点とする。平均値、及び、連続する点の数を更新し $N = N + 1$ とする。

ステップ 2-2

距離が閾地を越えているなら、時刻 $t+1$ の点を暫定的な移動点とする。

時刻 t の点が暫定的移動点の場合

ステップ 1

時刻 t の点と時刻 $t+1$ の距離を式 (3.41) により求める。

ステップ 2-1

距離が閾値 D 以内なら時刻 t の点と時刻 $t + 1$ の点はいずれも同一地点での滞在点である. このとき 2 点の平均位置座標を求めておく.

ステップ 2-2

距離が閾値 D 以上なら時刻 t の点と時刻 $t + 1$ の点は異なる位置の点であり、時刻 t の点は真の移動点とし、時刻 $t + 1$ の点は暫定的な移動点とする.

補足制約

上記のルール以外にも時間によって移動滞在を分ける以下の制約条件を設ける.

1: 滞在時間制約

短時間の滞在を除外する. 同一地点に 5 分以上滞在しない限り、滞在とはみなさない.

2: 移動時間制約

短時間トリップを除外する. 移動時間が 5 分以上でなければトリップとみなさない.

以上のような流れで測位データを下に移動滞在判別をすることでトリップ候補を自動的に作成することができる.

(b) 交通機関識別

移動滞在を識別し、トリップ候補の作成が完了したのち交通機関の自動識別を行う. 交通機関自動識別の手法するために扱うデータとしては 1)GPS データによる識別 2) 加速度データによる識別などがある.1) の GPS による交通機関識別では移動滞在識別のときと同様に閾値を各交通機関ごとに閾値を設けることで識別を行う.2) の、加速度データによる識別では交通機関ごとに現れる特徴を利用して識別を行う. それぞれの識別手法についてについて詳しく説明していく. またここでは”滞在”、”徒歩”、”自転車”、”車”の 4 交通機関識別について扱うこととする.

GPS データによる識別

GPS データによる識別では GPS データから各点の間の移動速度に交通機関

に閾値を設けて交通機関識別を行う。各交通機関ごとに速度の発生確率に特徴があるのでそれをもとに識別を行う。以下に具体的なアルゴリズムを示す。

ステップ 1

最も識別しやすい徒歩トリップから識別を開始し、ステップ 1 へ戻ってきたら、自転車→車の順でトリップを抽出する。

ステップ 2

移動滞在識別により作成された各トリップ候補について各測位データ間の移動速度が一定値以下になるまでトリップを再分割。

ステップ 3

ステップ 2 終了時にトリップ開始時刻、終了時刻、交通機関を確定する。残りのデータでステップ 1 へ戻り、車まで終われば終了。

加速度データによる識別

加速度による識別も各交通機関ごとの加速度の特徴をもとに識別を行う。図 3.16、3.17、3.18 は交通機関ごとの 3 軸方向 (進行方向、左右方向、鉛直方向) 加速度の推移を表わしたものである。徒歩、自転車、車の順に 3 軸加速度の分散が大きいのがわかる。このように交通機関ごとに異なった加速度の特徴をもつので、これを利用して識別を行う。ここでは SVM、HMM を用いた交通機関識別の流れについて説明する。

1: SVM(サポートベクターマシン)

SVM は 2 クラス識別問題を扱うための手法であり、文字認識や音声認識などに幅広く用いられている。SVM の特徴としては主に以下の 3 点が挙げられる。

1. マージン最大化を基準とすることで、高い判別性能を実現。
2. カーネル関数を用いた柔軟なモデリング。
3. パラメータ推定が凸 2 次最適化問題として定式化されるため、高速な最適化アルゴリズムが利用可能。

式 (3.43) で表わされる線形モデルの 2 値分類問題を解くことでその特徴について説明を行う。

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + \mathbf{b} \quad (3.43)$$

ここで $\phi(\mathbf{x})$ はある固定された特徴空間変換関数である。訓練データは $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ の N 個の入力ベクトルとそれに対応した出力値 $t_1, \dots, t_N \in \{-1, 1\}$ からなり、未知データ \mathbf{x} は $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ が正か負のどちらかによって分類が行われる。つまり式 (3.44) が成立する。

$$\begin{aligned} t_n = +1 &\rightarrow \mathbf{y}(\mathbf{x}_n) > 0 \\ t_n = -1 &\rightarrow \mathbf{y}(\mathbf{x}_n) < 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

したがって必ず式 (3.45) が成立する。

$$t_n \mathbf{y}(\mathbf{x}_n) > 0 \quad (3.45)$$

今、図 (3.9) のように訓練データを正確に分類する解が $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ のように複数存在する場合、汎化誤差が最も小さくなるような解を求めることが最も望ましい。SVM では、マージンという概念を用いてそのような解を求める。ここでマージンとは境界面と訓練データ間の最短距離を表わす。このマージンを最大化する分類境界を選択する。分類境界面 $\mathbf{y}(\mathbf{x}) = 0$ から点 \mathbf{x} までの距離は $|\mathbf{y}(\mathbf{x})|/\|\mathbf{w}\|$ で表わされる。また今式 (3.45) がすべての n について成り立つので、分類境界から点 \mathbf{x}_n までの距離は式 (3.46) のように表わされる。

$$\frac{t_n \mathbf{y}(\mathbf{x}_n)}{\|\mathbf{w}\|} = \frac{t_n (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + \mathbf{b})}{\|\mathbf{w}\|} \quad (3.46)$$

今求めたいのはマージンを最大化するパラメータ \mathbf{w} と \mathbf{b} である。従って、解は式 (3.47) を解くことで得られる。

$$\arg \max_{\mathbf{w}, \mathbf{b}} \left\{ \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} \min [t_n (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + \mathbf{b})] \right\} \quad (3.47)$$

次に直接この問題を解くのは複雑なので、より簡単な形へ変形することを考える。まずパラメータを $\mathbf{w} \rightarrow \kappa \mathbf{w}$ 、 $\mathbf{b} \rightarrow \kappa \mathbf{b}$ のように定数倍しても、点 \mathbf{x}_n から分類境界までの距離は変化しない。従って定数倍することで、境界に最も近い点について式 (3.48) が成立する。

$$t_n (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + \mathbf{b}) = 1 \quad (3.48)$$

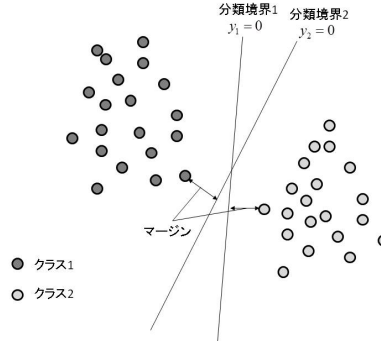


図 3.9 マージンの概念

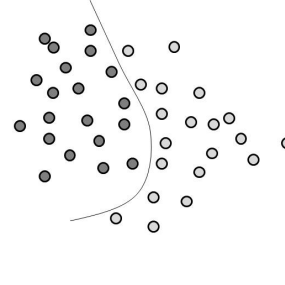


図 3.10 訓練データが線形分離不可能な場合

このスケーリングの下ではすべてのデータについて制約式 (3.49) が成り立つ.

$$t_n (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_n) + \mathbf{b}) \geq 1 \quad (3.49)$$

このとき式 (3.47) は式 (3.50) の最適化問題に帰着する.

$$\arg \min_{\mathbf{w}, \mathbf{b}} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (3.50)$$

ここまでの議論では、訓練データが特徴空間 $\phi(\mathbf{x})$ において線形分離可能であり、そこから得られる SVM はもとの入力空間 \mathbf{x} において訓練データを完全に分離すると仮定してきた。しかし、図 3.10 のように実際にはそのような仮定が満たされないことも多い。このような状況に対応するためには、一部の訓練データの誤分類を許すように SVM を修正する必要がある。誤って分類したデータについては無限大のペナルティを与え、正しく分類したデータにはペナルティを与えない誤算関数を用いる。この誤差関数を、データ点がマージン内に侵入した場合にはマージン境界からの距離に応じたペナルティを与えることで、マージン境界の間違った側に存在することを許すように定式化を修正する。具体的にはまずスラック変数 $\xi_n \geq 0$ ($n = 1, \dots, N$) を導入する。スラック変数は各訓練データごとに定義される変数で、データが正しく分類されかつマージン境界の上または外側に存在する場合は $\xi = 0$ 、それ以外の場合には $\xi_n = |t_n - \mathbf{y}(\mathbf{x}_n)|$ で与えられる。従って、ちょうど分

類境界 $y = (\mathbf{x})$ 上にあるデータについては $\xi_n = 1$ 、誤分類されたデータについては $\xi > 1$ が成り立つ。このスラック変数を用いて識別関数式 (3.49) を式 (3.51) のように修正する。

$$t_n y(\mathbf{x}_n) \geq 1 - \xi_n \quad (3.51)$$

ただし、 $\xi \geq 0$ である。図 3.11 のように $\xi = 0$ が成り立つデータは正しく分類されており、かつマージン境界上、あるいは正しい側に存在する。また $0 < \xi_n \leq 1$ となるデータ点はマージン内部にあるが正しく分類されている。そして $\xi > 1$ となるデータ点は分類境界に対して誤った側にあり、従って誤分類されている。これはハードマージンの制約のソフトマージンへの緩和といわれることがある。このとき式 (3.50) に対する最小化すべき最適化問題は式 (3.52) のようになる。

$$C \sum_{n=1}^N \xi_n + \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (3.52)$$

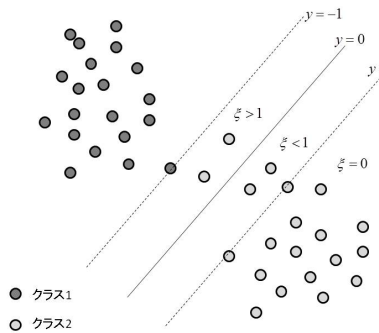


図 3.11 ソフトマージン

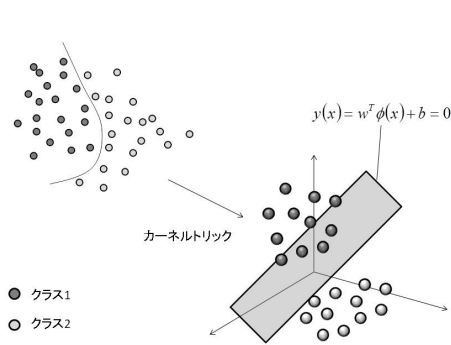


図 3.12 カーネルトリック

ここで $C > 0$ はスラック変数を用いて表わされるペナルティとマージンの大きさ間のトレードオフを制御するパラメータである。 $C \rightarrow \infty$ の極限においては分離可能なデータに対するハードマージン問題と同じになる。以上のようなソフトマージンを用いることで、線形分離不可能な訓練データに対

しての識別も可能になる。しかし、本質的に非線形で複雑な場合、このソフトマージンを用いてもうまく訓練データを識別することができない。そこでカーネルトリックという手法を用いることでこの問題を解決する。非線形な写像 Φ を用いて入力空間をより高次の空間に写像し、写像先の空間で線形分離を行うことで分離を容易にする。写像 Φ を用いた計算は本来であれば元の次元より高次元でのベクトル計算を行う必要があるが、カーネルトリックを用いることで高次元でのベクトル計算を避けることが可能となる。カーネルトリックとは写像 Φ に関する計算 $\Phi(\mathbf{x}) \cdot \Phi(\mathbf{x}')$ をカーネル関数 $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ を用いて置き換えることで写像 Φ の球解を避け、カーネル関数のみの計算に変換することである。カーネル関数は複数ある。ここでは代表的なカーネルの一つである **RBF(RadialBasisFunction)** カーネルを式 (3.53) に示す。

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp(-\gamma \times |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2) \quad (3.53)$$

ここで、 \mathbf{x} 、 \mathbf{x}' はベクトル、 γ はパラメータを表わし、**RBF** カーネルを用いる場合はパラメータ γ に適切な値を与える必要がある。

SVM を用いた交通機関識別

SVM は訓練あり学習を用いる識別手法の一つである。すなわち訓練データから識別クラスごとの特徴量を学習することで、未知データの識別を行う。具体的には交通機関ごとの3軸方向加速度データ(それぞれの方向について最大、最小、合成、平均加速度データが取得されている)から交通機関ごとの特徴を学習することで識別を行う。表 3.2 に、入出力データを、図 3.13 に交通機関識別のイメージを示す。 **2: HMM(隠れマルコフモデル)**

表 3.1 交通機関識別入出力データ

入力データ	3軸方向加速度(最大、最小、合成、平均) 運動強度 歩数
出力データ	交通機関(滞在、徒歩、自転車、車など)

HMM(隠れマルコフモデル) は不確定な時系列データをモデル化するための有効な統計的手法である。ここでは HMM の概要とモデルの推定、最適状態系列の推定の説明を行う [2]、[3]。HMM は出力シンボルによって一意に状態

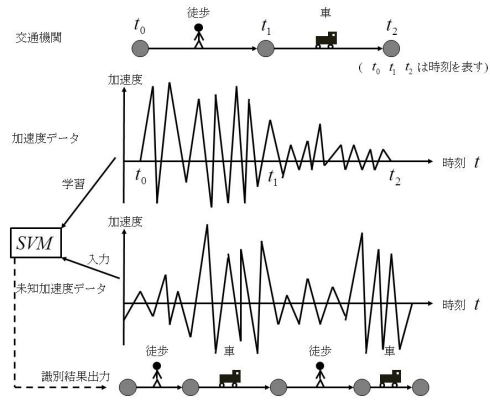


図 3.13 サポートベクターマシン交通機関識別イメージ

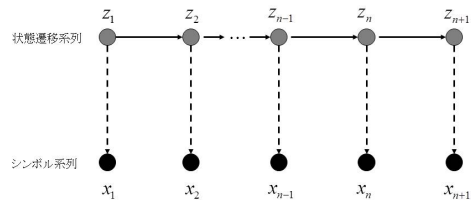


図 3.14 HMM イメージ図

遷移先が決まらないという意味での非決定性確率有限オートマトンとして定義される. 出力シンボル系列が与えられても状態遷移系列は唯一には決まらない. 観測できるのはシンボル系列だけであることから, ”隠れ”マルコフモデルと呼ばれる. 図 3.14 に HMM のイメージを示す.

HMM はパラメータとして状態遷移確率、シンボル出力確率、初期状態確率を持つ. シンボル出力確率の計算方法によって離散型 HMM と連続分布型 HMM に分かれる. またシンボル出力確率が状態で出力される Moore マシン

と状態遷移で出力される Mealy マシンに分類できる. 以下では Mealy タイプの離散型 HMM について述べる. ただし, Moore タイプと Mealy タイプは相互に変換可能である. 説明で用いる変数を表 3.2 に定義する. ここで HMM の

表 3.2 変数の定義

T	観測系列の長さ
o_1, o_2, \dots, o_T	観測系列
N	状態数
L	観測シンボル数
$S = \{s\}$	状態集合
s_t	時刻 t における状態 (番号)
i, j	状態番号
$v = \{v_1, v_2, \dots, v_L\}$	出力可能なシンボル集合

要素を正確に定式化し, 観測系列がどのように生成されるか説明を行う. HMM は以下のように特徴づけられる.

1. モデル (実際の状態) の数 N . それぞれの隠れた実際の状態をそれぞれ $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ と表わし, 時刻 t における状態を q_t と表わす.
2. 観測シンボルの数 M . これはモデル化されたシステムが出力する状態を表わす. それぞれの観測シンボルを $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ と表わす.
3. 状態遷移確率分布 $A = \{a_{ij}\}$. ここで a_{ij} は式 (3.54) のようになる.

$$a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i] \quad 1 \leq i, j \leq N \quad (3.54)$$

ある状態からすべての状態へ遷移できるモデルを想定する場合すべての i, j について a_{ij} である. ある状態から特定の状態にしか遷移できないモデルであれば, $a_{ij} = 0$ となる場合がある.

4. 状態 j のときの観測シンボル確率分布 $B = \{b_j(k)\}$ ただし式 (3.55) が成り立つ.

$$b_j(k) = P[v_k \text{ at } t | q_t = S_j] \quad \begin{array}{l} 1 \leq j \leq N \\ 1 \leq k \leq M \end{array} \quad (3.55)$$

5. 初期状態確率 $\pi = \{\pi_i\}$ ただし, 式 (3.56) が成り立つ.

$$\pi_i = P[q_1 = S_i], \quad 1 \leq i \leq N \quad (3.56)$$

N 、 M 、 A 、 B と π が与えられたとき、HMM が式 (3.57) のような観測系列を生成したとする。

$$O = O_1 O_2 \cdots O_T \quad (3.57)$$

それぞれの観測シンボル O_t は V の一つであり、 T は観測系列の数を表わす。このとき式 (3.57) で表わされる観測系列が生成される過程は以下のようになる。

過程 1

初期状態確率 π に従って初期状態 $q_1 = S_i$ を選択する

過程 2

$t = 1$ とする

過程 3

状態 S_i のときの観測シンボル確率分布 $b_i(k)$ に従って $O_t = v_k$ とする。

過程 4

状態 S_i のときの状態遷移確率分布 a_{ij} に従って新しい状態 $q_{t+1} = S_j$ に遷移する。

過程 5

もし、 $t < T$ ならば $t = t + 1$ とし、過程 3 へ、そうでなければ過程を終了する

以上の過程は観測系列の生成や観測系列が HMM によって以下に生成されたかに利用される。HMM を規定するためには実際の状態と観測状態の数 N 、 M 、観測系列、確率値 A 、 B 、 π が必要であることがわかる。そこで簡単のために HMM を式 (3.58) のように略記する。

$$\lambda = (A, B, \pi) \quad (3.58)$$

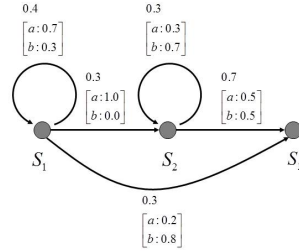


図 3.15 3 状態 left to right HMM

ここで HMM の例として状態遷移が一定方向に進む left to right モデルの例を図 3.15 に示す. 図 3.15 において HMM は 3 つの状態から構成され、2 種類のラベル a 、 b のみからなるラベル系列を出力する. 初期状態確率は $\pi_1 = 1.0$ 、 $\pi_2 = 0$ 、 $\pi_3 = 0$ 、最終状態を S_3 とし、図 3.15 のような遷移のみを行うとする. 図 3.15 において 0.4 など遷移アークに添えられている数字は状態遷移確率を意味し、 \square 内の数字の上段はラベル a の出力確率、下段はラベル b の出力確率を意味する. 例えば状態 S_1 を例にとると、 S_1 から S_1 自身に 0.4 の確率で遷移し、遷移の際に確率 0.7 でラベル a を出力し、 0.3 の確率で b を出力する. 他の状態、遷移についてもどうようである. ここでラベル系列が "aab" を出力する確率を考える. この HMM で許される状態系列において "aab" を出力する可能性のあるものは、 $S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3$ 、 $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3$ 、 $S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_3$ である. それぞれについて "aab" を出力する確率は以下ようになる.

$$\begin{aligned}
 S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 & \quad 0.4 \times 0.7 \times 0.3 \times 1.0 \times 0.7 \times 0.5 = 0.0294 \\
 S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 & \quad 0.3 \times 1.0 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.7 \times 0.5 = 0.00945 \\
 S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_3 & \quad 0.4 \times 0.7 \times 0.4 \times 0.7 \times 0.3 \times 0.2 = 0.004704
 \end{aligned}$$

従ってこの HMM が "aab" を出力する確率は 3 つの合計で以下のようになる.

$$0.0294 + 0.00945 + 0.004704 = 0.038154$$

HMM では状態系列に意味を持たないが、最尤の経路を推定することはできる. この例では "aab" を出力する可能性が最も高い状態系列は、先ほどの計算より、 $S_1 \rightarrow Sd_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3$ とわかる.

HMM の基本問題

HMM を現実の問題に適用することを想定したとき重要な基本問題として以下の3つが挙げられる.

問題 1 観測系列 $O = O_1 O_2 \cdots O_T$ とモデル $\lambda = (A, B, \pi)$ が与えられたとき、観測系列が与えられた HMM モデルでどれだけの確率で観測されるか

問題 2 観測系列 $O = O_1 O_2 \cdots O_T$ とモデル $\lambda = (A, B, \pi)$ が与えられたとき、どのように最も可能性の高い状態遷移系列を推定するか.

問題 3 モデルパラメータ $\lambda(\pi, A, B)$ をどのように調整するのか.

問題 1 は評価の問題で、つまりモデルと観測系列が与えられたときモデルによって観測系列が生成された確率をどのように計算するかという問題である. あるいは、与えられたモデルが観測された系列にどれくらいマッチしているかという問題ととらえることができる. 問題 2 はモデルの隠れた部分を推定する問題で、つまり正しい系列を探索する問題である. 問題 3 はモデルが最もマッチするよなパラメータを求める問題である. モデルパラメータを修正するための系列を訓練系列と呼ぶこととする. 訓練問題は観測された訓練データから最も適したパラメータを採用する問題なので、HMM を適用する上で重要になってくる.

モデル評価問題

与えられたモデル λ において観測系列 $O = O_1 O_2 \cdots O_T$ 、の観測確率、 $P(O|\lambda)$ を計算する. 最も単純な方法は、図 3.15 の例で示したように長さ T の系列の状態を数え上げる方法がある. 今、ある一つの状態系列が式 (3.59) のように表わされるとする.

$$Q = q_1 q_2 \cdots q_T \quad (3.59)$$

ここで q_1 は初期状態である. 式 (3.59) で表わされる状態系列のとき観測系列 O が観測される確率は式 (??) のようになる.

$$P(O|Q, \lambda) = \prod_{t=1}^T P(O_t|q_t, \lambda) \quad (3.60)$$

ただし、各観測同士は互いに独立だと仮定する. 式 (??) を書き下すと式 (3.61) が成り立つ.

$$P(O|Q, \lambda) = b_{q_1}(O_1) \cdot b_{q_2}(O_2) \cdots b_{q_T}(O_T) \quad (3.61)$$

状態系列 Q の確率は式 (3.62) のようになる.

$$P(Q|\lambda) = \pi_{q_1} a_{q_1 q_2} a_{q_2 q_3} \cdots a_{q_{T-1} q_T} \quad (3.62)$$

O と Q が同時に起こる確率は式 (3.61)、(3.62) を使って式 (3.63) のように表わされる.

$$P(O, Q|\lambda) = P(O|Q, \lambda) P(Q|\lambda) \quad (3.63)$$

O が得られる確率は式 (3.63) をすべてのあり得る状態の系列について足し合わせたものなので式 (3.64) のようになる.

$$\begin{aligned} P(O|\lambda) &= \sum_{\text{all } Q} P(O|Q, \lambda) P(Q|\lambda) \\ &= \sum_{q_1, q_2, \dots, q_T} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) \\ &\quad \cdots a_{q_{T-1} q_T} b_{q_T}(O_T) \end{aligned} \quad (3.64)$$

以上の式展開の解釈は次のようになる. まず時刻 $t = 1$ では確率 π_{q_1} で状態 q_1 になり、確率 $b_{q_1}(O_1)$ でシンボル O_1 を生成する. $t = t+1$ にし ($t = 2$)、確率 $a_{q_1 q_2}$ で状態 q_1 から状態 q_2 へ推移する. また確率 $b_{q_2}(O_2)$ でシンボル O_2 を生成する. このような過程を確率 $a_{q_{T-1} q_T}$ で状態 q_{T-1} から状態 q_T に遷移し、シンボル O_T が確率 $b_{q_T}(O_T)$ で生成されるまで繰り返す.

隠れ最適状態推定問題

この問題は観測系列 $O = \{O_1 O_2 \cdots O_T\}$ が与えられたときに最適状態

$Q = \{q_1 q_2 \cdots q_T\}$ を探索する問題である. この隠れ最適状態を推定するために利用される手法の一つに Viterbi アルゴリズムがある. ここで Viterbi アルゴリズムに必要な量を式 (3.65) により定義する.

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \dots, q_{t-1}} P[q_1 q_2 \cdots q_t = i, O_1 O_2 \cdots O_t | \lambda] \quad (3.65)$$

$\delta_t(i)$ は状態 S_i で終わる時刻 t までの観測を説明する最もその確率が高いパス (遷移系列) である. このとき式 (3.66) が成り立つ.

$$\delta_{t+1}(i) = \left[\max_j \delta_t(j) a_{ij} \right] \cdot b_j(O_{t+1}) \quad (3.66)$$

実際に状態系列を得るためには式 (3.66) を最大化する状態を各 i, j について把握していなければいけない. これを配列 $\psi_t(j)$ を経由して行う. 具体的なアルゴリズムを以下に示す.

ステップ 1: 初期化

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad 1 \leq i \leq N \quad (3.67)$$

$$\psi_1(i) = 0 \quad (3.68)$$

ステップ 2: 反復

$$\delta_t(j) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] b_j(O_t), \quad 2 \leq t \leq T, \quad 1 \leq j \leq N \quad (3.69)$$

$$\psi_t(j) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}], \quad 2 \leq t \leq T, \quad 1 \leq j \leq N \quad (3.70)$$

ステップ 3: 終了

$$P^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (3.71)$$

$$q_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (3.72)$$

ステップ 4: 状態系列のバックトラッキング

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*), \quad t = T-1, T-2, \dots, 1 \quad (3.73)$$

ステップ 4 で求めたものが最適な経路 (状態系列) となる.

パラメータ調整問題

パラメータ調整問題は HMM の中でも最も難しい問題である. パラメータを調整することで, 観測系列が観測される確率が最も大きくなるようにする. Baum-Welch アルゴリズムを用い訓練データから局所的に観測系列の観測確率を最大にするパラメータを選択することができる. Baum-Welch アルゴリズムを説明するに当たりまず変数の定義を行っておく. $\xi_t(i, j)$ を観測系列において, 与えられたモデルで時刻 t のときに状態 S_i であつた時刻 $t+1$ のときに状態 S_j である確率であるとする. つまり式 refdmeq51) のように表わされるとする.

$$\xi_t(i, j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda) \quad (3.74)$$

この $\xi_t(i, j)$ は式 (3.75)、(3.76) であるとき式 (3.77) のように表わされる.

$$\alpha_t(i) = P(O_1 O_2 \cdots O_t, q_t = S_i | \lambda) \quad (3.75)$$

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1} O_{t+2} \cdots O_T | q_t = S_i, \lambda) \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \xi_t(i, j) &= \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{P(O | \lambda)} \\ &= \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)} \end{aligned} \quad (3.77)$$

ここで時刻 t で状態 S_i である確率 $\gamma_t(i)$ を式 (3.78) で定義する.

$$\gamma_t(i) = P(q_t = S_i | O, \lambda) \quad (3.78)$$

このとき $\xi_t(i, j)$ と $\gamma_t(i)$ は式 (3.79) のような関係がある.

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j) \quad (3.79)$$

時刻 t に対して $\gamma_t(i)$ を足し合わせた $\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)$ は状態 S_i から遷移すると期待される数になり、また $\xi_t(i, j)$ を同様に時刻について足し合わせた $\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)$ は状態 S_i から状態 S_j に遷移すると期待される数になる。以上のような関係式を用い、パラメータ π 、 A 、 B の再推定を行う。再推定されたパラメータを $\bar{\lambda} = (\bar{A}, \bar{B}, \bar{\pi})$ とすると式 (3.80)~(3.82) のようになる。

$$\bar{\pi}_i = \gamma_1(i) \quad (3.80)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \quad (3.81)$$

$$\frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)} \quad (3.82)$$

再推定された $\bar{\lambda}$ の評価は以下のように行う。

1. $\bar{\lambda} = \lambda \rightarrow$ (局所的な収束状態)
2. $P(O|\bar{\lambda}) > P(O|\lambda) \rightarrow$ シンボル系列 O を出力するより最適なモデル λ を推定

Baum-Welch アルゴリズムは、学習データの尤度を最大にするようにパラメータを学習する。ただし、基本的には gradient 学習によるパラメータ収束の学習方法であるため n 、local minimum の方向にしか学習が進まない。そのため初期値が重要になる。

HMM を用いた交通機関識別

HMM ではシステムがパラメータ未知のマルコフ過程 (未来の挙動が、過去の挙動とは無関係に現在の値だけで決定される性質) であると仮定し観測可能な

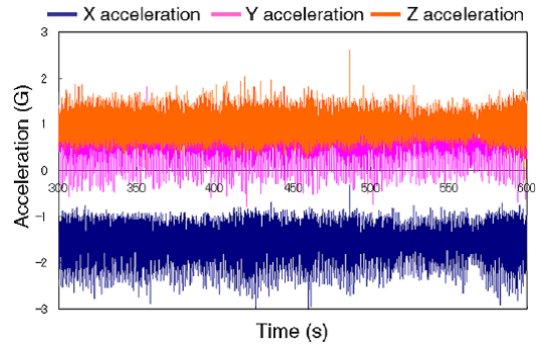


図 3.16 3 軸加速度推移: 徒歩 (Hato[4] から引用)

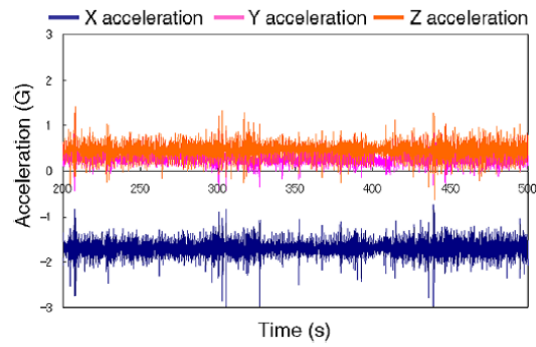


図 3.17 3 軸加速度推移: 自転車 (Hato[4] から引用)

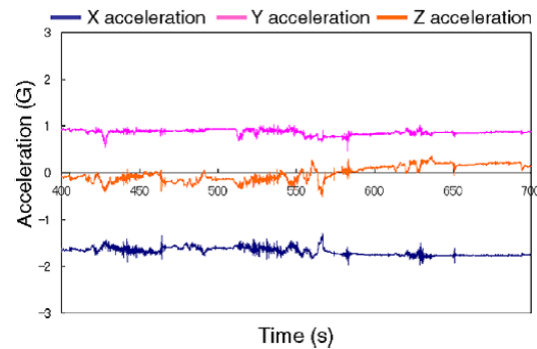


図 3.18 3 軸加速度推移: 車 (Hato[4] から引用)

情報から未知パラメータを推定する。モデル中の状態数は”滞在”、”徒歩”、”自転車”、”車”の 4 状態であり、各状態において出力シンボルの数は”移動速度”、”単位時間あたりの歩数”、”鉛直方向加速度振幅”の 3 つ (各時点における状態数を表わす) から $3 \times 4 \times 3 = 48$ シンボルとした。出力値の閾値の設定は、サンプルデータから各交通機関における各盲目の確率密度関数を重ね合わせ、境界となる値に設定する。図 3.19 は交通機関別速度の発生確率であり、車の閾値に 3.4m/s、自転車と徒歩の閾値に 1.6m/s、徒歩と滞在の閾値に 0.6m/s を設定し 4 クラスにした。図 3.20 は交通機関別単位時間あたり歩数の発生確率であり、徒歩と自転車の閾値に 1.7step/sec、自転車と徒歩及び滞在の閾値に 0.6step/sec を設定し 3 クラスにした。図 3.21 は交通機関別鉛直方向加速度振幅の発生確率であり、徒歩と自転車の閾値に 0.7G、自転車と自動車の閾値に 0.43G、自動車と滞在の閾値に 0.10G を設定し 4 クラスにした。

次に Baum-Welch アルゴリズムの適用について説明する。このアルゴリズムの目的は状態遷移確率 \mathbf{A} を求めることである。推定の際に必要な初期状態確率 $\boldsymbol{\pi}$ をランダムに与え、初期状態遷移確率 \mathbf{A}_0 を等状態遷移の場合は 0.99999、他状態遷移の場合は 0.00001 とした。これは交通機関が同じという状態が連続して起こりやすいからである。初期シンボル出力確率 \mathbf{B}_0 は真値データとの照合に得られる出力確率を与えた。この Baum-Welch アルゴリズムは gradient 学習によるパラメータ収束を用いているため、局所最大にしか

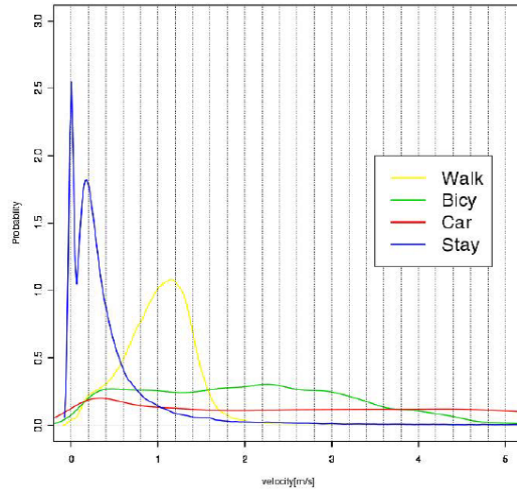


図 3.19 交通機関別、速度の発生確率 (大村 [2] から引用)

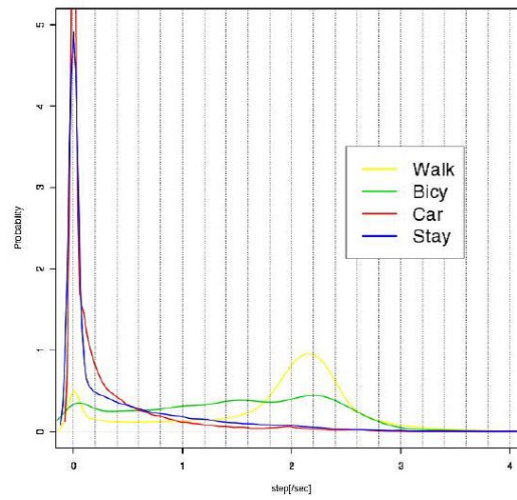


図 3.20 交通機関別、単位時間あたり歩数の発生確率 (大村 [2] から引用)

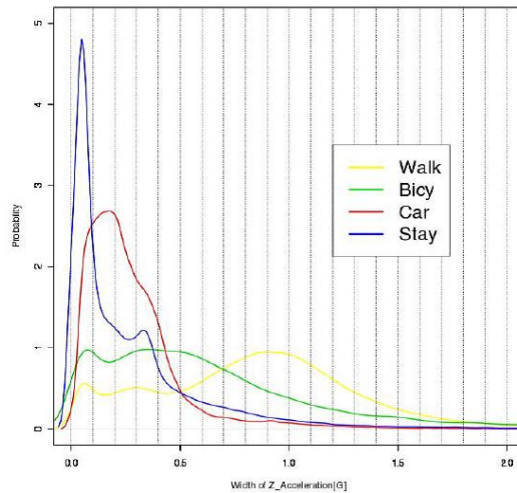


図 3.21 交通機関別、鉛直方向加速度振幅の発生確率 (大村 [2] から引用)

学習は進まない. ここで扱っている HMM はすべての状態がすべての状態に推移する可能性のあるモデルであるので推定が困難である. 従って以下で説明する Viterbi アルゴリズムでは状態遷移確率 A を等状態遷移の場合は 0.99999 、他状態遷移の場合は 0.00001 、シンボル出力確率 B を真値データとの照合により得られる確率とした. また Viterbi アルゴリズムの性質上確率 0 は 10^{-10} とした. Viterbi アルゴリズムではモデル λ がシンボル系列 O を出力する最も可能性の高い状態遷移系列を推定し、その系列に対する尤度を求めるアルゴリズムである. モデル λ を決定するパラメータ群は Baum-Whelch アルゴリズムによるパラメータ推定が行えなかったので、初期状態確率 π は等確率で $\pi = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$ とする. このとき入力する系列データは一人の一日分のデータであるが、識別精度を考慮し、ある個人の調査期間の全データとする.

(c) マップマッチング

マップマッチング基礎概念 高度道路交通システム (ITS) の分野において、経路ガイダンス、道路利用者への課金、交通流制御などを行うために、あるいは利用者に事故やバス到着時刻情報を知らせるためには自動車の位置情

報が必要となる。近年位置を正確に取得するための技術として GPS(Global Positioning System) が目覚ましい技術発展を遂げてきた。また、ストリートキャニオンなどの遮蔽物の多いところや地下トンネルのような GPS だけでは十分に位置を特定できない場所でも、方位情報や加速度情報を用いたデッドレコニング (自律航法) と呼ばれる技術によって正確な位置情報を取得できるようになってきた。このような技術を用いて取得された位置データを用い、ある時点で移動者がどの経路を利用しているのか、またその経路上のどこにしているかを特定する技術がマップマッチングである。ここではマップマッチング手法のレビューを行う。

マップマッチング基本ステップ

まずマップマッチングの基本的なステップについて説明を行う。

ステップ 1

道路ネットワークデータを準備する (図 3.22)

ステップ 2

道路ネットワーク上に測位位置データをプロットする (図 3.23)

ステップ 3

道路ネットワーク上のリンクやノードと測位位置データとの関係 (距離、角度) を定量化し通過リンクを特定する (図 3.24)

ステップ 4

リンク単位の所要時間、走行速度などパフォーマンス指標を各リンクについて算出 (図 3.25)

マップマッチングの基本的なステップは以上の通りである。リンクを特定する際の定量化の方法や、測位方法の補正などによって様々なマップマッチング手法がある。

マップマッチング手法

この節では様々なマップマッチングを行う際の手法を紹介する。マップマッチングの精度向上のために様々なアプローチが考案されてきた。アプローチの仕方を分類すると 1) 幾何解析マップマッチング手法、2) 位相幾何解析マッ

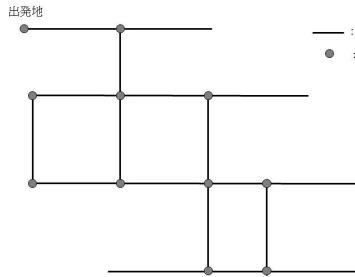


図 3.22 道路ネットワークの準備

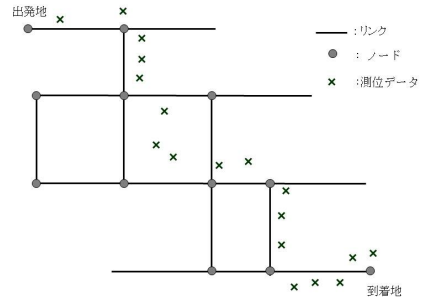


図 3.23 測位データプロット

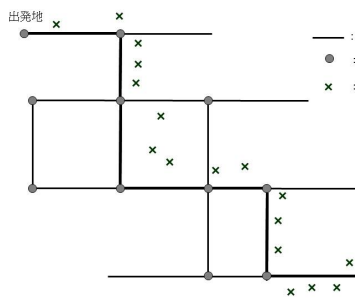


図 3.24 通過リンク特定

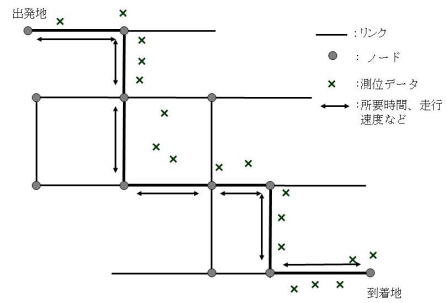


図 3.25 リンクごとの所要時間、走行速度算出

プマッチング手法、3) 確率的マップマッチング手法、4) 高度な技術を利用したマップマッチング手法の4つに分類される。この節では各手法ごとに簡単な紹介を行う。

1): 幾何解析マップマッチング手法

幾何解析マップマッチング手法はリンクの道路ネットワークデータの形状のみを考慮した手法である。幾何解析手法で最も利用される手法は **point to point** といわれるマッチング手法である [6]。この手法は測位点をネットワーク上の最も近いノードにマッチングするという簡単な手法であり、実行も容易で計算もとても速い。以下にステップを示す。

ステップ 1

測位点と道路ネットワーク上のすべてのノード (交差点など) の距離を計算する

ステップ 2

測位点を最も距離が小さいノードへマッチングする

ステップ 3

すべての測位点について計算すれば終了、そうでなければステップ 1 へ

しかしながら、この手法は道路ネットワークの形状に大きく影響を受ける。例えば図 3.26 をみると、距離の観点からだと、 P はリンク A 上へマッチングされることが適切であるにもかかわらず、一番近いノードは B_2 なので、リンク B 上にマッチングされる。したがって **point to point** 手法では、図 3.27 のように多くのノードがあるネットワークの方が正確にマッチングされることになる。別の幾何解析アプローチに **point to curve** といわれるマッチング手法がある [6],[7]。これは先ほどの **point to point** マッチングと類似しているが、測位点をネットワーク上の最も近いリンクにマッチングする手法である。図 3.28 を見ると、 P とリンク A 、 B との距離は d_A 、 d_B で表され、今 $d_A > d_B$ なので、測位データ P はリンク A にマッチングされる。以下にステップを示す。

ステップ 1

測位点とネットワーク上のすべてのリンク (道路) の距離を計算する

ステップ2

測位点を最も距離が小さいリンクへマッチングする

ステップ3

すべての測位点について計算すれば終了、そうでなければステップ1へ

point to curve は **point to point** マッチングよりも正確にマッチングが可能であるが、図 3.29 において、移動者はリンク **A** を利用している可能性が大きいが、 P_2 はリンク **B** の方がその距離が近いのでリンク **A** ではなくリンク **B** にマッチングされてしまう。これは実際の適用を考えた場合、密度の高いネットワークでは誤ったマッチングが増えてしまう可能性があることを示している。これら二つのマッチング手法に近いが、それより精度がよい手法として **curve to curve** マッチングがある [6],[7],[8]。以下にステップを示す。

ステップ1

point to point マッチングにより、測位点をマッチングする候補となるノードを探索する

ステップ2

候補ノードをつなぎ候補リンクを作成する

ステップ3

候補ノードを結び候補経路を作成する

ステップ4

測位点を結びその軌跡との距離の和を計算する

ステップ5

すべての候補経路のうち最も距離が小さい経路を真の経路に決定する

図 3.33 では水色の経路にマッチングされる。最後に RRFRoad reduction filter) といわれる手法を紹介する [9]。この手法は、まず候補となる道路をすべて列挙して、間違っている道路を機械的に取り除いていく手法である。まず **curve to curve** マッチングによって候補経路を探索する。その後測位位置

データと比較することでマッチングを行う。ここでは差分 GPS (VDGPS) が用いられる。これは正確に位置の分かっている場所を参照点として受信機をおき、そこでの観測データから未知点と参照点に共通な誤差から位置の補正を行うための手段である。ステップを以下に示す。

ステップ 1

測位点と道路ネットワークの上のリンクとの距離を計算し最も近い道路ネットワーク上に投影する

ステップ 2

VDGPS を用いて位置を修正する

ステップ 3

次の時点の測位点とステップ 2 で生成した修正点によって新たな点を生成する

ステップ 4

ステップ 3 で生成した点を道路ネットワーク上に投影する

ステップ 5

道路ネットワークが 1 つに定まれば終了、そうでなければステップ 1 からステップ 4 を繰り返す

2): 位相幾何解析マップマッチング手法

位相解析マップマッチング手法は幾何的な情報に加え、リンクの接続性、連続性をもとにマッチングを行う [10]。このマッチングでは、連続する測位位置データが道路ネットワーク上のどのリンク上にマッピングされるかを、距離だけでなく、リンクデータと位置データの交差角度、相対角度距離などから決定する (リンク決定フェイズとする)。その後、速度と進行方向角度によってリンク上のどの位置にあるのかを決定する (位置決定フェイズとする)。リンクとリンク上の位置を決定したのち、測位データが現在のリンク上にあるのか、つまり交差点に入ったかどうかを確認する (リンク確認フェイズとする)。

リンク決定フェイズ

リンクはいくつかの評価指標の重みつき総和で決定される。利用する評

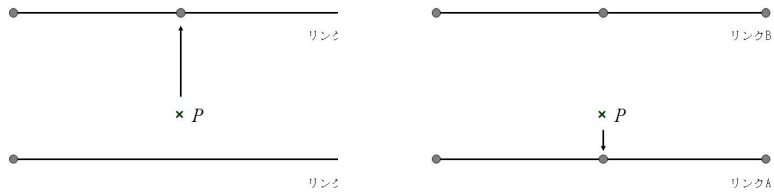


図 3.26 point to point: 誤ったマッチング例 図 3.27 point to point: 正しいマッチング例

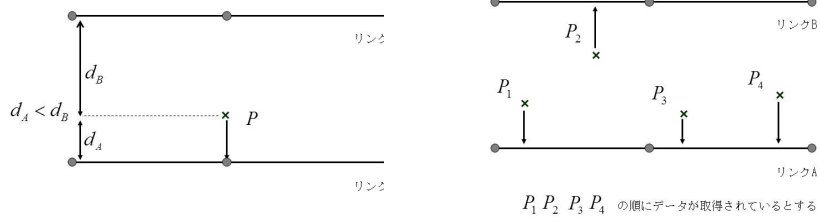


図 3.28 point to curve マッチング 図 3.29 point to curve: 誤ったマッチング例

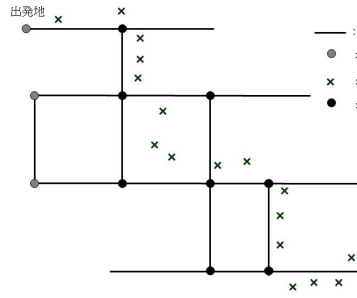


図 3.30 curve to curve: ステップ 1 候補ノード探索

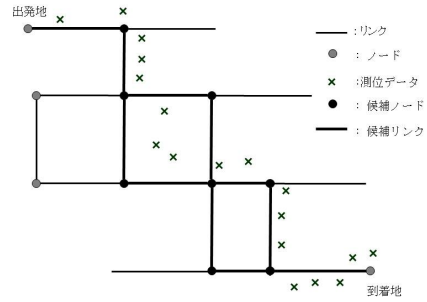


図 3.31 curve to curve: ステップ 2 候補リンク探索

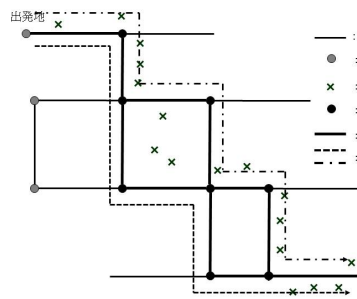


図 3.32 curve to curve: ステップ 3 候補ルート探索

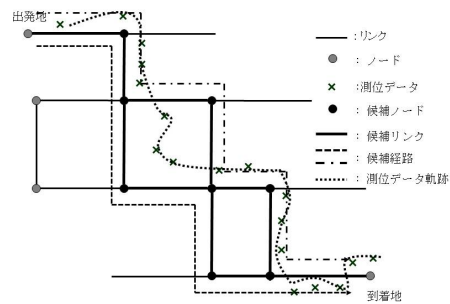


図 3.33 curve to curve: ステップ 4 位置データ軌跡と候補ルートの距離計算

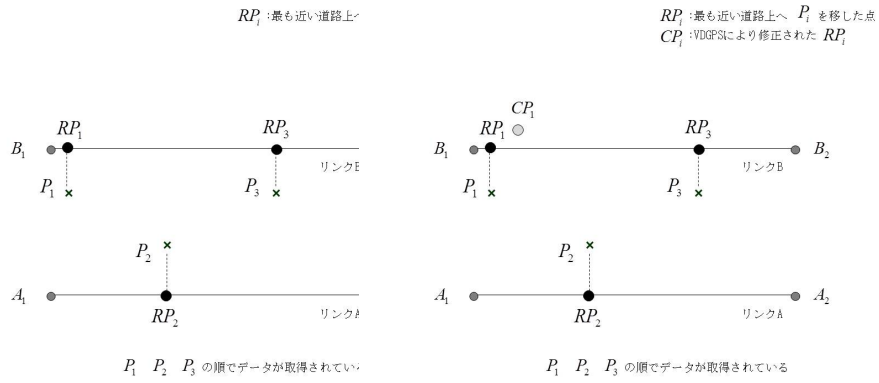


図 3.34 RRF: ステップ 1 測位データを道路ネットワークに投影
 図 3.35 RRF: ステップ 2 VDGPS を用いて位置を修正

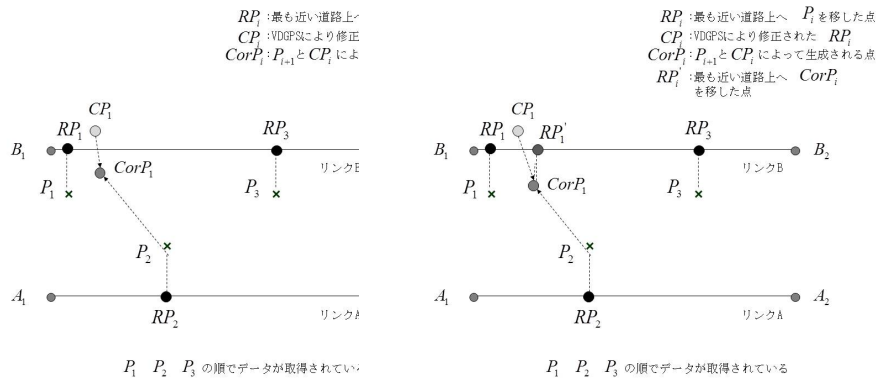


図 3.36 RRF: ステップ 3 次の時点での測位データと修正データで新たな位置を生成
 図 3.37 RRF: ステップ 4 再修正したデータを道路ネットワークに投影

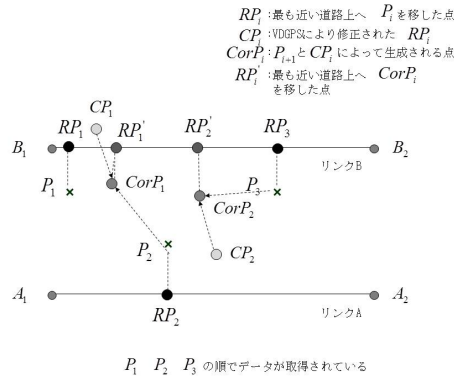


図 3.38 RRF: ステップ 5 繰り返し

評価指標は 1) 測位位置データの進行方向とリンク方位角の差、2) 測位位置データとリンクの近接性、3) 測位位置データのリンクに対する相対位置、の 3 つである。

1) 進行方向とリンク方位角の差

図 3.39 において $P_1 \sim P_3$ がリンク 1 にあると決定されているとき、 P_4 がどのリンクにあるかを決定する。このとき候補となるのはリンク 2,3,4 である。図中北(上)方向と進行方向がなす角度を β 、北(上)方向と各リンクがなす角度を $\beta_i (i = 2, 3, 4)$ とする。このとき $\Delta\beta = \beta - \beta_i$ とし、 β' を式 3.83 と定義する。このとき式 3.84 で表わされる WS_H を進行方向とリンク方位角差の重みつきスコアとする。ただし、 A_H は正のパラメータである。 $\Delta\beta'$ が小さくなれば、つまり、進行方向とリンク方位角の差が小さければ小さいほどこのスコアは大きくなり、そのリンクにマッチングされる確率が大きくなる。ここで WS_H は進行方向とリンクと方位角の差の重みスコア、 $A_H (> 0)$ は重みパラメータである。

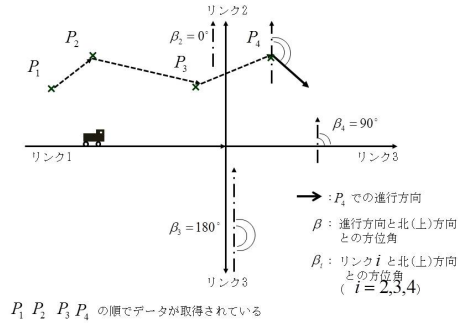


図 3.39 測位位置データの進行方向とリンク方位角差

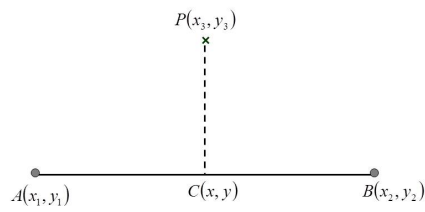


図 3.40 リンクとの近接性: 最短距離

$$\Delta\beta' = \begin{cases} \Delta\beta, & \text{if } -180^\circ \leq \Delta\beta \leq 180^\circ \\ 360^\circ - \Delta\beta, & \text{if } \Delta\beta > 180^\circ \\ 360^\circ + \Delta\beta, & \text{if } \Delta\beta < -180^\circ \end{cases} \quad (3.83)$$

$$WS_H = A_H \cos(\Delta\beta') \quad (3.84)$$

2) 測位位置データとリンクの近接性

測位位置データのリンクに対する相対位置には二つの評価指標がある。1つは測位位置データと候補リンクの最短距離 (位置データから候補リンクへの垂線の長さ) で、もう1つが連続する2つの位置データを結んだときの線と、候補リンクが交差する場合の角度である。

a) 最短距離

図 3.40 において P は測位位置データ、 AB は道路ネットワーク上のリンク、 C は P からリンク AB に下ろした垂線の足を表わす。このとき、 PC の大きさは式 (3.85) のようになる。

$$D = \frac{x_3(y_1 - y_2) - y_3(x_1 - x_2) + (x_1y_2 - x_2y_1)}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \quad (3.85)$$

この距離 D が小さくなれば測位データとリンクの近接性は大きくなるので、最短距離についての評価指標は式 (3.86) のようになる。

$$WS_{PD} = A_P/D \quad (3.86)$$

ここで、 WS_{PD} は測位データとリンクの近接性の最短距離についての評価指標、 $D(> 0)$ は測位データから道路ネットワーク上のリンクへの垂直距離、 A_P は重みづけパラメータを表わす。

b) 連続する2点を結ぶ線と候補リンクが交差する角度

連続する測位データ、 $P(x_{i-1}, y_{i-1})$ と $P(x_i, y_i)$ と道路ネットワーク上の候補リンク l が交差しているときその角度が θ (鋭角) のとき、連続する2つの測位データと候補リンクの角度に関する評価指標は式 (3.87) のようになる。

$$WS_{PI} = A_P \cos(\theta) \quad (3.87)$$

ここで WS_{PI} は交差角度に関する評価指標を表わし、もし連続する2点を結ぶ線と候補リンクが交差していなければ0とする。

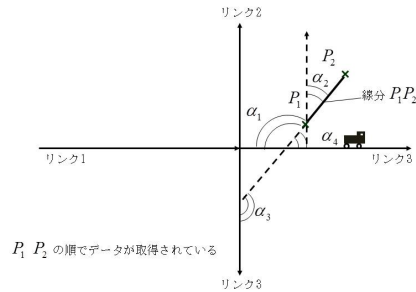


図 3.41 候補リンクに対する相対位置

3) 測位位置データのリンクに対する相対位置

図 3.41 において $P(x_i, y_i)$ は測位データ、 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ はリンク 1 ~ リンク 4 からの測位データの相対位置を表わす角度とする. 図 3.41 において測位データはリンク 2 かリンク 3 にマッピングされるのが適当であると考えられるので、角度が小さければ小さいほどそのリンクにマッチングされる確率が高くなる. したがって候補リンクからの相対位置についての評価指標は式 (3.88) のようになる.

$$WS_{RP} = A_{RP} \cos(\alpha) \quad (3.88)$$

WS_{RP} は候補リンクに対する相対位置に関する評価指標、 $\alpha \leq 180$ は測位データと最も近いノードを結んだ線と候補リンクがなす角度、 A_{RP} は重みづけパラメータである.

すべての重み付きの評価指標を足し合わせたものを TWS とすると式 (3.89) のようになる.

$$TWS = WS_H + (WS_{PD} + WS_{PI}) + WS_{RP} \quad (3.89)$$

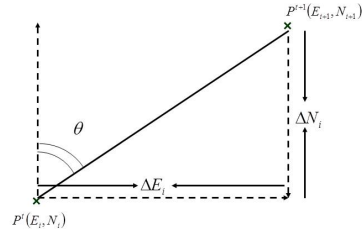


図 3.42 位置決定フェイズ: 速度と進行方向から推定

この *TWS* によって道路ネットワークのどのリンク上にあるのかを決定する.

位置決定フェイズ

リンク上のどの位置にあるのかを進行方向と速度 v によって決定する. 図 3.42 において P^t と P^{t+1} はあるリンク A 上の時刻 t 、 $t+1$ の自動車の位置を表すとす. P^t における速度が v であるから式 (3.90) が成り立つ.

$$\begin{aligned}\Delta E_i &= (v * 1) \sin \theta \\ \Delta N_i &= (v * 1) \cos \theta\end{aligned}\quad (3.90)$$

したがって P^{t+1} における自動車の位置は式 (??) による.

$$\begin{aligned}E_{i+1} &= E_i + \Delta E_i \\ N_{i+1} &= N_i + \Delta N_i\end{aligned}\quad (3.91)$$

このようにリンク上の位置を決定する. 測位位置を決定するのに GPS/DR のセンサデータとデジタルロードマップ上の位置データを用いる手法もある. 図 3.43 において GPS/DR によって測位された点を P^S 、測位された点を道路ネットワーク上のリンクに投影したものを

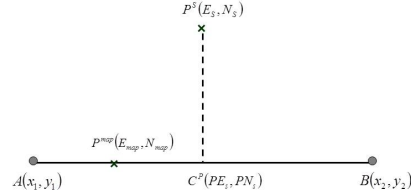


図 3.43 位置決定フェイズ: デジタルマップと測位データ平均から推定

C^P 、デジタルマップからの点を P^{map} とする。リンクの両端のノード A 、 B の座標と測位データの座標を用いると C^P の座標は式 (3.92) のように表わされる。

$$\begin{aligned} PE_s &= \frac{(x_2 - x_1)[E_s(x_2 - x_1) + N_s(y_2 - y_1)] + (y_2 - y_1)(x_1 y_2 - x_2 y_1)}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ PN_s &= \frac{(y_2 - y_1)[E_s(x_2 - x_1) + N_s(y_2 - y_1)] - (x_2 - x_1)(x_1 y_2 - x_2 y_1)}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned} \quad (3.92)$$

今 P^{map} と C^P は独立であるので、自動車の位置は式 (??) のようにそれぞれの重みづけ平均で推定される。

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \left(\frac{\sigma_{E_s}^2}{\sigma_{E_s}^2 + \sigma_{map}^2} \right) E_{map} + \left(\frac{\sigma_{map}^2}{\sigma_{E_s}^2 + \sigma_{map}^2} \right) PE_s \\ \hat{N} &= \left(\frac{\sigma_{N_s}^2}{\sigma_{N_s}^2 + \sigma_{map}^2} \right) N_{map} + \left(\frac{\sigma_{map}^2}{\sigma_{N_s}^2 + \sigma_{map}^2} \right) PN_s \end{aligned} \quad (3.93)$$

\hat{E} 、 \hat{N} は推定された位置、 σ_{map}^2 は E_{map} に関する誤差分散、 $\sigma_{E_s}^2$ は E_s に関する誤差分散、 $\sigma_{N_s}^2$ は N_s に関する誤差分散を表わす。

リンク確認フェイズ

正しいリンクにマッチングしたのち、測位データが現在のリンクにあるのかどうかを確認する。基準は以下の2点である。

1. 二つの連続する線 (つまり $P(x_i, y_i)$ と $P(x_{i+1}, y_{i+1})$ を結んだ線と $P(x_{i+1}, y_{i+1})$ と $P(x_{i+2}, y_{i+2})$ を結んだ線) の進行方向角度が 45° より大きいか
2. 二つの連続する測位点の進行方向角度が 45° より大きいか、また α (測位点と最も近いノードを結んだ線とリンクのなす角度) が 90° より大きいか

もしこれらの条件が満たされれば、自動車は交差点に入ったとみなし、再びリンク決定フェイズに戻る。

以上のマップマッチングアルゴリズムを以下に示す。

ステップ 1

最初の測位点と最も近いノードを探索する

ステップ 2

ステップ 1 で探索した最も近いノードを通るすべてのリンクを選択する

ステップ 3

式 (3.89) で表わされる重みづけ式を用いて正しいリンクを決定する (このとき最初の測位点と次の測位点はこのリンクにマッチングされる)

ステップ 4

式 (3.93) を用いてリンク上の位置を決定する

ステップ 5

$\Delta\beta' < 45^\circ$ 、 $\alpha \leq 90^\circ$ を確認しもし満たされていれば式 (3.93) によりリンク上の位置を決定することを継続し、もし満たされていなければステップ 1 へ戻る

ステップ 6

すべての測位点がマッチングされるまでステップ 5 を継続する

3): 確率的マップマッチング手法

確率的手法マップマッチング手法ではセンサーから取得された測位データ周辺に楕円や円形の信頼域を定義することが必要となる。この技術は DR セン

サからの位置をマッチングさせるのに初めて導入された [11]. また GPS センサから取得されたデータに対しても利用され、エラー領域は GPS 測位データの誤差分散から導くことが提案された [12]. ここではより精度の高い確率的マップマッチング手法を紹介する [13]. このマップマッチング手法においても位相幾何マップマッチング手法と同様にマッチングするリンクを決定したのちにリンク上の場所を決定する. 確率的マップマッチングではリンクを決定する段階で確率的手法が用いられている. 図 3.44 において測位データが P だとすると、その周囲の楕円形がエラー域として定義され、このエラー域内にあるリンクが候補リンクとなる. 図 3.44 の場合候補リンクは”リンク 3”となる. エラー域は図 3.45 のように長方形を用いることもできる. このとき楕円の軸の長さ a 、 b は式 (3.94)、(3.95) のように表わされる.

$$a = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right)} \quad (3.94)$$

$$b = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right)} \quad (3.95)$$

また楕円形が図 3.44 中の上矢印からどれだけ傾いているかを表わす ϕ は式 (3.96) のように表わされる.

$$\phi = \pi/2 - \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \right) \quad (3.96)$$

ここで σ_x^2 と σ_y^2 は測位位置の分散、 σ_{xy} は共分散、 $\hat{\sigma}_0$ は拡張係数を表わす. 拡張係数は GPS の軌道が安定していないこと、大気伝搬、様々な伝搬経路を通ること、受信者側のノイズなどを補うための定数で 3.03 がよいとされている [12]. 図 3.46 にこのリンク決定アルゴリズムのフローを示す. リンクが決定した後は位相幾何マップマッチングのときと同様にリンク上の位置を決定する.

4): 高度な技術を利用したマップマッチング手法

この節ではカルマンフィルタ、パーティクルフィルタ [15]、DDR などより高

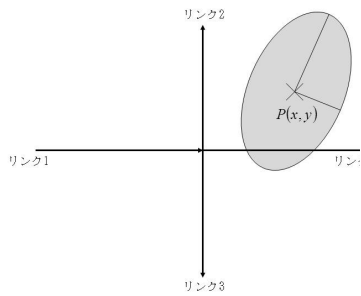


図 3.44 信頼区域: 楕円形

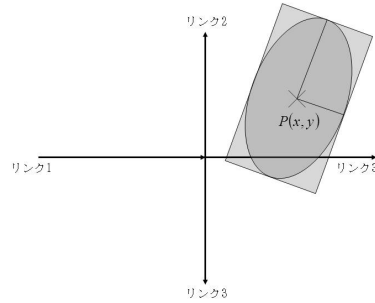


図 3.45 信頼区域: 長方形

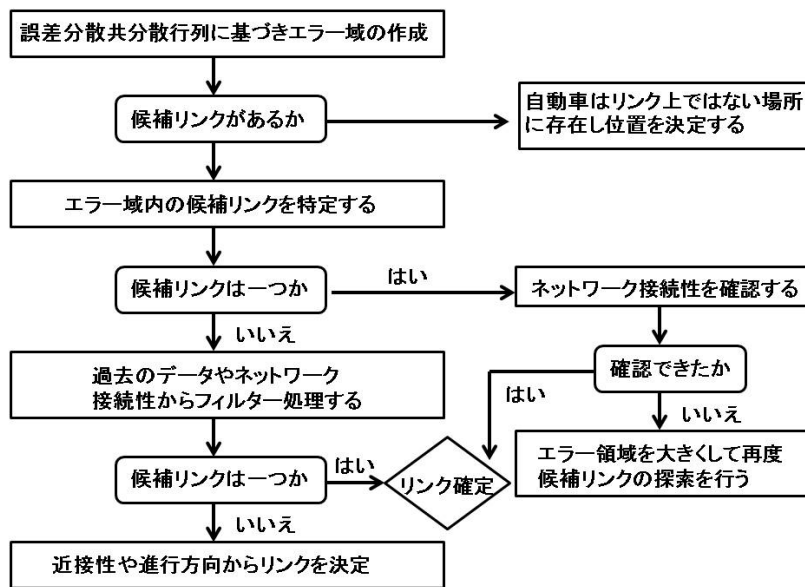


図 3.46 リンク決定アルゴリズム フローチャート

度な概念を用いたマップマッチング手法を紹介する。カルマンフィルタ ここではカルマンフィルタを用いたマップマッチング手法について説明する [16]. カルマンフィルタとはシステムや観測値に様々なランダムなノイズがのっているときにそれぞれのノイズの大きさに応じて適切な重みづけを行い、変化していくシステムの状態を精度よく推定するための手法である。今、自立航法 (*DeadReckoning*) によって取得したデータを $\mathbf{j}(i)$ 、実際の走行軌跡の候補データを $\mathbf{m}(i)$ としたとき、 \mathbf{m} と \mathbf{j} を観測モデル式 (3.97) と状態モデル式 (3.98) でモデル化する。

$$\mathbf{j}(i) = \mathbf{M}(i) \mathbf{X}(i) + \mathbf{v}(i) \quad (3.97)$$

$$\mathbf{X}(i+1) = \mathbf{X}(i) \quad (3.98)$$

ただし $\mathbf{M}(i)$ 、 $\mathbf{X}(i)$ はそれぞれ式 (3.99) で表わされるとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(i) &= [\mathbf{m}(i-2) \ \mathbf{m}(i-1) \ \mathbf{m}(i) \ \mathbf{m}(i+1) \ \mathbf{m}(i+2)] \\ \mathbf{X}(i) &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \end{aligned} \quad (3.99)$$

観測モデル、状態モデルでカルマンフィルタを用いて $\mathbf{X}(i)$ の推定値 $\hat{\mathbf{X}}(i)$ を求める。ここではその推定法については割愛する。推定値と実測値の差であるイノベーション $\mathbf{v}(i)$ を式 (3.100) によって計算する。

$$\mathbf{v}(i) = \mathbf{j}(i) - \hat{\mathbf{X}}(i) \quad (3.100)$$

カルマンフィルタのイノベーションは平均値 0 のガウス性白色雑音であるという性質がある。したがって複数の走行軌跡の候補が与えられた場合、それぞれの候補に対してイノベーションを求め、その白色度が最も高いものが真の走行軌跡であるとする。イノベーションの白色度を評価するものとして式 (3.101) を用いる。

$$\rho_v = \frac{1}{(N-1)\sigma_v^2} \sum_{k=0}^{N-2} \{\mathbf{v}(k) - \mathbf{m}\} \{\mathbf{v}(k+1) - \mathbf{m}\} \quad (3.101)$$

ただし \mathbf{m} は $\mathbf{v}(i)$ の平均値である。今状態モデル式 (3.98) は自動車が急に進行方向を変化させないという仮定を置いている。したがって、急激に進行方向が変わった場合すなわち式 (3.102) が成り立つとき

$$|m(i) - m(i - k)| > \varepsilon, \quad k = -2, -1, 1, 2 \quad (3.102)$$

$m(i - k) = m(i)$ として $X(i)$ の推定を行う。

パーティクルフィルタ

パーティクルフィルタは、観測モデルとして非線形の任意のモデルを適用できるため、画像などの観測過程が複雑なコンピュータビジョン等で多く用いられている。前節のカルマンフィルタは誤差が正規分布に従う場合用いることができないのでパーティクルフィルタを利用することができる。自動車に関する位置データで分析を行う場合、まずマップマッチングを行う。しかし速度が低下している交差点近傍で位置補正を行う際は、移動時よりも誤差によるばらつきが有意になることがあるため、誤ったマップマッチングが発生しやすい。そこでパーティクルフィルタを用いた位置補正をあらかじめ行うことで、交差点近傍でのマップマッチングの精度を向上させる。パーティクルフィルタは、時刻 t における観測値 θ_t から状態ベクトル x_t の事後確率である確率密度関数 $P(x_t|\theta_t)$ を推定する。この事後確率 $P(x_t|\theta_t)$ は、ベイズの定理により以下の式 (3.103) に置換される。

$$P(x_t|\theta_t) = \frac{P(y_t|x_t) \cdot P(x_t|\theta_{t-1})}{P(y_t|\theta_{t-1})} \quad (3.103)$$

$$P(x_t|\theta_{t-1}) = \int P(x_t|x_{t-1}) \cdot P(x_{t-1}|\theta_{t-1}) dx_{t-1} \quad (3.104)$$

まず $t - 1$ の状態をもとに抽出されたパーティクル群 $P(x_{t-1}|\theta_{t-1})$ を選択し、対象領域に拡散する。これを事前分布とする。つぎに、運動モデル $P(x_t|x_{t-1})$ を用い、パーティクル群を一定の規則に基づいて誤差を加えた形で移動させる (拡散: 運動モデルを用いる (後述))。さらに、各パーティクルに対しその尤度を計算する (重み付け (後述))。最後にリサンプリングを実施し尤度の高いパーティクルについては複数個サンプリングされ、低いものに関しては消滅する。このとき最も尤度の高いパーティクルが集中する位置を推定値として位置を確定する。

運動モデル

パーティクルフィルタでは、推定対象の動作時性をモデル化したもので、モデルの精度を左右するものである。ここでは速度が低下している交差点近傍で位置補正を行う際、誤差項が小さくなるように定式化を行う。現時刻 t における i 番目のパーティクルの状態ベクトル \mathbf{x}_t の運動モデル式は式 (3.105) のようになる。

$$\mathbf{x}_t^i = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t \\ \mathbf{b}_t \\ \mathbf{V}\mathbf{a}_t \\ \mathbf{V}\mathbf{b}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{t-1} \\ \mathbf{b}_{t-1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{V}\mathbf{a}_{t-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{V}\mathbf{b}_{t-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

(\mathbf{a}, \mathbf{b}) は 2 次元平面座標、 $(\mathbf{V}\mathbf{a}, \mathbf{V}\mathbf{b})$ は速度を表わす。 $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ は分散の大きさを表わすパラメータであり、 $\boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(\mathbf{1}, \boldsymbol{\sigma}^2)$ 、 $\boldsymbol{\xi} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}^2)$ は正規乱数を表わしている。

重み付け

重み付けは、観測モデルを用い、パーティクルの重みを評価する。観測モデルは、あらかじめ状態空間内で観測される値の分布状況を測定し、これを学習データとしてモデル化したものである。観測モデルでは、現時刻における観測値とパーティクルが示す状態量を入力する。入力した状態量において入力した観測値が観測される確率密度を求める。この確率密度から、そのパーティクルが示す状態量における移動体の存在尤度を決定し、重みに反映する。ここでは各パーティクルから現時刻 t における観測値 \mathbf{y}_i までの距離の逆数を尤度とする。

図 3.47 にパーティクルフィルタの概念図を示す。以上のような流れでパーティクルフィルタを用いて測位位置データを補正することでマップマッチングの精度を向上させる。

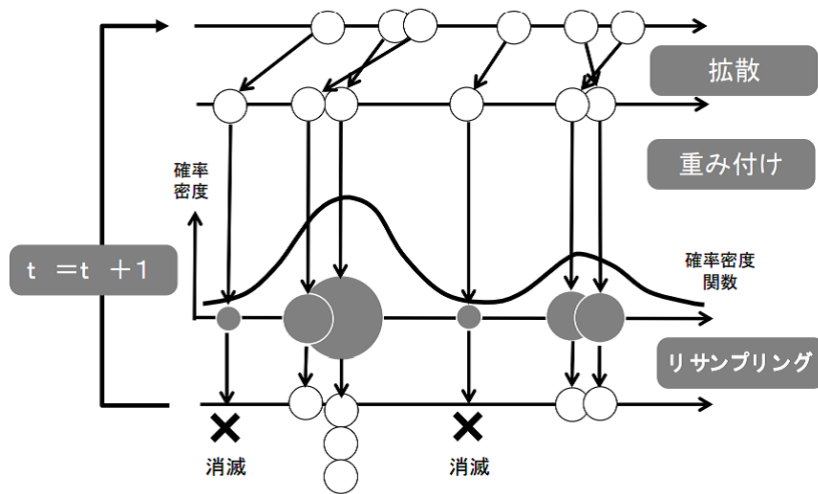


図 3.47 パーティクルフィルタ概念図 (三谷, 羽藤 (2009)[15] から引用)

参考文献

- [1] 高橋厚年, 朝倉康夫, 羽藤英二: 移動体通信システムによる交通行動データ特性に関する基礎的分析, 土木計画学研究 講演集, Vol.22, pp.413-416, 1999
- [2] 大村朋之: 位置-加速度情報を用いた交通機関識別と移動負荷モデルの開発, 修士課程学位論文, 東京大学, 2011
- [3] 村上仁一, 確率的言語モデルによる自由発話認識に関する研究, 博士課程学位論文, 豊橋技術科学大学, 2003
- [4] Eiji Hato: Development of behavioral context addressable loggers in the shell for travel-activity analysis, Transportation Research Part C, Vol. 18, pp. 55-67, 2010
- [5] C.M. ビショップ: パターン認識と機械学習 下 - ベイズ理論による統計的予測,
- [6] Bernstein, D., Kornhauser, A. : An introduction to map-matching for personal navigation assistants,?,1996
- [7] White, C.E., Bernstein, D., Kornhauser, A.L.: Some map-matching algorithms for personal navigation assistants. Transportation Research Part C, Vol. 8, pp.91-108,200

- [8] Phuyal, B.: Method and use of aggregated dead reckoning sensor and GPS data for map-matching, In: proceedings of the Institute of Navigation (ION) annual conference, Portland, OR (20-27 September), 2002
- [9] Taylor, G., Blewitt, G., Steup, D., Corbett, S., Car, A.: Road reduction filtering for GPS-GIS navigation, Transactions in GIS, Vol. 5, pp. 193-207, 2001
- [10] Quddus, M.A., Ochieng, W.Y., Zhao, L., Noland, R.B.: A general map-matching algorithm for transport telematics applications, GPS Solutions, Vol.7 , pp. 157-167, 2003
- [11] Honey, S.K., Zavoli, W.B., Milnes, K.A., Phillips, A.C., White, M.S., Loughmiller, G.E.: Vehicle navigational system and method, United States Patent No., 4796191, 1989
- [12] Zhao, Y.: Vehicle Location and Navigation System. Artech House, Inc., MA., 1997
- [13] Ochieng, W.Y., Quddus, M.A., Noland, R.B.: Map-matching in complex urban road networks, Brazilian Journal of Cartography (Revista Brasileira de Cartografia), Vol. 55(2), pp. 1-18.
- [14] Najjar, M.E., Bonnifait, P.: A roadmap matching method for precise vehicle localization using belief theory and Kalman filtering. In: The 11th International Conference in Advanced Robotics, Coimbra, Portugal, 2003
- [15] 三谷卓摩, 羽藤英二:パーティクルフィルタを用いた空間データの自動作成法, 土木計画学研究・講演集, Vol.40, CD-ROM, 2009.
- [16] Jo, T., Haseyama, M., Kitajima, H.: A map-matching method with the innovation of the Kalman filtering, IEICE Trans. Fund. Electron. Comm. Comput. Sci. E79-A, pp. 1853-1855, 1996

3.1.2 行動データの分析

本節では、実際の行動データに対する応用例を示す。

(a) 活動パターン分析

sequential alignment method

活動パターンの分類は行動分析における一つの重要なトピックである。活動パターンの分析は主に空間情報や社会経済変数を用いて行われ、活動パターン生成シミュレータを用いた需要予測や交通シミュレーションの評価などに用いられる。従来より用いられてきた方法として活動パターン同士のユークリッド距離を用いて相互の関係を評価する方法があるが、この方法では活動の連続性を評価することができない。遺伝子配列の分析や言語処理では活動の連続性(系列)を考慮した類似度の指標が用いられているが、一次元の配列パターンの評価であることが多く、交通分野において対象とする空間や時間、社会経済変数など(図 3.48) 多次元の情報とその相互作用を扱うには不十分で



図 3.48 活動パターン例

ある. Chang-Hyeon et al(2002) では, 従来の一次元の sequential aliment method を多次元の変数に拡張した分析手法を示した.

問題の定義

2つの多次元アクティビティパターン(ソースパターン, ターゲットパターン)を比較する問題を考える. ここで, それぞれのアクティビティパターンは, K 次元の属性を持ち, それぞれ m, n 次元のシーケンスを持つとする. このとき, ソースパターン s とターゲットパターン g を比較するとは, $K \times m$ のマトリクスと $K \times n$ のマトリクスを比較することになる.

$$s = s[s_1 \cdots s_k \cdots s_K]' \quad (3.106)$$

ただし,

$$s_k = s_k[s_{k0} \cdots s_{ki} \cdots s_{km}] \quad (3.107)$$

$$g = g[g_1 \cdots g_k \cdots g_K]' \quad (3.108)$$

ただし,

$$g_k = g_k[g_{k0} \cdots g_{ki} \cdots g_{kn}] \quad (3.109)$$

ここで, s_k, g_k はそれぞれソースパターン, ターゲットパターンの k 番目配列の属性ベクトルである.

類似度の定義と計算例

Moves in the table	Operations meant	Resulting s	Cumulative cost
arrow ① (1st diagonal move)	<i>identity</i> of A: $A=A$	ACB	0
arrow ② (horizontal move)	<i>insertion</i> of B after A	ABCB	1
arrow ③ (2nd diagonal move)	<i>identity</i> of C: $C=C$	ABCB	1
arrow ④ (vertical move)	<i>deletion</i> of B at the last	ABC	2

図 3.50 類似度コスト途中計算例 (Chang-Hyeon et al(2002))

簡単のため、まず一次元の属性におけるアクティビティパターンの比較を考える。ここで、2つのアクティビティの類似度を、2つのパターンが同じ配列になるために必要な最小の配列要素の操作（削除、挿入、置換、同一）コストによって2つのアクティビティ間の類似度を定義する。この手法を *sequential alignment method* と呼ぶ。

図 3.49 には、類似度コスト計算の例を示した。ここでは、 $s = s[ACB], g = g[ABC]$ のパターンを考え、 s が g と等しくなるための最小コストをもつ操作パターンを求める。ただし、削除、挿入、置換、同一のコストをそれぞれ 1,1,2,0 とする。

具体的な計算は、動的計画法を用いて直前の操作と最小コストを記憶しながら図 3.49 の表を埋めていく。図 3.50 に途中計算例を示した。この例では、最適な操作パターンは（同一、挿入、同一、削除）となり、そのときのコストは 2 となる。

多次元への拡張

前節で述べた手法は、2つのパターンを同一にするための最小オペレーションコストであり、それぞれのパタンの連続性（順序）を考慮した類似度計算手法といえる。ただし、単一の属性における系列類似度の評価であり多次元の属性間の相互依存性を考慮した系列類似度評価は行えない。 Chang-Hyeon

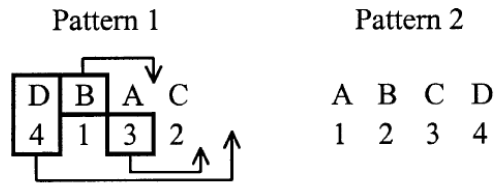


図 3.51 2次元の類似度概念 (Chang-Hyeon et al(2002))

et al(2002) は、この手法を多次元に拡張し、多次元の属性の各操作の set を一つの操作としてみなす方法を提案している。多次元の属性に関する操作の組み合わせを一つの操作とみなし評価する方法といえる。具体的な例を図 3.51 に示した。一次元の操作であれば、D の削除、挿入と 4 の削除、挿入は別々の操作となり、図 3.51 の例では合計 8 回の操作が必要となるが、提案手法では D, 4 の削除、挿入をセットで一つの操作としてみなすため、全体で 6 回の操作となる。

このように集合での操作を認める場合、そのコストをどう設定するかが問題になる。従来法では、集合内の 2 つの操作コストの平均、中央値、最大値をとるなどの方法が存在するが、ここでは最大値を用いて以下のように定義する。

$$\max(\beta_1, \beta_2) \times w_d \quad (3.110)$$

ただし、 w_d は削除コスト、 β_k は k 番目の属性の重みとする。このように置くことで、多次元の属性が同時に生じることを表現することができる。現実的には、すべての組み合わせを考慮することは非常に計算コストが高いため、次に示すようなヒューリスティックな工夫によって計算コストを低減する。

多次元パターンの計算手法

具体的な多次元での計算手法を以下に述べる。

ステップ 1

各属性における一次元での最小コスト (操作パターンを求める)

以下のように、各属性での操作とその位置を記憶する.

$$O_{k,l} = \{p | p = d(i, k) \vee i(j, k) \vee s(i, j, k)\} \quad (3.111)$$

ただし、 $i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}, 1 \leq k \leq K$

ここで、 $O_{k,l}$ は k 番目の属性系列の l 番目の一次元オペレーションを表す。 $d(i, k)$ は i 番目の要素の削除、 $i(j, k)$ は j 番目への要素の挿入、 $s(i, j, k)$ は i 番目から j 番目の要素への置換を表す.

ステップ 2

ステップ 1 で求めた一次元の属性での最小コスト操作パターンを多次元の属性間のアライメント操作へ統合する

ここで、 T_k を k 番目の一次元のオペレーション集合とすると、その組み合わせ集合は T は以下のように与えられる.

$$T = \prod_{k=1}^K T_k \quad (3.112)$$

また、 O^t を t 次元のオペレーションセットとすると、以下のように書ける.

$$O^t = \{p | p = d(i, k) \vee i(j, k) \vee s(i, j, k)\} \quad (3.113)$$

【具体例】

今、次のような 3 つの属性に関する一次元オペレーションセットがあるとすると.

$$O_{1,l'}^t = \{p | p = d(2, 1), i(4, 1), s(5, 6, 1)\} \quad (3.114)$$

$$O_{2,l}^t = \{p | p = d(3, 2), i(4, 2), s(5, 5, 2)\} \quad (3.115)$$

$$O_{3,l''}^t = \{p | p = d(2, 3), i(4, 3), s(5, 5, 3)\} \quad (3.116)$$

このとき、 t 番目の多次元オペレーションセットは以下のようにかける.

$$O^t = \{p | p = d(2, \{1, 3\}), d(3, \{2\}), i(4, \{1, 2, 3\}), s(5, 5, \{2, 3\}), s(5, 6, \{1\})\} \quad (3.117)$$

Source pattern				Target pattern						
A	D	B	C	A	B	C	D	E	→	activity-type sequence
1	6	2	3	1	2	3	4	5	→	activity-location sequence
a	b	c	f	a	b	c	d	e	→	transport-mode sequence
α	δ	φ	γ	α	φ	γ	δ	ε	→	accompanying-person sequence

図 3.52 アクティビティパターンへの適用例 (Chang-Hyeon et al(2002))

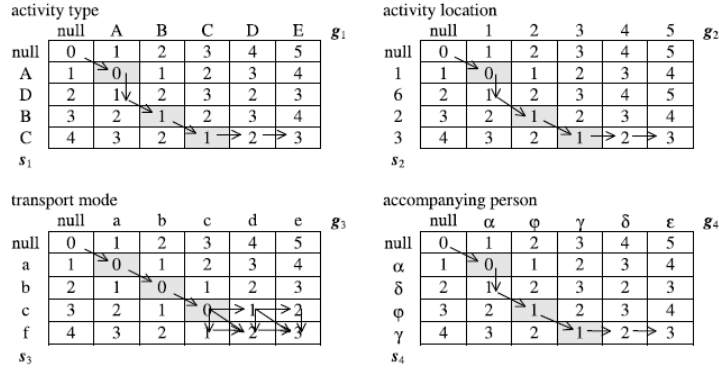


図 3.53 アクティビティパターンでの計算例 (Chang-Hyeon et al(2002))

ステップ 3

統合されたアライメント操作の総コストを求める.

$$C^t = \sum_{p \in O_t} c_p \quad (3.118)$$

$$c_p = \begin{cases} w_d \beta_k^{max} & \text{if } p = d(i, k) \\ w_i \beta_k^{max} & \text{if } p = i(j, k) \\ w_s \beta_k^{max} & \text{if } p = s(i, j, k) \end{cases} \quad (3.119)$$

アクティビティパターンへの適用例

ここでは、前節までの手法を用いて実際のアクティビティパターンに適用した例を示す.

まとめ

このように、異なる次元のアクティビティパターンを多次元に拡張された

sequential alimnet method によって统一的に評価することが可能となる。このような手法は、アクティビティパターンの生成過程を記述したりシミュレータのアクティビティパタン生成モデルに利用できる可能性がある。アクティビティを符号化して操作することで本来連続的な属性も扱いやすくなることが可能である。個々の属性の重みや各操作のコスト設定に関してはさまざまな設定が可能であり、より記述力の高い重み設定を工夫する余地もあるといえる。

3.2 行動モデル

3.2.1 離散選択モデル

(a) 効用と選択確率の定式化

効用の定式化

離散選択モデルでは、選択肢ごとに効用をある関数により与えた上で、選択肢間の効用の比較によって選択結果が導出される。選択肢の効用は直接観測することはできないが、効用は連続変数であり、かつ説明変数の線形和であると仮定する。効用関数は次となる。

$$V_{in} = \beta_1 x_{1in} + \beta_2 x_{2in} + \cdots + \beta_K x_{Kin} \quad (3.120)$$

ここで、 V_{in} は個人 n の選択肢 i に対する効用を示す。 x_{kin} は個人 n の選択肢 i に対する k 番目の説明変数、 β_k は k 番目の未知パラメータを示す。交通手段選択モデルの場合には、説明変数には所要時間・費用・乗り換え回数・交通手段までのアクセス時間等の交通手段別特性と、移動目的・性別・年齢等の個人ごとの移動・個人特性が用いられる。

説明変数 (x_{kin}) の観測誤差や個人個人の重み付けパラメータ (β_k) の差異が実際は存在しており、式 (3.120) の効用関数は測定可能な内容による近似に過ぎないと考えられる。そこで、真の効用関数は測定可能な効用と不可能な効用による和で表す。測定不可能な効用を確率変数を用いて表現し、真の効用関数は次となる。

$$\begin{aligned}
 U_{in} &= \beta_1 x_{1in} + \beta_2 x_{2in} + \cdots + \beta_K x_{Kin} + \epsilon_{in} \\
 &= V_{in} + \epsilon_{in}
 \end{aligned}
 \tag{3.121}$$

ここで、 V_{in} は効用の確定部分 (測定可能な効用) を示し、 ϵ_{in} は効用の不確定部分 (効用の誤差項) を示す。 U_{in} を確率効用 (random utility) という。行動者の真の効用を知ることができないために効用を確率変数を用いて表現している。効用の誤差項には次のような要因がある (北村ら (2002)[1] を参考に一部追加)。

- 確定部分に含まれる変数以外の要因 (抜け落ちた変数)
- 確定部分を線形和とした関数形の誤差
- 属性の重み β_k を個人間で均一とした誤差
- 説明変数の測定誤差
- 行動者の説明変数の認知誤差

選択確率の定式化

個人 n が選択肢 i を選択するときは、選択肢 i の効用 U_{in} が他の選択肢の効用よりも大きいときであると考えられる。この選択確率 $P_n(i)$ は、式 (3.121) を用いて、次のように表現できる。

$$\begin{aligned}
 P_n(i) &= Pr[U_{in} \geq U_{jn}, \text{ for } \forall j, j \neq i] \\
 &= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_{jn} + \epsilon_{jn}, \text{ for } \forall j, j \neq i]
 \end{aligned}
 \tag{3.122}$$

これにより効用の誤差項の確率分布を特定化することで、選択確率 $P_n(i)$ を導出できる。

次に、選択可能な選択肢が 2 つの場合 (2 項選択問題) を例に、具体的に選択確率を導出する。まず、2 つの選択肢 i, j について、式 (3.122) を変形する。

$$\begin{aligned}
P_n(i) &= Pr[U_{in} \geq U_{jn}] \\
&= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_{jn} + \epsilon_{jn}] \\
&= Pr[\epsilon_{jn} - \epsilon_{in} \geq V_{in} - V_{jn}] \quad (3.123) \\
&= Pr[\epsilon_n \geq V_{in} - V_{jn}] \\
&= F_\epsilon(V_{in} - V_{jn})
\end{aligned}$$

ここで、 $\epsilon_n \equiv \epsilon_{jn} - \epsilon_{in}$ とし、 F_ϵ は ϵ_n の累積分布関数 (cumulative distribution function) である。選択確率の導出にあたっては、この誤差項の差である ϵ_n に正規分布を仮定する場合とロジスティック分布を仮定する場合がある。正規分布を仮定する場合はプロビットモデル (probit model) と呼ばれる。前述の通り、効用の誤差項の要因には様々なものが含まれるため、この和の分布としては、中心極限定理により、正規分布を仮定するのが自然である。この場合の選択確率は次となる。

$$\begin{aligned}
P_n(i) &= \Phi_\epsilon(V_{in} - V_{jn}) \\
&= \int_{-\infty}^{V_{in} - V_{jn}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon}{\sigma}\right)^2\right] d\epsilon \quad (3.124) \\
&= \int_{-\infty}^{\frac{V_{in} - V_{jn}}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}z^2\right] dz \\
&= \Phi\left(\frac{V_{in} - V_{jn}}{\sigma}\right)
\end{aligned}$$

ここで、 σ は ϵ_n の標準偏差、 Φ は標準正規分布の累積分布関数を示す。このように、プロビットモデルでは、選択確率が積分形が残るオープンフォームとなり、計算負荷が高くなる。

対して、ロジスティック分布を仮定する場合は選択確率が積分形のないクローズドフォームとなる。これはロジットモデル (logit model) と呼ばれる。この場合の選択確率は次となる。

$$\begin{aligned}
P_n(i) &= \frac{1}{1 + \exp(-\mu(V_{in} - V_{jn}))} \\
&= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in}) + \exp(\mu V_{jn})} \quad (3.125)
\end{aligned}$$

ここで、 μ はスケールパラメータであり、 ϵ_n のばらつきの程度を表し、標準偏差に反比例する値を取る。なお、誤差項の差である ϵ_n にロジスティック分布を仮定する場合は、誤差項にはガンベル分布を仮定する。

また、2項選択問題において、プロビットモデルもロジットモデルも選択確率は図に表されるようなS字型となっている。

これ以降の (b)~(g) では誤差項にガンベル分布を仮定したクローズドフォームの離散選択モデル、(h)~?? では誤差項に正規分布を仮定したオープンフォームの離散選択モデルを説明する。

(b) MNL モデル

MNL モデル (multinomial choice model(Luce(1959),McFadden(1973)) では、(a) で説明した2項選択問題を一般化し、選択枝数を3以上とした問題を扱うことができる。この問題は次のように考えられる。選択枝 i の選択確率は選択枝 i 以外の中で最大の効用をもたらす選択枝よりも選択枝 i の効用が大きい確率であり、定式化は次となる。

$$\begin{aligned} P_n(i) &= \Pr[U_{in} \geq U_{jn}, \text{ for } \forall j, j \neq i] \\ &= \Pr[U_{in} \geq \max_{\forall j, j \neq i} U_{jn}] \end{aligned} \quad (3.126)$$

多項ロジットモデルでは、それぞれの選択枝の誤差項に、独立で同一な (identically and independently distributed; IID) ガンベル分布 (第1種極値分布) を仮定している。ガンベル分布の分布形は次である。

<累積分布関数>

$$F(\epsilon) = \exp(-\exp(-\mu(\epsilon - \eta))) \quad (3.127)$$

<確率密度関数>

$$f(\epsilon) = \mu \exp(-\mu(\epsilon - \eta)) \exp(-\exp(-\mu(\epsilon - \eta))) \quad (3.128)$$

ここで、 μ はガンベル分布のスケールパラメータであり、 ϵ_n のばらつきの程度を表す。 η は分布の位置 (最頻値) を表すロケーションパラメータである。平均値は $\eta + \gamma/\mu$ (オイラー定数 $\gamma \simeq 0.577$)、分散は $\pi^2/6\mu^2$ である。

ここでガンベル分布の2つの性質を示す。性質(1)は次である。 ϵ_1 と ϵ_2 がパラメータ $(\eta_1, \mu), (\eta_2, \mu)$ に従うとき、 $\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_2$ は次のロジスティック分布に従う。

$$F(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp(\mu(\eta_2 - \eta_1 - \epsilon))} \quad (3.129)$$

性質(2)は次である。 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_i, \dots, \epsilon_I$ がそれぞれパラメータ (ϵ_i, μ) を持つ互いに独立なガンベル分布に従うとすると、 $\epsilon_1, \dots, \epsilon_I$ の最大値 $\max(\epsilon_1, \dots, \epsilon_I)$ もガンベル分布に従い、そのパラメータは次となる。

$$\left(\frac{1}{\mu} \ln \sum_{i=1}^I \exp(\mu\eta_i), \mu \right) \quad (3.130)$$

これらの性質を用いて多項ロジットモデルの選択確率の導出を行う。

まず、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_I$ がそれぞれパラメータ $(0, \mu)$ を持つ互いに独立なガンベル分布に従うとすると、式(3.126)の $\max_{j \neq i} U_{jn} \equiv U_n^*$ は性質(2)より次のパラメータに従うガンベル分布となる。

$$\left(\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j \neq i} \exp(\mu V_{jn}), \mu \right) \quad (3.131)$$

ここで、 $U_n^* = V_n^* + \epsilon_n^*$ とし、 $V_n^* = \frac{1}{\mu} \ln \sum_{j \neq i} \exp(\mu V_{jn})$ とおく。これにより、 ϵ_n^* はパラメータ $(0, \mu)$ を持つガンベル分布に従う。

これを式(3.126)に代入し、性質(1)を用いると、次のように式変形できる。

$$\begin{aligned} P_n(i) &= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_n^* + \epsilon_n^*] \\ &= Pr[\epsilon_n^* - \epsilon_{in} \geq V_{in} - V_n^*] \\ &= \frac{1}{1 + \exp(\mu(V_n^* - V_{in}))} \\ &= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in}) + \exp(\mu V_n^*)} \\ &= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in}) + \exp\left(\ln \sum_{j \neq i} \exp(\mu V_{jn})\right)} \\ &= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\sum_j \exp(\mu V_{jn})} \end{aligned} \quad (3.132)$$

これが多項ロジットモデルの選択確率となる。また、通常はスケールパラメータ μ の値を 1 とおく。

次に、ロジットモデルの IIA 特性 (independence from irrelevant alternatives) について説明する。IIA とは無関係な選択肢から選択確率が独立であることである。例えば、2 つの選択肢 i, j の選択確率の比は、 $P_{in}/P_{jn} = \exp(V_{in} - V_{jn})$ と表すことができる。この比率は選択肢 i, j の効用の確定部分にのみ影響を受けており、 i, j 以外の選択肢からは影響を受けていない。これが IIA 特性である。

IIA 特性の長所としては、選択肢集合に含まれる全ての選択肢ではなく、その部分集合を用いてモデルを推定してもパラメータ推定値にバイアスが生じないことである。短所としては、類似した選択肢が存在し、選択肢間の誤差項が独立であるという仮定が誤っていた場合に類似選択肢の選択確率が過大評価されてしまうというものがある。この短所の説明にあたり、よく取り上げられる例が赤バス—青バス問題である。効用の確定部分の和が全く車と赤バスで同じだった場合に、その選択確率はどちらも $1/2$ である。そこに、赤バスと全く同じ効用の確定部分をもつ青バスが導入された場合に、IIA 特性の下では選択確率は車 $1/3$ 、赤バス $1/3$ 、青バス $1/3$ となる。青バスが導入されてもバスの効用は変化しないため、選択確率が車 $1/2$ 、赤バス $1/4$ 、青バス $1/4$ となるのが直感的な答えである。このように、類似した選択肢が存在する場合に、それらの選択確率が過大評価されるのは選択肢間の誤差項が独立であると仮定しているためである。選択肢が類似している場合には、その誤差項の間にも相関があると考えられ、選択肢間の誤差項の相関を考慮したモデルが必要となる。多項ロジットモデルの IIA 特性を緩和したモデルの説明を (c)~(g) では行う。また、選択肢間の誤差項の相関の考慮が必要な例としては、交通手段選択問題におけるバスと鉄道の公共交通という相関、経路選択問題における同じリンクを経路に含んでいることによる相関等がある。

(c) NL モデル

IIA 特性を緩和したモデルとして、まず、ネスティッドロジットモデル (Nested Logit model: NL model (Ben-Akiva(1973))) を説明する。ここでは、目的エリアと交通手段の組合せの選択問題を例に説明する (図 (c))。上位

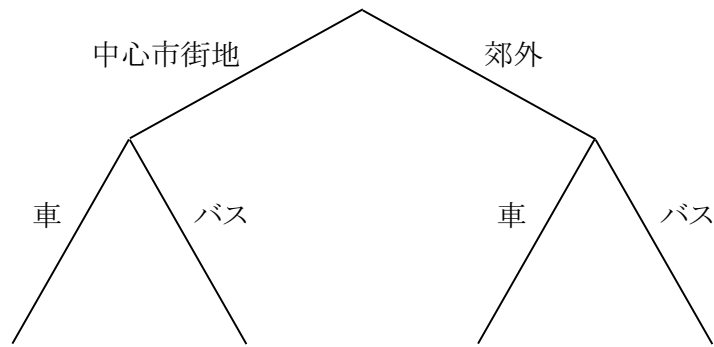


図 3.54 目的エリア・交通手段選択モデルのツリー図 (NL モデル型)

ネストである目的エリアの選択肢 d は {中心市街地, 郊外}, 下位ネストである交通手段の選択肢 i は {車, バス} とする. 選択肢は 1:(d = 中心市街地, i = 車), 2:(中心市街地, バス), 3:(郊外, 車), 4:(郊外, バス) の4つとなる. 目的エリアごとの観測できない選択要因 (効用の誤差項) があるため, 選択肢 1 と 2, 選択肢 3 と 4 の下位ネストの中で誤差項の相関が生まれる. これを定式化すると次となる. なお, ここでの説明では個人を表す n の添え字は省略する.

$$U_{di} = V_d + V_i + V_{di} + \epsilon_d + \epsilon_{di} \quad (3.133)$$

ここで, U_{di} は選択肢 di の組合せの効用, V_d, V_i は選択肢 d, i のそれぞれに特有の効用の確定部分, V_{di} は d, i の組合せで決まる効用の確定部分とする. ϵ_d は選択肢 d に特有の効用の誤差項 ($\max U_{di}$ がスケールパラメータ μ^d を持つガンベル分布になるような分布に従うと仮定) とする., ϵ_{di} は d, i の組合せで決まる効用の誤差項 (スケールパラメータ μ をもつ互いに独立なガンベル分布に従うと仮定) とする. 下位ネストの選択肢は誤差項として ϵ_d を共通に持つこととなる.

次に, 選択肢 di の選択確率 $P(d, i)$ を導出する. 選択確率は, 条件つき確率 $P(i|d)$ と周辺確率 $P(d)$ の積によって表す.

$$P(d, i) = P(i|d)P(d) \quad (3.134)$$

また, 周辺確率は次となる.

$$\begin{aligned}
P(d) &= Pr \left[\max_i U_{di} \geq \max_i U_{d'i}, d' \neq d \right] \\
&= Pr \left[V_d + \epsilon_d + \max_i (V_i + V_{di} + \epsilon_{di}) \right. \\
&\quad \left. \geq V_{d'} + \epsilon_{d'} + \max_i (V_i + V_{d'i} + \epsilon_{d'i}), d' \neq d \right]
\end{aligned} \tag{3.135}$$

ϵ_{di} の分布の仮定より, $\max_i (V_i + V_{di} + \epsilon_{di})$ もスケールパラメータ μ を持つガンベル分布に従う. また, このガンベル分布のロケーションパラメータ V'_d は, 前述の性質より, $V'_d \equiv \frac{1}{\mu} \ln \sum_i \exp(\mu(V_i + V_{di}))$ となる. V'_d はログサム変数と呼ばれる. ここで, 式(3.135)は次となる.

$$P(d) = Pr \left[V_d + V'_d + \epsilon_d + \epsilon'_d \geq V_{d'} + V'_{d'} + \epsilon_{d'} + \epsilon'_{d'}, d' \neq d \right] \tag{3.136}$$

なお, ϵ'_d は $\epsilon'_d \equiv \max_i (V_i + V_{di} + \epsilon_{di}) - V'_d$ とする. 式(3.136)は, 効用の確定部分として $V_d + V'_d$, 誤差項として $\epsilon_d + \epsilon_{d'}$ を与えた離散選択モデルの構造となっている. ここで, ϵ_d の仮定より, 周辺確率は次の式で与えられる.

$$P(d) = \frac{\exp(\mu^d (V_d + V'_d))}{\sum_{d'} \exp(\mu^d (V_{d'} + V'_{d'}))} \tag{3.137}$$

次に, 条件つき確率 $P(m|d)$ (目的エリア d が決まった場合の交通手段 i の選択確率) は, 次となる.

$$\begin{aligned}
P(m|d) &= Pr \left[U_{di} \geq U_{d'i'}, i' \neq i | d \right] \\
&= Pr \left[V_i + V_{di} + \epsilon_{di} \geq V_{i'} + V_{d'i'} + \epsilon_{d'i'}, i' \neq i | d \right]
\end{aligned} \tag{3.138}$$

下位ネストの中で目的エリア d は共通しており, V_d や ϵ_d は選択に影響を与えない. ϵ_{di} は IID ガンベル分布を仮定しており, 条件つき確率 $P(m|d)$ は次となる.

$$P(i|d) = \frac{\exp(\mu(V_i + V_{di}))}{\sum_{i'} \exp(\mu(V_{i'} + V_{d'i'}))} \tag{3.139}$$

式(3.134), 式(3.137), 式(3.139)より, 各選択枝の選択確率 $P(d, i)$ は次となる.

$$\begin{aligned}
P(d, i) &= P(i|d)P(d) \\
&= \frac{\exp(\mu(V_i + V'_{di}))}{\sum_{i'} \exp(\mu(V_{i'} + V'_{di'}))} \frac{\exp(\mu^d(V_d + V'_d))}{\sum_{d'} \exp(\mu^d(V_{d'} + V'_{d'}))} \quad (3.140)
\end{aligned}$$

式 (3.140) において, 2つのスケールパラメータ μ^d と μ を同時に定めることはできない. そこで, 条件つき確率のスケールパラメータ μ を 1 とし, 周辺確率のスケールパラメータ μ^d を求めることが多い. ガンベル分布のスケールパラメータは分布のばらつきの程度を表しており, 標準偏差に反比例する値を取るため, μ^d/μ は次式となる.

$$\frac{\mu^d}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\text{Var}(\epsilon_d + \epsilon'_d)}}}{\sqrt{\frac{1}{\text{Var}(\epsilon_{di})}}} = \sqrt{\frac{\text{Var}(\epsilon_{di})}{\text{Var}(\epsilon_d) + \text{Var}(\epsilon_{di})}} \leq 1 \quad (3.141)$$

ϵ'_d の定義よりスケールパラメータは μ であり, これは ϵ_{di} と同じことを用いている. これより, 図 (c) の上位下位のネスト構造の仮定 (誤差項の相関構造の仮定) が正しいのであれば, μ^d/μ は 1 以下でなければならない.

(d) GEV モデル

ここで, クローズドフォームの離散選択モデルの定式化について, 一般的なモデルである GEV モデル (General Extreme Value model, McFadden(1978)) を説明する. GEV ファミリーのモデル (本項の (b)~(g)) は GEV 理論から導出でき, GEV ファミリーと呼ばれる.

GEV モデルにおいて, 選択肢集合 $C = (1, \dots, i, \dots, n)$ の中から選択肢 i を選ぶ選択確率 $P(i|C)$ は次式で表される.

$$\begin{aligned}
P(i|C) &= \frac{y_i \frac{\partial G(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_i}}{\mu G(y_1, y_2, \dots, y_n)} \quad (3.142) \\
y_i &= \exp(V_i), (U_i = V_i + \epsilon_i, i = 1, 2, \dots, n)
\end{aligned}$$

ここで, n は選択肢数, G は μ -GEV 関数である. μ -GEV 関数は次の性質を持つ微分可能な関数である.

1. $G(\mathbf{y}) \geq 0$ for all $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^J$
2. $G(\mathbf{y})$ は μ 次の同次関数である. $G(\lambda \mathbf{y}) = \lambda^\mu G(\mathbf{y}), \lambda > 0$
3. $\lim_{y_i \rightarrow \infty} G(y_1, \dots, y_i, \dots, y_n) = +\infty$, for each $i = 1, \dots, n$

4. $G(\mathbf{y})$ の混合偏導関数が存在し、かつ混合偏導関数は連続である。 k 階偏導関数 $D_\kappa(\mathbf{y})$ は次が成立する。

$$(-1)^k D_\kappa(\mathbf{y}) \leq 0, \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^J \quad (3.143)$$

$$\kappa = (i_1, \dots, i_k), D_\kappa(\mathbf{y}) = \frac{\partial^k G}{\partial y_{i_1} \dots \partial y_{i_k}}(\mathbf{y})$$

これらの性質から式 (3.142) が選択確率を示すことは次のように証明される。

証明

関数 F を次のように定義する。

$$F(\epsilon_1, \dots, \epsilon_j, \dots, \epsilon_J) = \exp(-G(e^{-\epsilon_1}, \dots, e^{-\epsilon_j}, \dots, e^{-\epsilon_J})) \quad (3.144)$$

関数 F が累積分布関数であり、ガンベル分布の多変量極値分布であることを示す。性質 3 より、関数 F は次の性質をもつ。

$$\lim_{\epsilon_j \rightarrow -\infty} G = +\infty \text{ then } \lim_{\epsilon_j \rightarrow -\infty} F = 0 \quad (3.145)$$

$$\lim_{\{\epsilon_j\} \rightarrow +\infty} G = 0 \text{ then } \lim_{\{\epsilon_j\} \rightarrow +\infty} F = 1$$

負の極限が 0、正の極限が 1 に一致しており、累積分布関数の性質を満たす。次に関数 Q_k を次のように定義する。

$$Q_1 = G_1 = \frac{\partial G(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_1}$$

$$Q_k = Q_{k-1} G_k - \partial Q_{k-1} / \partial y_k \quad (3.146)$$

ここで、帰納的に Q_k が非負であることを示す。 Q_{k-1} を非負とすると、 G の 1 階微分である G_k は性質 4 より非負であるため、 $Q_{k-1} G_k$ は非負となる。 $\partial Q_{k-1} / \partial y_k$ を非正とする。このとき、 $\partial Q_k / \partial y_{k+1}$ は次式となる。

$$\frac{\partial Q_k}{\partial y_{k+1}} = \frac{\partial Q_{k-1}}{\partial y_{k+1}} G_k + Q_{k-1} \frac{\partial G_k}{\partial y_{k+1}} - \frac{\partial^2 Q_{k-1}}{\partial y_k \partial y_{k+1}} \quad (3.147)$$

偏微分を行うたびに正負が入れ替わる性質 4 より、 $\partial Q_k / \partial y_{k+1}$ は非正となる。以上より、 Q_k は非負となる。この結果を用いて、 F の偏微分は非負であることを帰納的に示す。1 階偏微分は次となる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \epsilon_1} &= \exp(-G(e^{-\epsilon_1}, \dots, e^{-\epsilon_J})) \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon_1} (-G(e^{-\epsilon_1}, \dots, e^{-\epsilon_J})) \\
&= \mathbf{F} \cdot (-G_1) \cdot (-e^{-\epsilon_1}) \\
&= e^{-\epsilon_1} Q_1 \mathbf{F} \geq 0
\end{aligned} \tag{3.148}$$

($k - 1$) 階偏微分を次とする.

$$\frac{\partial^{k-1} F}{\partial \epsilon_1 \cdots \partial \epsilon_{k-1}} = e^{-\epsilon_1} \cdots e^{-\epsilon_{k-1}} Q_{k-1} \mathbf{F}$$

k 階偏微分は次式となる.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^k F}{\partial \epsilon_1 \cdots \partial \epsilon_k} &= \frac{\partial}{\partial \epsilon_k} (e^{-\epsilon_1} \cdots e^{-\epsilon_{k-1}} Q_{k-1} \mathbf{F}) \\
&= (e^{-\epsilon_1} \cdots e^{-\epsilon_{k-1}}) \left(\frac{\partial Q_{k-1}}{\partial \epsilon_k} \mathbf{F} + Q_{k-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \epsilon_k} \right) \\
&= e^{-\epsilon_1} \cdots e^{-\epsilon_k} Q_k \mathbf{F} \geq 0
\end{aligned} \tag{3.149}$$

ここでは、式 (3.146) と式 (3.148) を用いている。よって、 \mathbf{F} の微分は単調増加であり、かつ連続である。これらの性質から \mathbf{F} は累積分布関数であるといえる。次に、例えば、 i 以外の j について $\epsilon_j = +\infty$ を与えたとき、 $\mathbf{F} = \exp(-a_i \exp(-\epsilon_i))$ となる (なお、 $a_i = G(0, \dots, 0, i = 1, 0, \dots, 0)$)。これは、スケールパラメータ μ を 1、ロケーションパラメータ η を 0 としたときのガンベル分布と一致する。以上より、 \mathbf{F} は多変量極値分布である。

選択枝 j の効用を $U_j = V_j + \epsilon_j$ としたときに、選択枝 i の選択確率 $P(i)$ は次となる。

$$\begin{aligned}
P(i) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial F(\dots, -\epsilon - V_i + V_{i-1}, -\epsilon, -\epsilon - V_i + V_{i+1}, \dots)}{\partial \epsilon_i} d\epsilon \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\epsilon} G_i(\dots, e^{-\epsilon - V_i + V_{i-1}}, e^{-\epsilon}, e^{-\epsilon - V_i + V_{i+1}}, \dots) \cdot \\
&\quad \exp\left(-G(\dots, e^{-\epsilon - V_i + V_{i-1}}, e^{-\epsilon}, e^{-\epsilon - V_i + V_{i+1}}, \dots)\right) d\epsilon \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\epsilon} G_i(\dots, e^{V_{i-1}}, e^{V_i}, e^{V_{i+1}}, \dots) \cdot \\
&\quad \exp\left(-e^{-\epsilon} G(\dots, e^{V_{i-1}}, e^{V_i}, e^{V_{i+1}}, \dots)\right) d\epsilon \\
&= e^{V_i} \frac{G_i(\dots, e^{V_{i-1}}, e^{V_i}, e^{V_{i+1}}, \dots)}{G(\dots, e^{V_{i-1}}, e^{V_i}, e^{V_{i+1}}, \dots)} \quad (3.150)
\end{aligned}$$

式展開では、 G が同次関数であるという性質 2 を用いている ($\mu = 1, \lambda = e^{-\epsilon} e^{-V_i}$)。以上より、式 (3.150) は式 (3.142) に一致し、式 (3.142) が選択確率を示すことが証明された。■

μ -GEV 関数 $G(\mathbf{y})$ が次式で表されるとき、選択確率 $P(i|C)$ は MNL モデル、NL モデルと一致する。

$$\begin{aligned}
MNL : G(\mathbf{y}) &= \sum_{i=1}^J y_i^\mu \\
NL : G(\mathbf{y}) &= \sum_{d=1}^D \left(\sum_{i=1}^{J_i} y_i^{\mu_d} \right)^{\frac{\mu}{\mu_d}}
\end{aligned}$$

(e) CNL モデル

IIA 特性を緩和したモデルとして、次に、クロスネステッドロジットモデル (Cross Nested Logit model: CNL model) を説明する。CNL モデルは、選択肢のネストへの帰属度を設定できる。また、複数のネストに帰属することも可能である。この二つの点で NL モデルとは異なり、選択肢とネストの関係を帰属度により構造化できることに特徴がある。

具体的に、交通手段の選択問題を例に説明する (図 3.55)。交通手段の選択肢 i は {私有車, バス, 鉄道} とする。上位ネスト m を {自動車, 公共交通} とする。バスは自動車であるために私有車と誤差項の相関を持つ。また、バスは公共交通でもあるために鉄道とも誤差項の相関を持つ。そこで、バスは

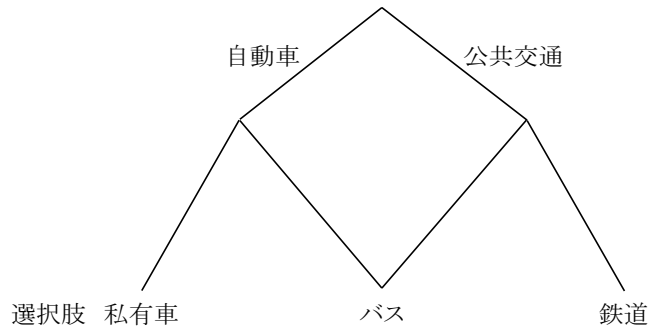


図 3.55 交通手段選択モデルのツリー図 (CNL モデル型)

自動車・公共交通の両方のネストに帰属すると考えられる。バスの自動車・公共交通への帰属度はアロケーションパラメータ α_{im} により表す。バスの自動車への帰属度と公共交通への帰属度の和は1となる。

次に、 μ -GEV 関数は次のように定式化される。

$$G(y_1, \dots, y_n) = \sum_{m=1}^M \left(\sum_{j \in C} (\alpha_{jm}^{1/\mu} y_j)^{\mu_m} \right)^{\frac{\mu}{\mu_m}} \quad (3.151)$$

また、選択枝集合 C における選択枝 i の選択確率 $P(i|C)$ は次となる。ここで、 α_{im} はアロケーションパラメータであり、選択枝 i のネスト m への帰属度を表す。また、 M はネスト数である。 μ_m はネスト m のスケールパラメータ、 μ は選択枝 i のスケールパラメータであり、 $0 < \mu \leq \mu_m$ となる ($\mu_m = 1$ とおくことが多い)。

$$P(i|C) = \sum_{m=1}^M \frac{\left(\sum_{j \in C} \alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j} \right)^{\frac{\mu}{\mu_m}}}{\sum_{m'=1}^M \left(\sum_{j \in C} \alpha_{jn}^{\mu_{m'}/\mu} e^{\mu_{m'} V_j} \right)^{\frac{\mu}{\mu_{m'}}}} \cdot \frac{\alpha_{im}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_i}}{\sum_{j \in C} \alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j}} \quad (3.152)$$

また、ネスト m の選択確率 P_m 、ネスト m が選択された上での選択枝 i の条件つき選択確率 $P_{i|m}$ は次となる。

$$P(i|C) = \sum_{m=1}^M P_m P_{i|m} \quad (3.153)$$

$$P_m = \frac{\left(\sum_{j \in C} \alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j} \right)^{\frac{\mu}{\mu_m}}}{\sum_{m'=1}^M \left(\sum_{j \in C} \alpha_{jm'}^{\mu_{m'}/\mu} e^{\mu_{m'} V_j} \right)} \quad (3.154)$$

$$P_{i|m} = \frac{\alpha_{im}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_i}}{\sum_{j \in C} \alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j}} \quad (3.155)$$

アロケーションパラメータ α_{im} は次の条件を満たす。

$$0 \leq \alpha_{im} \leq 1, \sum_m \alpha_{im} = 1, \forall i \quad (3.156)$$

α_{im} は推定可能なパラメータであり、構造化を行うことが可能である。一方で、予め α_{im} を与えた上で、効用 V_i を推定するケースも多い。

(f) GNL モデル

GNL モデルは、CNL モデルや PCL モデル (Chu, 1989[2]) の一般化モデルとして開発されたモデルである。

まず、定式化の内容を示す。 μ -GEV 関数は次となる。

$$G(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_m \left(\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{i'm} y_{i'})^{1/\mu_m} \right)^{\mu_m} \quad (3.157)$$

ここで、 N_m はネスト m 下にある選択肢の集合である。 μ_m は、ネスト m のスケールパラメータであり、 $0 < \mu_m \leq 1$ である。 α_{im} は選択肢 i のネスト m への帰属度を示すアロケーションパラメータである。なお、 α_{im} が満たすべき条件は次となる。

$$\alpha_{im} \geq 0, \sum_m \alpha_{im} = 1$$

ここで、選択肢 i の選択確率 P_i は次となる。

$$P_i = \frac{\sum_m \left((\alpha_{im} e^{V_i})^{1/\mu_m} \left(\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{i'm} e^{V_{i'}})^{1/\mu_m} \right)^{\mu_m - 1} \right)}{\sum_m \left(\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{i'm} e^{V_{i'}})^{1/\mu_m} \right)^{\mu_m}} \quad (3.158)$$

また、選択確率は条件つき確率を用いて、次のように分解できる。

$$P_i = \sum_m P_{i|m} P_m \quad (3.159)$$

$$P_m = \frac{\left(\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{i'm} e^{V_{i'}})^{1/\mu_m}\right)^{\mu_m}}{\sum_m \left(\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{i'm} e^{V_{i'}})^{1/\mu_m}\right)^{\mu_m}} \quad (3.160)$$

$$P_{i|m} = \frac{(\alpha_{im} e^{V_i})^{1/\mu_m}}{\sum_{i' \in N_m} (\alpha_{im} e^{V_i})^{1/\mu_m}} \quad (3.161)$$

直接弾力性と交差弾力性の説明. Discrete Choice Analysis. The MIT Press, Cambridge, MA

$$\frac{\sum_m P_m P_{i|m} \left((1 - P_i) + \left(\frac{1}{\mu_m} - 1\right) (1 - P_{i|m}) \right)}{P_i} \beta X_i \quad (3.162)$$

$$- \left(P_i + \frac{\sum_m \left(\frac{1}{\mu_m}\right) P_m P_{i|m} P_{i'|m}}{P_{i'}} \right) \beta X_i \quad (3.163)$$

(g) network GEV モデル

Daly and Bierlaire(2006) では、network GEV モデルとして、選択肢間の相関構造をネットワーク構造で表現することで、GEV モデルを開発できることが示された [3]。GEV モデルを開発するには、 μ -GEV 関数のを満たすことの証明が必要であったが、network GEV モデルを用いることで、この証明が簡易化される。

まず、GEV-network の説明を行う。GEV-network の任意のノードにおいて、GEV モデルが適用すれば、効用最大化理論と一致する。そのため、モデル内の潜在的な誤差項の相関を表現する GEV-network をデザインすることで GEV モデルを作ることができる。N をノードの集合、A をリンクの集合とし、G(N, A) を有限非空有向グラフとする。G(N, A) はネットワークであり、回路を含まないとする。また、リンク (i, j) は非負の associated parameter α_{ij} をもつ。このネットワークを GEV-network と呼ぶ。例えば、

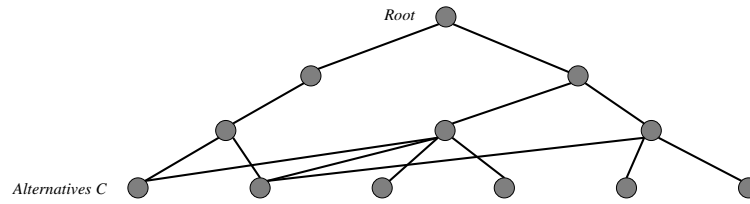


図 3.56 GEV-network の例

図 (g) は GEV-network である。ここでは最下層は選択肢集合 C である。また、図 (g) は最上層のノードを 1 つとして、シングルルートネットワークである。

GEV-network 内のノード $v_i \in C$ の G 関数 G^i は次となる。

$$G^i(y_i) = \sum_{v_j \in S(v_i)} \alpha_{ij} G^j(y)^{\frac{\mu_i}{\mu_j}} \quad (3.164)$$

関数 G^i は、GEV 関数となる。これは、GEV 関数の累乗の線型結合は GEV 関数であるという性質に基づいている。この詳細の照明は、Daly and Bierlaire(2006)[3] を参照いただきたい。なお、 $S(v_i)$ はノード v_i の下層ネットワークに含まれるノードの集合を示す。以上のように、ネットワーク構造を設定することで、マルチクラスのネストによる GEV モデルを構築することができる。

(h) MNP モデル

次に、誤差項に正規分布を仮定する多項プロビットモデル (multinomial probit; MNP) を説明する [4][5]。本節の冒頭で説明した通り、効用の誤差項の要因には様々なものが含まれるため、中心極限定理より、誤差項には正規分布を仮定するのが自然である。そのため、MNP モデルのほうが、GEV モデルに比べて、誤差項の仮定が緩いモデルである。

個人 n の選択肢 i の MNP モデルの効用項と誤差項は次となる。

$$U_{in} = V_{in} + \epsilon_{in}, \quad i = 1, \dots, I \quad (3.165)$$

$$\epsilon_n = (\epsilon_{1n}, \epsilon_{2n}, \dots, \epsilon_{In}) \quad (3.166)$$

誤差項が平均 0、分散共分散行列が Ω である多変量正規分布を与えたモデルである。選択肢間の異分散性を自由に表現することができる。選択肢 i の選択確率は次となる。

$$P(i) = \int_{\epsilon_1=-\infty}^{\epsilon_i+V_i-\epsilon_1} \cdots \int_{\epsilon_i=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\epsilon_J=-\infty}^{\epsilon_i+V_i-\epsilon_J} \phi(\epsilon) d\epsilon_J \cdots \quad (3.167)$$

$$\phi(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^{\frac{I-1}{2}} |\sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \epsilon \sigma^{-1} \epsilon'\right) \quad (3.168)$$

表現力は高いものの、選択枝数-1の多重積分が必要であり、パラメータ推定が煩雑である。MNPの推定方法は乱数近似によるシミュレーション法やベイズ推定といった手法の導入により30程度の選択枝数でも計算可能となっている。推定法については、??推定法の節で詳細は説明する。また、MACML(Maximum Approximate Composite Marginal Likelihood)[6][7]は、多変量累積標準正規分布と合成周辺尤度を用いることでopen-formの離散選択モデルを簡単かつ高速で推定する手法である。この方法によれば、10以上の選択枝の場合も計算可能とされている。

(i) MXL(MMNL)モデル

Mixed Logitモデルはプロビットモデルに代表される正規分布を誤差項に仮定したモデルと、MNLモデルに代表されるガンベル分布を誤差項に仮定したモデルを組み合わせたモデルである。MNLモデルを誤差項操作により、変数の系列相関や分散を表現できるように拡張したモデルであるといえる。正規分布を確率項に用いたモデルでは、選択確率式がクローズドフォームになり解析的に求めることができない問題があったが、計算機の性能の向上により、シミュレーション計算による確率分布からのサンプリングにより、計算が実用的に可能となった。

Mixed Logitモデルの特徴は、母集団に対してパラメータを、確率分布により期待値と分散を用いて扱うことにより、母集団内でのばらつきを表現できることである。また、従前のモデルでは扱うことのできなかつた誤差項の相関や異分散性を自由に表現できることが利点として挙げられる。一方で、多重積分を求めるためのシミュレーション近似計算は計算負荷が大きく、推定に要するコストが大きという点が指摘される。

モデルの概要を示す。Mixed Logitモデルでは個人 n が選択枝 i を選ぶ効用関数は以下のように表される。

$$U_{in} = V_{in} + \eta_{in} + \epsilon_{in} \quad (3.169)$$

$$V_{in} = \beta_i + X_{in} \quad (3.170)$$

ただし、 V_{in} はパラメータ β ，説明変数ベクトル \mathbf{X} で表される効用の確定項， η は共分散行列 Ω に従う確率分布に従う誤差項， ϵ は IID ガンベル分布に従う誤差項である。パラメータはパラメータ値が確率的に変動するランダム係数として表され、ランダム係数がサンプル間の異質性を考慮した部分になる。Mixed Logit モデルでは、誤差項は正規分布に従う誤差項とガンベル分布に従う誤差項 2 つに分解される。そのうち前者は、誤差項の構造化やパラメータごとの固有の誤差項への分割が可能である。

個人 n が選択肢 i を選択する選択確率 P_{in} は、効用関数と確率分布に従う η_{in} の値が与えられたとき、以下のようになる。

$$P_{in}(\eta_{in}) = \frac{\exp(V_{in} + \eta_{in})}{\sum_j \exp(V_{jn} + \eta_{jn})} \quad (3.171)$$

η_{in} は確率分布であるため、分散共分散行列 Ω に従う確率密度関数 $f(\eta_{in}|\Omega)$ を用いて選択確率を求める。

$$P_{in} = \int \frac{\exp(V_{in} + \eta_{in})}{\sum_j \exp(V_{jn} + \eta_{jn})} f(\eta_{in}|\Omega) d\eta_{in} \quad (3.172)$$

推定するデータに対する尤度関数 L は MNL モデルなどと同様の形になる。

$$\ln L = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^J \delta_{in} P_{in} \quad (3.173)$$

ただし、 δ_{in} は個人 n が選択肢 i を選択したとき 1 をとる指示変数である。

Mixed Logit モデルでは、選択確率の導出式において積分系が残るため、解析的に計算ができない。そのため、乱数計算によるシミュレーションアプローチによる選択確率の計算が必要となる。シミュレーション対数尤度 $\ln SL$ は選択確率を用いて次式で表される。

$$\ln SL = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^J \delta_{in} \ln P_n(i) \quad (3.174)$$

δ_{in} は、個人 n が選択肢 i を選択したとき 1，そうでないとき 0 をとる指示変数である。上記の尤度関数を最大化するようにパラメータを求め、ランダム係数の期待値と標準偏差を得ることができる。

参考文献

- [1] 北村隆一, 森川高行, 佐々木邦明, 藤井聡, 山本俊行: 交通行動の分析とモデリング, 技報堂出版, 2002.
- [2] Chu, C.: A paired combinational logit model for travel demand analysis, *Proceedings of Fifth World Conference on Transportation Research*, Vol. 4, pp. 295-309, 2006.
- [3] Daly, A. and Bierlaire, M.: A general and operational representation of generalised extreme value models, *Transportation Research Part B*, vol. 40, pp. 285-305, 2006.
- [4]
- [5]
- [6] Bhat, C.R.: The maximum approximate composite marginal likelihood (MACML) estimation of multinomial probit-based unordered response choice models, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.45, No.7, pp.923-939, 2011.
- [7] Bhat, C.R., Sidharthan, R.: A simulation evaluation of the maximum approximate composite marginal likelihood (MACML) estimator for mixed multinomial probit models, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.45, No.7, pp.940-953, 2011.

3.2.2 離散・連続選択モデル

離散・連続選択モデルは、何を選択するかについて、それに関連する連続量の選択結果に部分的に依存している場合に、離散選択と連続量の選択を相互に関連づけてモデル化する必要がある、との考えに基づくモデルである。

大きく分けると、Tobin(1958)によるTobitモデルを基にしたモデル群と、効用最大化理論に基づくモデル群がある。福田・力石(2012)は、前者を誘導型、後者を構造型のモデルとして両者の特性を整理し、政策評価のように経済理論に整合的であることが求められる場合は構造型のうちキューンタッカー(Kuhn-Tucker, KT)条件に基づくモデル、現象記述や不完全観測下での行動モデルには誘導型のモデルが望ましいとしている。

離散・連続選択モデルでは、離散選択モデルでは扱うことが難しい以下のような問題に適用できるモデルが提案されている。

- 複数の選択肢のうち1つ以上の選択肢の消費量が0になるような場合の消費者需要
- 複数の選択肢の中からいくつかの選択肢を選ぶ選択問題
- 複数の選択肢の中からいくつかの選択肢を選んでそれぞれにある資源量を配分する問題
- y_1 がある閾値 c を超えた場合にのみ y_1 が観測されるという選択メカニズムがある場合に、これを無視して単純な推定を行う場合に生じるバイアス（選択バイアス）の補正

(a) 誘導型モデル

基本モデル：Tobit モデル

Tobin(1958)によるTobitモデルは、選択される場合とされない場合の説明変数と目的変数の関係を表すプロビットモデルと、選択される場合の説明変数と目的変数の量的な関係を表す回帰モデルを融合するモデルとして提案された。モデルは次式により、 $y_n > 0$ のときに y_n が観測され、 $y_n \leq 0$ のときに観測されない状況を表し、打ち切り回帰モデルとも呼ばれる。

$$y_n^* = \beta x_n + \epsilon_n$$

$$y_n = \begin{cases} y_n^* & \text{if } y_n^* > 0 \\ 0 & \text{if } y_n^* \leq 0 \end{cases} \quad (3.175)$$

ここで、 y_n^* は個人 n における y の値、 y_n は個人 n における y の観測結果、 x_n は個人 n の y に対する説明変数ベクトル、 β は未知パラメータを示す。Tobitモデルは1変量のモデルだが、Amemiya(1974)は、これを多変量に拡張したモデルを提案した。

Tobit(1958)のモデルの発展形として、Heckman(1974,1979)は選択されるかどうかを決定する離散問題 (y_{n1} とする) と選択される場合の観測量を表す連続問題 (y_{n2} とする) が異なる関数で表される場合のモデルを提案した。モデルは次式で表され、 $y_{n1} > 0$ のとき y_{i2} が観測される。

$$\begin{aligned}
 y_{n1}^* &= \beta_1 x_{n1} + \epsilon_{n1} \\
 y_{n2}^* &= \beta_2 x_{n2} + \epsilon_{n2} \\
 y_{i2} &= \begin{cases} y_{n2}^* & \text{if } y_{n1}^* > 0 \\ 0 & \text{if } y_{n1}^* \leq 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.176}$$

Amemiya(1985)はTobitモデルとそのバリエーションをTypeIからTypeVに整理した。Heckman(1979)のモデルはTypeIIに該当する。TypeIIのモデルは離散問題と連続問題が異なる評価関数で表されることが特徴であり、以降のモデルのベースとなっている。離散問題と連続問題は、それぞれの評価関数の誤差項の相関により結びつけられる。2変量正規分布の共分散構造を考慮した条件付き確率を用いて尤度関数を構築することで、相関を反映したパラメータを推定する。

拡張モデル

Tobitモデルの発展の方向性は、連立方程式の数を増やして扱える状況や同時選択の数を増やす試みと、誤差関数の操作により計算性や柔軟性を高める試みに分けられる。前者の試みとしては、TobitモデルのTypeIIIからVへの拡張、Fang(2008)による多肢選択問題への拡張などが挙げられる。

TypeVは、離散問題を表す1つの式と、連続問題を表す2つの式から成り、離散問題の選択結果により連続問題の2つの式のうちいずれを適用するかが決まるモデルである。2つの式の間を行き来することから、内生的スイッチング回帰モデル (Endogenous Switching Regression Model) と呼ばれる。Maddala(1983)では、以下のような定式化を行っている。

$$\begin{aligned}
 y_{n1}^* &= \beta_1 x_{n1} + \epsilon_{n1} \\
 y_{n2}^* &= \beta_2 x_{n2} + \epsilon_{n2} \\
 y_{n3}^* &= \beta_3 x_{n3} + \epsilon_{n3} \\
 y_{n1} &= \begin{cases} 1 & \text{if } y_{n1}^* > 0 \\ 0 & \text{if } y_{n1}^* \leq 0 \end{cases} \\
 y_{n3} &= \begin{cases} y_{n3}^* & \text{if } y_{n1} = 0 \\ 0 & \text{if } y_{n1} = 1 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.177}$$

Fang(2008) は、これまで 2 変量に限定されていた Tobit 型のモデルを、Ordered Probit モデルと組み合わせ、ベイズ推定手法を導入することにより多変量に拡張した BMOPT(Bayesian Multivariate Ordered Probit and Tobit) モデルを提案している。定式化は以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
 y_{n1}^* &= \beta_1 x_{n1} + \epsilon_{n1} \\
 y_{n2}^* &= \beta_2 x_{n2} + \epsilon_{n2} \\
 y_{n3}^* &= \beta_3 x_{n3} + \epsilon_{n3} \\
 y_{n4}^* &= \beta_4 x_{n4} + \epsilon_{n4} \\
 y_{nj} &= \begin{cases} 0 & \text{if } y_{nj}^* < \alpha_1 \\ 1 & \text{if } \alpha_1 \leq y_{nj}^* < \alpha_2, \text{ for } j = 1, 2 \\ 2 & \text{if } y_{nj}^* > \alpha_2 \end{cases} \quad (3.178) \\
 y_{n3} &= \begin{cases} y_{n3}^* & \text{if } y_{n1} = 1 \text{ or } 2 \\ 0 & \text{if } y_{n1} = 0 \end{cases} \\
 y_{n4} &= \begin{cases} y_{n4}^* & \text{if } y_{n2} = 1 \text{ or } 2 \\ 0 & \text{if } y_{n2} = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

α_1 は Ordered Probit モデルの Cut point を示し、Fang(2008) では $\alpha_1 = \Phi^{-1}(1/3)$, $\alpha_2 = -\Phi^{-1}(1/3)$ としている。

一方、誤差関数の操作により計算性を高め適用範囲を広げるモデルとして、Lee(1983), Bhat and Eluru(2009) などが挙げられる。Lee(1983) は、多項ロジットモデルを採用し、選択確率に対して正規分布の分布関数の逆関数をとることにより、誤差分布を近似的に扱う方法を提案した。

さらに、Bhat and Eluru(2009) は、コピュラ関数を導入し、誤差関数の分布を線形で対称とする 2 変量正規分布の仮定を緩和し、非対称な分布をもつ誤差関数にも対応できるモデルを提案した。コピュラ関数の特徴は、2 変量の相関関係を保持しつつ、相関の特徴を表す関数を複数の分布形を試した上で設定できることにある。

(b) 構造型モデル

次に、効用最大化理論に基づくモデルについて概説する。

個人 n が、 I 個の異なる財（離散選択肢）について、式の資源制約の下で効用が最大になるように各財の消費量 x_i を選択すると仮定したとき、個人 n における直接効用関数 U_n は式 3.179 で表される。

$$\begin{aligned} U_n &= f_n(z_{1n}, z_{2n}, \dots, z_{In}) \\ \sum_{i=1}^I p_i z_{in} &= E_n, \quad \forall z_{in} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.179)$$

p_i は各財の価格、 E_n は個人 n のもつ資源の総量とする。

各財の需要関数を導く方法として、間接効用関数を定義してロワの恒等式を用いる方法と、KT 条件を用いて最適化問題を解く方法が提案されている。

ロワの恒等式を用いる方法

ロワの恒等式を用いて間接効用関数から需要関数を導き出す方法は、効用最大化理論に基づくモデルの初期から主流な手法として Dubin and McFadden(1984) をはじめ多くのモデルに採用されてきた。導出の手順として、まず資源制約下で直接効用関数を最大化した結果、選択肢 i が選ばれたとて得られる間接効用関数を、以下の式で表す。

$$Y_{in} = Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in}) \quad (3.180)$$

x_{in} は選択肢 i の観測される属性、 s_n は個人 n の社会経済属性、 ϵ_{in} は非観測特性とする。個人 n が間接効用関数が最大となる選択肢 i を選ぶと考えると、選択確率は次式で表される。

$$P_{in} = \Pr[Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in}) > Y_{jn}(p_j, E_n, x_{jn}, s_n, \epsilon_{jn}), j \in I, j \neq i] \quad (3.181)$$

ここで、非観測特性 ϵ_{in} が加算型として間接効用関数に含まれると仮定すると、間接効用関数は次式のように表される。

$$Y_{in} = Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n) + \epsilon_{in} \quad (3.182)$$

ϵ_{in} に i.i.d. ガンベル分布を仮定すると、確率 P_{in} は多項ロジットモデルにより与えられる。

財 z_i に対する需要関数は、間接効用関数にロワの恒等式を適用し、次式のように表される。

$$z_{in}^* = - \frac{\partial Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in}) / \partial p_i}{\partial Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in}) / \partial E_n} \quad (3.183)$$

需要関数を求めるために間接効用関数 Y_{in} を特定する必要があり、既往研究において様々な提案がなされてきた。Dubin and McFadden(1984) では、間接効用関数を次式のように設定し、

$$Y_{in} = [\alpha E_n + \beta p_i + \gamma x_{in} + \theta s_n] \exp(-\rho p_i) + \epsilon_{in} \quad (3.184)$$

これを用いて需要関数を式により以下のように導出している。

$$z_{in} = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\rho}{\alpha} (\alpha E_n + \beta p_i + \gamma x_{in} + \theta s_n) \quad (3.185)$$

KT 条件を用いる方法

次に、KT 条件を用いる方法を Wales and Woodland(1983) に基づき以下に示す。

ラグランジュ関数は、複数の変数に 1 つ以上の制約が課せられたときに、関数の停留点を求めるために用いられる。式の最大化問題に対して、ラグランジュ関数を次式により定義する。

$$L_{in} = U_{in}(z) - \lambda \left(\sum_{i=1}^I p_i z_{in} - E_n \right) \quad (3.186)$$

λ はラグランジュ乗数である。KT 条件 (Kuhn and Tucker, 1951) は、式を解くための必要十分条件を示すものであり、次式で表される。

$$\begin{aligned} U_{in}(z) - \lambda p_i &\leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 1, \dots, M \\ p_i^T z_{in} - 1 &\leq 0 \leq \lambda \end{aligned} \quad (3.187)$$

$U_{in}(x)$ は増加関数であるため、消費者は全ての収入を使うと考えられ、この結果、 λ は正となり、また少なくとも 1 つの財は必ず消費される。この消費される財を一般性を損なわずに 1 番めの財とすると、式 3.187 から次の式 3.188 のように置くことができる。

$$\lambda = U_{1n}(z) / p_1 \quad (3.188)$$

これらを用いると、効用最大化のための必要十分条件として式 3.189 が導かれる。

$$\begin{aligned} p_1 U_{in}(z) - p_i U_{1n}(z) &\leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 2, \dots, M, \\ p_i^T z_{in} &= 1 \end{aligned} \quad (3.189)$$

式 3.189 は次のように解釈できる。まず $z_{in} > 0$ の場合は $p_1 U_{in}(x) - p_i U_{1n}(x) = 0$ となり、 $U_{in}(x)/U_{1n}(x) = p_i/p_1$ となるため、財 i と財 1 の間の限界代替比率は無差別関数上にあり、解は価格の比率（資源制約の傾き）と等しくなる。一方、 i が消費されない場合は、限界代替比率は価格の比率より小さくなる。観測できない個人の選好の差を反映するために、個人の選好がランダムに人口上に分布していると仮定し、式 3.190 のように効用関数にランダム項を導入する。

$$U_{in}(z, \epsilon_{in}) = V_{in}(z) + \epsilon_{in}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (3.190)$$

これを用いて式 3.189 の $U_{in}(z)$ を $V_{in}(z) + \epsilon_{in}$ に置き換えると、次式を得る。

$$\begin{aligned} (p_1 \epsilon_{in} - p_i \epsilon_{1n}) + [p_1 V_{in}(z) - p_i V_{1n}(z)] &\leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 2, \dots, M, \\ p_i^T z_{in} &= 1 \end{aligned} \quad (3.191)$$

分析者には ϵ_{in} は観測できないため、 ϵ_{in} の分布を仮定することにより、式 3.191 を用いて需要 z_{in} の分布を計算する。ここでは、 ϵ_{in} に平均 0、分散 Σ の多変量正規分布を仮定する。式 3.191 の左辺は ϵ_{in} について線形なので、 $y_{in} = p_1 \epsilon_{in} - p_i \epsilon_{1n}$ を定義し、平均 0 で分散 Ω の多変量正規分布に従うものとする。資源制約式 3.188 を z の 1 要素を消去するのに用いることができるため、これを z_{1n} に適用すると、式 3.191 は次式のように表される。

$$\begin{aligned} y_i - \bar{y}_i(\hat{z}) &\leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 2, \dots, M, \\ \hat{z} &= (z_2, \dots, z_M) \end{aligned} \quad (3.192)$$

M 個の財すべてが消費されるとすると、密度関数として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 y_i &= \bar{y}_i(\hat{z}), \\
 f(\hat{z}) &= \phi(\hat{y}, \Omega) \text{abs}[J(\hat{z})], \\
 \hat{y} &= (y_2, \dots, y_M)
 \end{aligned}
 \tag{3.193}$$

ϕ は正規分布の密度関数であり、 J は y から z への変換に関するヤコブ行列である。最初の 1 財だけが消費される場合は、式 3.192 における $M - 1$ 個すべての財に関する条件は不等号となる。このため、 $z = \mathbf{0}$ となる場合の確率は次式となる。

$$f(\mathbf{0}) = \int_{-\infty}^{\bar{y}_M} \dots \int_{-\infty}^{\bar{y}_2} \phi(\hat{y}, \Omega) dy_2 \dots dy_M \tag{3.194}$$

以上を一般化し、消費される財の個数を K 個とすると、確率密度関数は次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 f(z_2, \dots, z_K, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}) &= \\
 \int_{-\infty}^{\bar{y}_M} \dots \int_{-\infty}^{\bar{y}_{K+1}} &\phi(y_2, \dots, y_K, y_{K+1}, \dots, y_M, \Omega) \times \text{abs}[J_K(\hat{x})] dy_{K+1} \dots dy_M
 \end{aligned}
 \tag{3.195}$$

J_K は $(z_{K+1}, \dots, z_M) = \mathbf{0}$ のとき、 (y_2, \dots, y_M) を (z_2, \dots, z_M) に変換するためのヤコブ行列である。式 3.196 は (y_2, \dots, y_M) から (z_2, \dots, z_M) への変換が 1 対 1 のとき有効となる。変換が 1 対 1 でない場合は、1 対 1 になるように範囲を分割して積分を行う必要がある。

$M!/K!(M-K)!$ 個の可能な消費パターンと、これに対応する確率密度関数が存在する。なお、 $z_1 > \mathbf{0}$ の仮定を置いているため、 $z_1 = \mathbf{0}$ の場合は消費量が 0 でない財を 1 番めの財に置き換えることで密度関数を得る。

Wales and Woodland(1983) は以上の提案により、ロワの恒等式を用いた場合には 1 つの財しか選択できなかつたのに対して、2 つ以上の、かつ全てではない選択肢を、同時に選択して資源を配分するというモデルに、離散・連続選択モデルを拡張した。

KT 条件を用いる方法：MDCEV モデル

Bhat(2005,2008) は、以上の Wales and Woodland(1983) のモデル、及びこれを発展させた Kim et al. (2002) のモデルを受けて、ガンベル分布を仮定した Multiple Discrete-Continuous Extreme Value (MDCEV) モデル

を提案した. MDCEV モデルはロジットモデルの自然な拡張と見なすことができ, 離散選択モデルにおいてロジットモデルから Nested logit model や mixed logit model 等への拡張を行う場合と同様な拡張を, 離散・連続選択モデルにおいて行うことが可能となった. MDCEV モデルは, ロジットモデルと同様クローズドフォームのモデルであり, 計算性が著しく高いことが特徴である. 同時に, ロジットモデルと同様, 選択肢間の独立を仮定しており, モデルの大きな制約となっている.

MDCEV モデルの導出過程を以下に示す.

MDCEV モデルでは, 効用関数を次式で表す.

$$U(z) = \sum_i \frac{\gamma_i}{\alpha_i} [\exp(\beta x_i + \epsilon_i)] \cdot \left\{ \left(\frac{z_i}{\gamma_i} + 1 \right)^{\alpha_i} - 1 \right\} \quad (3.196)$$

式中の $\exp(\beta x_i + \epsilon_i)$ は資源の消費が 0 の点から 1 ユニット消費する場合の限界効用に相当する. x_i は選択肢固有属性や個人属性などの説明変数, β はパラメータである. ϵ_i は観測されない要因の影響を表す確率項である. α_i , γ_i はともに消費量の増加に伴う効用の低減を表すパラメータであり, さらに γ_i は無差別曲線の位置及び端点解の有無を規定する. 分析者から見ると, 個人は式 (3.196) に示すランダム効用関数を, 式 (3.197) の資源制約の下で最大化する.

$$\sum_{i=1}^I p_i z_i = E \quad (3.197)$$

この最適解を, Wales and Woodland(1983) の手法と同様に, ラグランジュ関数を定義し KT 条件を適用することにより求める. ラグランジュ関数は次式で表される.

$$L = \sum_i [\exp(\beta x_i + \epsilon_i)] (z_i + \gamma_i)^{\alpha_i} - \lambda \left[\sum_{i=1}^I z_i - E \right] \quad (3.198)$$

これに対する KT 条件は次式となる.

$$\begin{aligned} [\exp(\beta x_i + \epsilon_i)] \alpha_i (z_i^* + \gamma_i)^{\alpha_i - 1} - \lambda &= 0 & \text{if } z_i^* > 0, i = 1, \dots, I \\ [\exp(\beta x_i + \epsilon_i)] \alpha_i (z_i^* + \gamma_i)^{\alpha_i - 1} - \lambda &< 0 & \text{if } z_i^* = 0, i = 1, \dots, I \end{aligned} \quad (3.199)$$

式 3.196 の資源制約条件を用いて次数を減らし、必ず消費される財を 1 番めの財とすると、キューンタッカー条件は以下のように表される。

$$\begin{aligned} V_i + \epsilon_i &= V_1 + \epsilon_1, \text{ if } z_i^* > 0, i = 2, \dots, I, \\ V_i + \epsilon_i &< V_1 + \epsilon_1, \text{ if } z_i^* = 0, i = 2, \dots, I, \text{ where} \\ V_i &= \beta x_i + \ln \alpha_i + (\ln \alpha_i - 1) \ln(z_i^* + \gamma_i), i = 1, \dots, I \end{aligned} \quad (3.200)$$

ϵ_i について、standard extreme value distribution を仮定し、かつ z_i から独立で、選択肢間での相関のない分布であることを仮定する。このとき、 I 個の選択肢の中から M 個を選び、それぞれに z_2 から z_M の資源を配分する場合の選択確率は、次式で表される。

$$\begin{aligned} &P(z_2^*, z_3^*, \dots, z_M^*, 0, 0, \dots, 0) | \epsilon_1 \\ &= \left\{ \left(\prod_{j=2}^M g(V_1 - V_j + \epsilon_1) \right)^{|J|} \right\} \times \left\{ \prod_{s=M+1}^I G(V_1 - V_s + \epsilon_1) \right\} \end{aligned}$$

g は standard extreme value density function, G は standard extreme value distribution とし、 J は次式の要素をもつヤコビアンとする。

$$J_{jh} = \frac{\partial[V_1 - V_{j+1} + \epsilon_1]}{\partial z_{h+1}^*}, \quad i, h = 1, 2, \dots, M-1 \quad (3.202)$$

式 3.196 に変形を加え、最終的に次式を得る。

$$\begin{aligned} &P(z_1^*, z_2^*, z_3^*, \dots, z_M^*, 0, 0, \dots, 0) = \\ &\left[\prod_{j=1}^M \left(\frac{1 - \alpha_j}{z_j^* + \gamma_j} \right) \right] \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{z_j^* + \gamma_j}{1 - \alpha_j} \right) \right] \left[\frac{\prod_{j=1}^M e^{V_j}}{\left(\sum_{k=1}^I e^{V_k} \right)^M} \right] \quad (M \text{ 個の選択肢}) \end{aligned} \quad (3.203)$$

$M = 1$ の場合、式 3.203 は通常の MNL モデルとなる。また、2つの選択肢がありそのうち1つが必ず消費される場合を考えると、式 3.203 は Dubin and McFadden(1984) をはじめとする single discrete-continuous model と同形となる。

先述したように, i.i.d. ガンベル分布の仮定は大きな制約となることから, MNLの拡張と同様の拡張が Bhat らによって提案されている.

まず, 不等分散性や誤差相関への対応を考慮したモデルとして, mixed MDCEV(MMDCEV) model が提案された (Bhat,2005). MMDCEV モデルでは, 誤差項 ϵ_i が, 次の 3 つの独立項に分割される. 最初の項 ζ_i は, 選択肢間での i.i.d. ガンベル分布を仮定した分布である. 2 つめの項 $\eta'w_i$ は, 誤差項のスケールパラメータの選択肢間での差異を推定するもので, w_i は I 次の列ベクトルで各行が選択肢を表す. η は平均 0 の正規分布であり, 各要素が ω_i^2 の分散をもつ. ω は多変量正規分布である η の分散共分散行列を特徴づける真のパラメータのベクトルである. 3 つめの項 $\mu'x_i$ は, 選択肢間の観測されない効用要素に関する相関の生成メカニズムを表す. x_i は H 次の列ベクトルであり, 各行は, 共通の非観測要素をもつ選択肢のグループ h を表す. i が所属するグループに該当する行は 1 をとり, 他の行は 0 をとる. ベクトル μ は H 次であり, 独立した正規分布で各要素が σ_h^2 の分散をもつ. σ は μ の分散共分散行列を特徴づけるパラメータのベクトルである. このとき, 選択確率は次式で表される.

$$P(z_2^*, z_3^*, \dots, z_M^*, 0, 0, \dots, 0) = \int_{\eta} \int_{\mu} \left[\prod_{j=1}^M \left(\frac{1 - \alpha_j}{z_j^* + \gamma_j} \right) \right] \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{z_j^* + \gamma_j}{1 - \alpha_j} \right) \right] \left[\frac{\prod_{j=1}^M e^{V_j + \eta'w_j + \mu'x_j}}{\left(\sum_{k=1}^I e^{V_k + \eta'w_k + \mu'x_k} \right)^M} \right] (M-1)! dF(\mu|\sigma) dF(\eta|\omega) \quad (3.204)$$

F は多変量累積正規分布である.

この他, 代表的な拡張モデルとして, multiple discrete-continuous nested extreme value (MDCNEV) model (Pinjari and Bhat, 2010), 及びこれをさらに一般化した GEV 型 (multiple discrete-continuous generalized extreme value (MDCGEV) model, Pinjari, 2011) などが提案されている.

Wales and Woodland(1983) は, KT 条件を用いたモデルと Tobit 型のモデルを比較し, 確率項の扱いに違いがあることを指摘している. KT 条件を用いたモデルの場合は, 個人ごとの需要は効用関数の制約条件付き最大化により得られ, 1 つ以上の選択肢の消費量が 0 の場合を含んでおり, また不確

実性は効用関数のパラメータが人口に対してランダムに分布していると仮定することにより導出される。一方、Tobit 型のモデルでは、各個人が同じ効用関数をもつと仮定し、個人の観測消費量は、効用を最大化する消費量と打ち切り型の分布をもつランダム項の和で表される。観測消費量が 1 つ以上の選択肢に対するゼロ消費を含むことは、打ち切り型分布によって可能になっている。

(c) 推定法

誘導型モデルの推定法

完全情報最尤推定法 (FIML: full information maximum-likelihood)

完全情報推定法 (FIML 法) は、基本的な原理は通常の最尤推定法と同じであり、欠損のあるデータについても欠損のない部分の情報を利用して、最尤推定値を求める手法である。

Heckman(1974) は、TypeII の Tobit モデルにおいて 2 項正規分布を仮定した FIML 法を提案し、この手法が以降のモデルでの推定法の基本形になっている。多変量正規分布の条件付き分布の性質、つまり、

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \right) \quad (3.205)$$

のとき

$$a_1 | a_2 = b \sim N \left(\mu_1 + \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} (b - \mu_2), \Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{12}^t \right) \quad (3.206)$$

を利用して、尤度関数 L は式 のように表される。

$$\begin{aligned}
L &= \prod_{n: y_{n2} \leq 0} Pr(y_{n2} \leq 0) \times \prod_{n: y_{n2} > 0} [Pr(y_{n1} | y_{n2} > 0) Pr(y_{n2} > 0)] \\
&= \prod_{n: y_{n2} \leq 0} Pr(y_{n2} \leq 0) \times \prod_{n: y_{n2} > 0} [Pr(y_{n2} > 0 | y_{n1}) Pr(y_{n1})] \\
&= \prod_{n: y_{n2} \leq 0} [1 - \Phi(\beta_2 x_{n2})] \times \tag{3.207}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\prod_{n: y_{n2} > 0} \left[\Phi \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \rho^2}} \left\{ \beta_2 x_{n2} + \frac{\rho}{\sigma_1} (y_{n1} - \beta_1 x_{n1}) \right\} \right) \right. \\
&\quad \left. \times \frac{1}{\sigma_1} \phi \left(\frac{y_{n1} - \beta_1 x_{n1}}{\sigma_1} \right) \right] \tag{3.208}
\end{aligned}$$

この尤度関数を最大にするパラメータの値をシミュレーション法などにより推定する。

Lee(1983)では、同じFIML法の枠組みを用いて、正規分布でない分布を正規分布に近似する手法を用いることで、正規分布の仮定を緩和している。

二段階推定法

Heckman(1979)の二段階推定法は、負荷の大きい最尤推定の計算が難しかった時代に提案され、広く用いられてきた推定法である。これは、式3.208において、 $y_2 > 0$ (つまり y_1 が観測されている) という条件下での y_1 の期待値を次式で表現できることを利用する。

$$\begin{aligned}
E(y_{n1} | y_{n2} > 0) &= E(\beta_1 x_{n1} | y_{n2} > 0) + E(\epsilon_{n1} | y_{n2} > 0) \\
&= \beta_1 x_{n1} + E(\epsilon_{n1} | \epsilon_{n2} > -\beta_2 x_{n2}) \\
&= \beta_1 x_{n1} + (\rho \sigma_1) \frac{\phi(\beta_2 x_{n2})}{\Phi(\beta_2 x_{n2})} \tag{3.209}
\end{aligned}$$

具体的な手順を以下に示す。

ステップ1

「 y_{1n} が観測されるかされないか」をダミー変数化して、式を用いて β_2 の推定値を計算し、この推定値を用いて式により擬似的な説明変数 $\tilde{\lambda}_n$ を計算する。

$$\tilde{\lambda}_n = \frac{\phi(\beta_2 x_{n2})}{\Phi(\beta_2 x_{n2})} \tag{3.210}$$

ステップ 2

y_{1n} が観測されている対象者について、式 (3.210) を最小化する最小二乗推定を行い、 β_1 と $(\rho\sigma_1)$ を推定する。

$$\sum_{n:y_{n2}>0}^N \left(y_{n1} - \beta_1 x_{n1} + (\rho\sigma_1)\bar{\lambda}_n \right)^2 \quad (3.211)$$

構造型モデルの推定法

ロワの恒等式を用いるモデル

完全情報最尤推定法 (FIML: full information maximum-likelihood)

選択肢数の少ない場合には、FIML 法による同時推定が適用できる。この方法では、誤差項 ϵ_i が正規分布に従うことを仮定する。

選択性修正法

より幅広い適用範囲をもつ手法として、選択性修正法が用いられる。三輪ら (2008) に基づき選択性修正法の推定方法を以下に示す。選択性修正法では、まず $\eta = \mathbf{0}$ と仮定して間接効用関数を効用関数としたロジットモデルを推定する。次に、代替案ごとの選択確率 P_i を算出し、代替案 i の需要関数の誤差項のバイアスを式 (3.212) のように修正し、最小二乗法を適用する。

$$\eta = \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\sigma\sqrt{6}}{\pi} r_j \left(\frac{P_j \ln P_j}{1 - P_j} + \ln P_j \right) \right\} + \nu \quad (3.212)$$

σ は全母集団における η の標準偏差、 r_j は η と ϵ_j の相関係数、 ν は選択結果とは独立な誤差項である。上式の右辺第 1 項は選択性修正項と呼ばれ、代替案 i が選択されるという条件下での η の期待値を表す。また、 $\sigma\sqrt{6}r_j = \pi$ が需要関数内の選択性修正項に関する未知パラメータとして推定される。

この手法では、はじめに定義した間接効用関数においては同一であったはずの各未知パラメータが、離散選択モデルと需要関数とにおいて異なった値に推定されるといった、理論上矛盾した結果が得られる。この問題に対処するため、三輪ら (2008) は、離散選択モデルと需要関数との未知パラメータを全てシェアし、全てのパラメータを同時推定する方法を提案している。選択肢別標本抽出データを用いることへの対応として、WESML (weighted exogenous sample maximum likelihood) 法により未知パラメータおよび未

知パラメータの分散共分散行列を推定する。このとき、対数尤度関数は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) \\ = \sum_{n=1}^N w(J_n) \{ \ln P(J_n | x_n, \theta) + \ln f(x_{J_n} | x_n, \theta) \} w(J_n) = Q(J_n) / H(J_n) \end{aligned}$$

N はサンプル数、 J_n は個人 n により選ばれた選択肢、 $w(J_n)$ はその母集団シェアとサンプル内シェアの比で表される重み、 $Q(J_n)$ はその母集団シェア、 $H(J_n)$ はそのサンプル内シェア、 x_n は説明変数ベクトル、 θ はパラメータベクトル、 x_{J_n} は需要量、 $P(\cdot)$ は選択確率を表す関数、 $f(\cdot)$ は正規確率密度関数である。また、WESML 推定量 θ^* の分散共分散行列 Σ は、重み付けを行って得られた推定量の分散共分散行列 Λ と、得られた推定量 θ^* を用いて重み付けを行わずに算出される分散共分散行列 Ω とを用いて、以下のように計算される。

$$\Sigma = \frac{1}{N} \Omega^{-1} \Lambda \Omega^{-1} \quad (3.214)$$

KT 条件を用いたモデル

KT 条件を用いたモデルでは、最尤推定法によりパラメータを推定する。

(1) で示した各財の選択確率を用いて尤度関数を定義する。

z に関する N 個のランダムな観測について、各観測は $\sum_{K=1}^M M! / K!(M-K)!$ 個のパターンのうちただ 1 つの密度関数に対応し、尤度関数は次式で表される。

$$L(\hat{z}_1, \dots, \hat{z}_N) = \prod_{n=1}^N f(\hat{z}_n) \quad (3.215)$$

z_n は z の n 番目の観測値を示す。効用関数 $U(z, \epsilon)$ のパラメータと共分散行列 Σ は最尤推定法により推定できる。ただし多重積分を含むオープンフォームの式であるため計算負荷は大きく、シミュレーション法などの適用が必要となる。

MDCEV モデルは対数尤度関数がクローズドフォームで定義され、推定計算が容易であることが特徴である。また、MDCEV モデルを mixed 型に拡

張した MMDCEV モデルの推定は、対数尤度関数を次式のように設定し、疑似モンテカルロシミュレーションを適用して最尤推定法により行われる。

$$L(\beta, \theta, \gamma, \sigma, \omega) = \sum_{q=1}^Q \left[\int_{\eta} \int_{\mu} \left[\prod_{j=1}^M \left(\frac{1 - \alpha_j}{z_j^* + \gamma_j} \right) \right] \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{z_j^* + \gamma_j}{1 - \alpha_j} \right) \right] \right. \\ \left. \left[\frac{\prod_{j=1}^M e^{V_j + \eta' w_j + \mu' x_j}}{\left(\sum_{k=1}^I e^{V_k + \eta' w_k + \mu' x_k} \right)^M} (M - 1)! dF(\mu | \sigma) dF(\eta | \omega) \right] \right] \quad (3.216)$$

参考文献

- [1] Amemiya, T.: *Advanced Econometrics*, Harvard University Press, 1985.
- [2] Bhat, C.R.: A multiple discrete-continuous extreme value model: formulation and application to discretionary time-use decisions, *Transportation Research Part B: Methodological* 39, pp. 679-707, 2005.
- [3] Bhat, C.R.: The multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model: Role of utility function parameters, identification considerations, and model extensions, *Transportation Research Part B: Methodological* 42, pp. 274-303, 2008.
- [4] Bhat, C.R., Eluru, N.: A copula-based approach to accommodate residential self-selection effects in travel behavior modeling, *Transportation Research Part B: Methodological* 43, pp. 749-765, 2009.
- [5] Dubin, J.A., McFadden, D.L.: An econometric analysis of residential electric appliance holdings and consumption. *Econometrica* 52 (2), pp. 345-362, 1984.
- [6] Fang, H.A.: A discrete-continuous model of households' vehicle choice and usage, with an application to the effects of residential density, *Transportation Research Part B: Methodological* 42 (1), pp. 736-758, 2008.
- [7] Heckman, J.: Sample selection bias as a specification error, *Econometrica* 47, pp. 153-161, 1979.
- [8] Lee, L.-F.: Generalized econometric models with selectivity, *Econometrica* 51, pp. 507-512, 1983.
- [9] Maddala, G. S.: *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, 1983.
- [10] Pinjari, A.R., Bhat, C.: A multiple discrete-continuous nested extreme value (MDCNEV) model: Formulation and application to non-worker activity time-use and timing behavior on weekdays, *Transportation Research Part B: Methodological* 44, pp. 562-583, 2010.

- [11] Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica* 26, pp. 24-36, 1958.
- [12] Wales, T.J., Woodland, A.D.: Estimation of consumer demand systems with binding non-negativity constraints, *Journal of Econometrics* 21, pp. 263-285, 1983.
- [13] 星野崇宏, 調査観察データの統計科学, 因果推論・選択バイアス・データ融合, 岩波書店, 2009.
- [14] 福田大輔, 力石真, 離散?連続モデルの研究動向に関するレビュー, 土木計画学研究・講演集 46(CD-ROM), 2012.
- [15] 三輪富生, 山本俊行, 森川高行, 駐車場-駐車時間選択行動への離散-連続モデルの適用と駐車料金施策分析, 都市計画論文集 Vol.43, pp. 34-41, 2008.

3.2.3 推定法

モデルのパラメータの推定とは、ある仮定したモデルについて、未知の分布を持つ母集団から抽出された標本データより、そのデータの属する母集団分布の性質を推定することである。具体的には、仮定した理論モデルのパラメータを、観測した標本データに最も適合するように同定することである。ここでは、パラメータ推定の各手法を取りあげる。

(a) 的中率による評価

モデルの適合度の評価指標の1つとして、的中率がある。的中率は、個人 n の実際の選択結果が i_n 、個人 n に関して効用関数の確定項部分が最大となる選択肢として推定される選択結果が y_n とすると、以下のように表される。

$$\frac{d(y_n = i_n)}{N} \quad (3.217)$$

$d(y_n = i_n)$ は、 $y_n = i_n$ のとき 1 をとる指示変数である。的中率は全サンプルの中で、モデルにより選択結果と選択予測が何パーセント当たったかを示すものである。

的中率は直感的でわかりやすい指標であるが、予測された選択結果が何パーセントの確率で選択されると判断されたかという情報が抜け落ちてしまうため、モデルの評価指標として十分であるとはいえない。そこで、通常は後述する尤度比を用いて、モデルで予測される選択確率を考慮してモデルの評価を行う。

(b) 尤度関数の設定

離散選択モデルの推定法の中で最も多く用いられる方法が最尤法である。最尤法は得られた標本データについて、最も尤もらしい母集団を母集団の推定値とするという考え方である。最尤法は観測データに対して尤度関数を設定し、尤度関数を最適化することによって未知パラメータを決定する。

ここでは観測データは無作為に抽出されていると仮定する。モデルの推定では、理論モデルが正しいという仮定の下で、観測データに対して最も適切なパラメータ β の探索を行う。

離散選択モデルにおいては、サンプル全体の尤度 L は個々のサンプルのモデルによる理論的選択確率の積で表される。(McFadden, 1974[?])

$$L(\beta) = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^J P_n(i|\beta)^{d_{in}} \quad (3.218)$$

ただし、 d_{in} は、個人 n が選択肢 i を選択したかどうかのダミー変数である。

実際の計算においては確率の積は非常に小さな値をとるため、計算の便宜上、対数尤度を用いることが多い。

$$\ln L(\beta) = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^J d_{in} \ln P_n(i|\beta) \quad (3.219)$$

尤度関数が大きいほど、モデルが推定で用いるデータについてあてはまりが良く選択結果をより高い確率で予測できていることを表す。モデルのパラメータ推定では尤度関数が最大となるパラメータ β を求める。

(c) 尤度比

モデルの適合度を表す指標として、最大化した尤度による尤度比が用いられる。尤度比のベースとして、各選択肢の選択確率が等確率となる「無情報モデル」を考える。効用関数が線形和で表される離散選択モデルの場合、全てのパラメータが 0 であるとき無情報モデルとなる。無情報モデルの尤度関数の値を $L(\mathbf{0})$ と表し、初期尤度と呼ぶ。無情報モデルは、各選択肢をランダムに選ぶ「当てずっぽう」のモデルと考えることができ、無情報モデルに

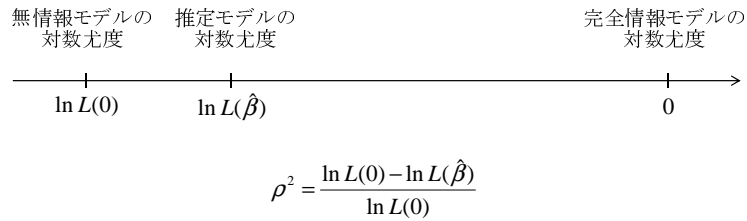


図 3.57 推定モデルの尤度比

比べて推定したモデルがどれだけ説明力が優れているかを表す指標が尤度比である。

無情報モデルの一方で、全てのサンプルの実現選択肢を選択確率 1 として完全に当てるモデルを「完全情報モデル」と呼ぶ。完全情報モデルでは、対数尤度 $\ln L(\beta)$ は 0 となる。尤度関数を最大化するパラメータ β を $\hat{\beta}$ と表すと、推定したモデルの最大尤度 $L(\hat{\beta})$ は完全情報モデルの対数尤度である 0 から、無情報モデルの対数尤度までの間のいずれかの値をとる。McFadden(1975) は対数尤度の比を用いた適合指標を以下のように提案し、McFadden の決定係数と呼ばれる。

$$\rho^2 = \frac{\ln L(\hat{\beta}) - \ln L(0)}{\ln 1 - \ln L(0)} = \frac{\ln L(0) - \ln L(\hat{\beta})}{\ln L(0)} \quad (3.220)$$

なお、McFadden の決定係数は説明変数を増やすほど増加してしまう欠点がある。McFadden の決定係数をそのまま用いると、パラメータ数を増やすほどモデルの説明力は増加すると解釈され、モデル間の比較などでは都合が良くない。Ben-Akiva and Swait(1986) は、パラメータ数 K について赤池情報量規準 (AIC) $-\ln 2L(\hat{\beta}) + 2K$ を用いて、自由度調整済み決定係数 $\bar{\rho}^2$ を提案している。

$$\bar{\rho}^2 = \frac{\ln L(0) - (\ln L(\hat{\beta}) - K)}{\ln L(0)} \quad (3.221)$$

(d) 最適化手法

最尤法では、最適化手法を用いて誘導関数の最大化を行う。

尤度関数 L はパラメータ β に関して大域的に凸であり、 L の導関数が 0 になる解が、尤度が最大となるパラメータである。 n 次元のパラメータで表されるモデルの尤度関数の最大化を一般化する。

$$\max_{\beta} L(\beta) \quad (3.222)$$

$$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \quad (3.223)$$

また、尤度関数を最大化するパラメータ β を $\hat{\beta}$ と表すこととする。

最適化の方法として、Newton-Raphson 法、準ニュートン法 (BFGS 法)、最急降下法、2 次導関数を用いた Berndt-Hall-Hall-Hausman (BHHH) 法 (Berndt et al., 1974[?])、また導関数が求められない場合でも適用可能な Nelder-Mead 法 (Nelder and Mead, 1965[?]) などがある。それぞれの数値解法は、収束の早さやヘッセ行列計算の計算量などで一長一短がある。

関数の最適化アルゴリズムとして、以下の方法について紹介する。

- 最急降下法
- Newton-Raphson 法
- BFGS 法 (準ニュートン法)
- BHHH 法
- Nelder-Mead 法

最急降下法

最急降下法は、目的関数の勾配ベクトルを用いて解を探索するアルゴリズムである。勾配ベクトルの導出と、更新ステップ幅の決定を交互に繰り返すことにより、解へ近づけていく。

ステップ 1

初期解 β_1 を決定する。

ステップ 2

k 回目ステップにおける探索方向 \mathbf{s}_k を決定する。

$$\mathbf{s}_k = -\nabla L(\beta_k) \quad (3.224)$$

ステップ 3

ステップ幅 α_k を決定する。

$$\max_{\alpha} L(\beta_k - \alpha_k \mathbf{s}_k) \quad (3.225)$$

ステップ 4

β_k を更新する。

$$\beta_{k+1} = \beta_k - \alpha_k \mathbf{s}_k \quad (3.226)$$

ステップ 5

β_k が収束していなかったら、 $k = k + 1$ として Step2 に戻って計算を繰り返す。

最急降下法はアルゴリズムが単純であるが、解の収束が遅い欠点がある。

Newton-Raphson 法

Newton-Raphson 法は解を得ようとする定義域において目的関数が微分可能なとき、偏微分値を用いて求解するアルゴリズムである。

ステップ 1

初期解 β_1 を決定する。

ステップ 2

β_k に関して尤度関数のヘッセ行列を求める。

$$\nabla^2 L(\beta_k) = \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial \beta_1^2} & & \frac{\partial^2 L}{\partial \beta_1 \partial \beta_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \beta_1 \partial \beta_n} & & \frac{\partial^2 L}{\partial \beta_n^2} \end{pmatrix} \quad (3.227)$$

ステップ 3

k 回目ステップにおける探索方向 s_k を決定する。

$$s_k = -(\nabla^2 L(\beta_k))^{-1} \nabla L(\beta_k) \quad (3.228)$$

ステップ 4

ステップ幅 α_k を決定する。

$$\max_{\alpha} L(\beta_k - \alpha_k s_k) \quad (3.229)$$

ステップ 5

β_k を更新する。

$$\beta_{k+1} = \beta_k - \alpha_k s_k \quad (3.230)$$

ステップ 6

β_k が収束していなかったら、 $k = k + 1$ として Step2 に戻って計算を繰り返す。

BFGS 法

BFGS 法は 1970 年に Broyden (1970)[?], Fletcher (1970)[?], Goldfarb (1970)[?], Shanno (1970)[?] によって提案され、4 人の頭文字をとったアルゴリズムである。BFGS 法は Newton-Raphson 法において算出するヘッセ行列を近似行列 B を導入して計算する手法である。ヘッセ行列の計算には多くの計算量が必要であり、ヘッセ行列の計算を回避することにより探索を高速化できる。

ステップ 1

初期解 β_1 を決定し、行列 H_k を単位行列としておく。

ステップ 2

ステップ幅 α_k を決定する。

$$\max_{\alpha} L(\beta_k - \alpha_k H_k \nabla L(\beta_k)) \quad (3.231)$$

ステップ 3

β_k を更新する.

$$\beta_{k+1} = \beta_k - \alpha_k H_k \nabla L(\beta_k) \quad (3.232)$$

ステップ 4

$s_k = \beta_{k+1} - \beta_k$, $y_k = \nabla L(\beta_{k+1}) - \nabla L(\beta_k)$ として、行列 H を更新する。

$$H_{k+1} = \left[I - \frac{s_k y_k^T}{s_k^T y_k} \right] H_k \left[I - \frac{y_k s_k^T}{s_k^T y_k} \right] + \frac{s_k s_k^T}{s_k^T y_k} \quad (3.233)$$

ステップ 5

β_k が収束していなかったら、 $k = k + 1$ として Step2 に戻って計算を繰り返す。

最適化手法におけるシミュレーション計算

Mixed Logit モデルやプロビットモデルでは選択確率が積分式で表されるため、シミュレーション法により数値計算を行い、選択確率及び尤度を繰り返し計算により求める最適化手法が必要となる。例としてランダム計数モデルを用いると、パラメータ β が分布 $f(\beta|\theta)$ にしたがう時、個人 n が選択肢 i を選択する確率は一般に以下のようなになる。

$$P_n(i) = \int \frac{\sum_{j=1}^J \exp(V_{jn} + \eta_{jn})}{\exp(V_{in} + \eta_{in})} f(\beta|\theta) d\beta \quad (3.234)$$

上記の積分計算は、一般的に解析的に解くことが困難であり、シミュレーション計算によるアプローチでは、シミュレーションを用いて計算する選択確率を $SP_n(i)$ とすると、計算の反復回数を R 回とすると、繰り返し計算による試行の平均値をとってシミュレーション尤度とする。(Train, 2003[?])

$$SP_n(i) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R P_n(i, \beta_r) \quad (3.235)$$

ただし、 β_r は確率分布 $f(\beta|\theta)$ から r 回目にサンプリングされたパラメータ β を表す。

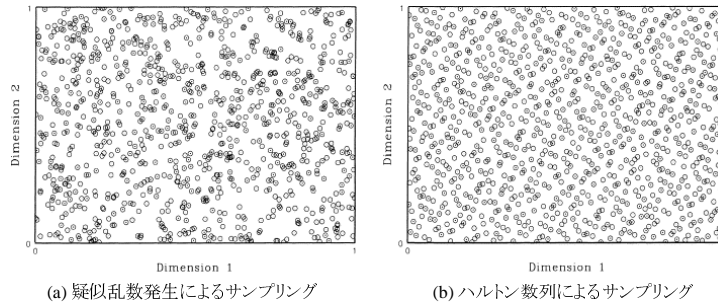


図 3.58 疑似乱数を用いたサンプリングとハルトン数列を用いたサンプリングの比較 (Bhat (2001) より)

シミュレーション計算をより効率的に行う方法として、ハルトン数列による疑似乱数を用いる方法 (Bhat, 2001[?]) がある。ハルトン数列法は通常の乱数の代わりに、分布範囲を均等に網羅しかつ相互に相関などを持たない数列を準乱数として用いる方法である。ハルトン数列法は、ランダムドロー法よりも効率よく分布範囲をカバーできる利点がある。

ハルトン数列は、ベースとなる素数を選び、 $(0,1)$ 区間をその数で分割することを繰り返すことにより得る。例えば、素数を 3 とした場合、まず $(0,1)$ 区間を 3 分割する点に対応する数列 $1/3, 2/3$ が得られる。次に、分割した $(0,1/3), (1/3,2/3), (2/3,1)$ の 3 つの区間について、それぞれ 3 等分する点を順番に加え、 $1/3, 2/3, 1/9, 4/9, 7/9, 2/9, 5/9, 8/9$ が得られる。シミュレーション計算ではこの数列を $(0,1)$ 区間における準乱数列として用いる。

オープンフォームでない選択確率の計算方法として、EM アルゴリズムを用いた方法 (Train, 2008[?]) やラプラス関数近似 (Harding and Hausman, 2007[?]) などがあり、サンプル数や導出パラメータの安定性などの議論がなされている。(Cherchi, E. and Guevara, 2011[?])

(e) ベイズ推定法

ベイズ推定は事前情報とデータからパラメータ値の事後分布の事後分布を更新する方法である。ベイズ推定は、極端にサンプル数が少なく最尤法で計算が安定しない場合や、尤度関数が微分不可能な場合でも推定が可能である

ことが特徴がある。また、長期あるいは複数時点に亘って交通行動を観測する場合、時間の変化に従って行動変化が生じることが考えられ、行動変化の観測や新規データを用いたパラメータの更新にもベイズ推定は適用することができる。

結果の導出は最尤法では推定結果がパラメータの値として求まるが、ベイズ推定ではパラメータ値自体を確率変数と捉え、パラメータ値の分布の形が事後分布として推定される。ベイズ推定では最尤法のような最適化計算を必要としない。尤度関数に積分型の残るオープンフォーム型で表されるプロビットモデルやMixed Logit モデルなどの数値解析的に尤度関数の最大化が難しいモデルでは、計算負荷の大きな関数の最適化計算を回避できる利点は大きい。パラメータの推定値を求める際には、通常は事後分布の母平均を推定結果として用いる。

近年の交通・土木計画学分野のベイズ推定法の適用では、追従挙動モデルパラメータの動的推定（葛西ら, 2012）、day-to-day の交通量推定（Parry and Martin, 2013）、渋滞定着確率モデル（武藤ら, 2010）、OD 推定（山田・羽藤, 2010; Li, 2009; Hazelton, 2001; Maher, 1983）、個人・地域・集団間の異質性を考慮したマルチレベルモデル（古谷・大田, 2010; 力石ら, 2009b）、高速道路交通量の逐次モニタリング（力石, 2009a）、旅行速度推定モデル（Park et al., 2010）、経路選択モデル（河本ら, 2009）、自動車保有-走行距離に関する離散連続モデル（小林ら, 2009）、パーティクルフィルタによる位置推定（薄井ら, 2009; 三谷・羽藤, 2009）、選択肢間の誤差相関を考慮した土地利用モデル（和田ら, 2008）などがみられる。

事前分布と事後分布

ベイズ推定は個々のデータに推定において事前分布を仮定して、新たなデータごとに事前分布を更新して事後分布を求める手法である。事前分布とは標本データを得る前のパラメータ分布の情報であり、経験的な数値や過去の分析に基づいて決定される。事後分布とは標本データを得て更新されるパラメータ分布の情報である。ベイズ推定では事後分布の分布形を求めることを目的とする。

行動モデルでは、パラメータを θ とすると、尤度関数は各個人 n の選択結

果 y_n に対する選択確率 $P_n(y_n|\theta)$ の積和で表される。

$$L(Y|\theta) = \prod_{n=1}^N P_n(y_n|\theta) \quad (3.236)$$

ただし、 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ である。パラメータ θ に関する事前分布 $\pi(\theta)$ 、データ Y が得られて更新されたパラメータ θ に関する分布（事後分布）を $\pi(\theta|x)$ とすると、条件付き確率の乗法の法則より、以下が成り立つ。

$$\pi(\theta|Y)L(Y) = L(Y|\theta)\pi(\theta) \quad (3.237)$$

$L(Y)$ は観測データ Y そのものについての周辺分布であり、次のように表すことができる。

$$L(Y) = \int L(Y|\theta)\pi(\theta)d\theta \quad (3.238)$$

このとき、式 bayes1 を変形して、ベイズの定理（松原, 2010）が得られる。

$$\pi(\theta|Y) = \frac{L(Y|\theta)\pi(\theta)}{L(Y)} \quad (3.239)$$

ベイズの定理は、事前分布と事後分布の関係を表す式であり、事後分布は事前分布を尤度関数によって重み付けした分布であるといえる。 $L(Y)$ はパラメータ θ に依存しない尤度関数 $L(Y|\theta)$ の正規化定数と捉えることができ、 $L(Y)$ が定数であることから、事前分布、事後分布、尤度関数の関係は次のように表すことができる。

$$\pi(\theta|y_t) \propto L(y_t|\theta)\pi(\theta) \quad (3.240)$$

このとき、事後分布 $\pi(\theta|y_t)$ は t 時点までのデータを用いて得られたパラメータ θ の確信度であると見なせる。 $t+1$ 時点では $\pi(\theta|y_t)$ は事前分布となり、以下のように逐次パラメータを更新し、パラメータ θ を用いたモニタリングを行うことができる。（力石, 2010）

表 3.3 自然な共役事前分布の例

尤度	事前分布	事後分布
二項分布	ベータ分布	ベータ分布
多項分布	ディリクレ分布	ディリクレ分布
正規分布	正規分布 (平均 μ 、分散は固定)	正規分布
正規分布	正規分布 (平均 μ 、分散 σ^2)	ガンマ分布

$$\pi(\theta|y_t, y_{t+1}) \propto L(y_{t+1}|\theta)\pi(\theta|y_t) \quad (3.241)$$

ベイズの定理を、観測データが入るごとに事後分布を計算するベイズ更新として考えると、 t 時点の観測データ y_t が得られたときの事後分布は

このとき、事後分布を解析的に求めるためには、解析的な積分計算が可能となるように、事前分布と事後分布が同一の分布族となる確率分布を選ぶ必要がある。このような性質を持つ分布を自然共役事前分布と呼ぶ。自然な共役事前分布に関する尤度、事前分布、事後分布の関係を表 3.3 に示す。

尤度分布、事前分布ともに正規分布を仮定するとき、事前分布を平均 μ_0 、分散共分散行列 Σ_0 で表される正規分布、尤度関数を平均 μ_1 、分散共分散行列 Σ_1 で表される正規分布とすると、ベイズ更新による事後分布のパラメータ $\hat{\mu}$ 、 $\hat{\Sigma}$ は以下のように表される。

$$\hat{\mu} = \hat{\Sigma}(\Sigma_0^{-1}\mu_0 + \Sigma_1^{-1}\mu_1) \quad (3.242)$$

$$\hat{\Sigma} = (\Sigma_0^{-1} + \Sigma_1^{-1})^{-1} \quad (3.243)$$

自然な共役事前分布を用いたパラメータ推定例として、森地ら (1987) は非集計モデルのパラメータの尤度と事前分布に正規分布を仮定して、集計データと非集計の個人データを統合的に用いてパラメータ推定を行う方法を提案している。さらに屋井ら (1993) は複数の自然な共役事前分布を用いてデータ統合における推定について、比較を行っている。

ギブスサンプリング

事後分布の計算では積分計算が必要となり計算が解析的には困難であるため、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC 法) によるモンテカルロ計算が多く用いられる。

ギブスサンプリングは、パラメータ間の条件付き確率が既知の場合に適用できるサンプリングアルゴリズムである。ギブスサンプリングは、多次元のパラメータ $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$ について、条件付き分布確率にしたがって単一次元ごとにサンプリングを行う方法である。 i 番目のサンプルを $\theta^{(i)} = \{\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_k^{(i)}\}$ とするとき、サンプリングは以下のように行う。

ステップ 1

初期値 $\theta^{(0)}$ を設定する。 $i = 1$ とする。

ステップ 2

i 番目のサンプリングにおいて、 $\theta_j^{(i)}$ を条件付き確率分布からサンプリングする。

$$\theta_k^{(i)} \sim f(\theta_k | \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{j-1}^{(i)}, \theta_{j+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}) \quad (3.244)$$

ステップ 3

$i = i + 1$ として、ステップ 2 から繰り返す。

メトロポリス・ヘイスティングス (MH)

MCMC 法を用いた方法の代表例はメトロポリス・ヘイスティングス (Metropolis-Hastings, MH) アルゴリズムである。MH 法では、分布から得られた提案サンプリング値について採択確率を定義し、採択確率にしたがってサンプリング値とするか否かを決定するアルゴリズムである。サンプリングは以下のように行う。

ステップ 1

初期値 $\theta^{(0)}$ を設定する。 $i = 1$ とする。

ステップ 2

i 番目のサンプリングにおいて、提案パラメータ $\theta^{new(i)}$ を事前分布 $f(\theta^{new(i)} | \theta^{(i)})$ からサンプリングする。

$$\theta^{new(i)} \sim f(\theta^{new(i)} | \theta^{(i)}) \quad (3.245)$$

ステップ 3

$\theta^{new(i)}$ の採択確率 $\alpha(\theta^{(i-1)}, \theta^{new(i)})$ を求める。

$$\alpha(\theta^{(i-1)}, \theta^{new(i)}) = \min\left(1, \frac{\pi(\theta^{new(i)})f(\theta^{(i-1)}|\theta^{new(i)})}{\pi(\theta^{(i-1)})f(\theta^{new(i)}|\theta^{(i-1)})}\right) \quad (3.246)$$

ステップ 4

$\theta^{(i)}$ を決定する

$$\theta^{(i)} = \begin{cases} \theta^{new(i)} & (\text{確率 } \alpha \text{ で}) \\ \theta^{(i-1)} & (\text{確率 } 1 - \alpha \text{ で}) \end{cases} \quad (3.247)$$

3.2.4 関係性のモデル

(a) 入れ子の構造が含まれるモデル

本節では、効用間の入れ子の構造が含まれるモデルについて定式化を行い、構造の計算手法を紹介する。

効用間の入れ子の構造が含まれているモデルには、将来の効用を予測して選択を行う動的離散選択モデル、集団との相互作用を表す社会的相互作用モデルが存在する。社会的相互作用モデルについては特定の個人から影響を受けるローカルインタラクションモデル、集団全体から影響を受けるグローバルインタラクションモデルの2つに大別できる。

つまり、動的離散選択モデルは異時点間の関係性を含んだモデル、ローカルインタラクションモデルは個人間の関係性を含んだモデル、グローバルインタラクションモデルは個人と集団の関係性を含んだモデルであると言える。

動的離散選択モデル

動的離散選択モデルは、従来の静的な離散選択モデルでは取り扱えない、異時点間の意思決定の変化を記述することができるモデルである。静的離散選択モデルでは、潜在変数を効用関数の差で表すのに対し、動的離散選択モデルでは価値関数の差で表す。ここでの価値関数とは、Bellman 方程式における価値関数を指し、期待将来効用と現在効用の和として個人 i の価値関数は以下のように定義される。

$$V(s_{i,t}) = \max\{U_i(a, s_{i,t}) + \beta \int V(s_{i,t+1})dF(s_{i,t+1} | a, s_{i,t})\} \quad (3.248)$$

この方程式は、将来の効用も含めた全期間を考慮した効用関数である $\sum_j \beta^j U_i(a, s_{i,t+j})$ を最大化するように選択を行う場合の、dynamic programming(DP) 問題における価値関数を、Bellman の最適性原理 (Bellman,1957) により再帰的に表現した方程式である。この式では図 3.59 のように将来の価値が入れ子の構造となって現在の価値関数に組み込まれているのが特徴である。

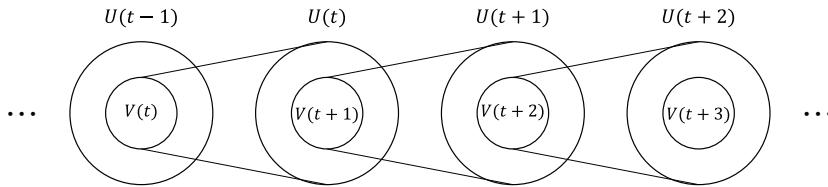


図 3.59 動的離散選択モデルにおける入れ子の構造

ここで、 $U_i(a, s_{i,t})$ は選択枝 a の効用関数、 $s_{i,t}$ は t 期における状態変数、 $dF(s_{i,t+1} | \alpha, s_{i,t})$ は各個人の将来の状態変数に対する信念を表すマルコフ推移確率分布関数、 β は価値関数の割引率である。

$s_{i,t}$ のうち観測可能なものを $x_{i,t}$ 、観測不可能なものを誤差項 $\varepsilon_{i,t}$ とし、誤差項に i.i.d extreme value を仮定すると、選択枝別の価値関数は以下のように表される。

$$v(a, x_{i,t}) = u(a, x_{i,t}) + \varepsilon_{i,t}(a) + \beta \sum_{x_{i,t+1}} \bar{V}(x_{i,t+1}) df(x_{i,t+1} | a, x_{i,t}) \quad (3.249)$$

ここで、 $v(a, x_{i,t})$ は選択枝別価値関数、 $u(a, x_{i,t})$ は選択枝別効用関数、 $\sum \bar{V} df$ は $t+1$ 期に得られる価値関数の期待値である。

この時、各選択肢の選択確率は静的多項ロジットモデルと同様に、以下の式で記述できる。

$$P(a|x_{i,d}, \theta) = \frac{\exp(v(a, x_{i,d}))}{\sum_{j=1}^J \exp(v(j, x_{i,d}))} \quad (3.250)$$

また、誤差項と推移確率の確率密度関数において、条件付き独立性を仮定すると、 \mathbf{V} が一意に定まり、この関数が Bellman 方程式の唯一解となる。

ローカルインタラクションモデル

社会的相互作用のうち、ローカルインタラクションモデルは特定の個人から受ける影響を考慮していたモデルである。モデルの形は様々であるが、一般的には個人 i が受ける効用の式は以下のような式で表される。

$$U_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \sum_{j \neq i} \gamma_j y_j + \varepsilon_i \quad (3.251)$$

ここで、 α は定数項、 \mathbf{X}_i は外生的な説明変数ベクトル、 ε_i は効用の誤差項である。 y_j は i が影響を受けている特定の個人 j の影響を表し、選択確率が入る場合や直接 j の効用の確定項 \mathbf{V}_j が入るような場合も存在する。

このモデルは以下の図 3.60 のような、 i が j に影響を与え、 j が i に影響を受けているという、効用同士が相互に入れ子になっている構造を持っていることが大きな特徴である。

グローバルインタラクションモデル

グローバルインタラクションは、個人が集団全体から影響を受けていると仮定したモデルである。ローカルインタラクションとは異なり、集

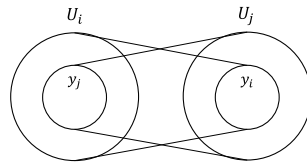


図 3.60 ローカルインタラクションモデルにおける入れ子の構造

団全体の影響の平均を社会的作用として受けている．一般的には以下のような式で表される．

$$U_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \gamma_i \frac{\sum_j y_j}{N} + \varepsilon_i \quad (3.252)$$

N は集団の人数を表す．つまり，この式は自分を含む集団全体から受ける効果を平均したものを社会的作用として受けているということになる．このモデルにおける入れ子の構造は図 3.61 のようになる．母集団の数 N が小さいほど個人の行動が集団に与える影響が大きくなる．

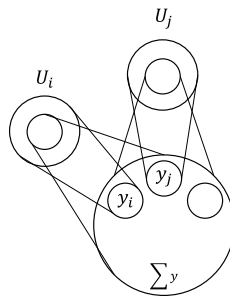


図 3.61 グローバルインタラクションモデルにおける入れ子の構造

(b) 計算手法

これまで述べたモデルには効用が入れ子の形で含まれており，通常の最尤推定法では解くことができない．この構造を解く手法として構造推定を用いる．構造推定アプローチは，個人が特定の経済理論モデルの中で最適化行動をとっているという前提の下で，その経済理論を特定化するパラメータを推定

する手法である。代表的な計算手法として、NFXP法、2段階推定法、NPL法の3つを紹介する。

なお、以下では2個人のローカルインタラクションモデルを仮定する。個人 $i \in \{A, B\}$ がサービス m を利用するか利用しないかの2つの選択肢が与えられている場合、選択する場合の効用 U_{im} を以下のように定式化し、推定を行うものとする。

$$U_{im} = \alpha x_m + \beta_i z_{im} - \lambda y_{-im} + \varepsilon_{im} \quad (3.253)$$

上式において、 x_m は m の両個人にとって共通の魅力度を表す変数ベクトルで、 z_{im} は個人によって異なる市場の魅力度を表す変数ベクトルである。また、 y_{-im} は相手の選択結果を表すダミー変数である。

NFXP法

NFXP法 (Nested Fixed Point Method, Rust, 1987) は、繰り返し計算により不動点問題を解くことで入れ子となっている変数を特定し、そのもとでパラメータを更新するという操作をパラメータの値が収束するまで繰り返す手法である。

NFXP法の計算プロセスを図3.62に示す。NFXP法は以下の4つのプロセスからなる。

ステップ0:初期化

パラメータの初期値 $\theta^{(0)} = \{\alpha_m^{(0)}, \beta_{im}^{(0)}, \gamma^{(0)}\}$ 、個人 $i \in \{A, B\}$ がサービス m を利用する確率 p_{im} の初期値 $p_{im}^{(0)}$ を与える。

ステップ1:入れ子変数の更新

パラメータ $\theta^{(n)}$ 、選択確率 $p_{im}^{(k)}$ の下で、選択確率 $p_{im}^{(k+1)}$ を以下のように更新する。

$$p_{im}^{(k+1)} = \Phi(\alpha_m^{(n)} x_m + \beta_{im}^{(n)} z_{im} + \gamma^{(n)} p_{-im}^{(k)}) \quad (3.254)$$

ただし、 Φ は誤差項の確率分布関数である。

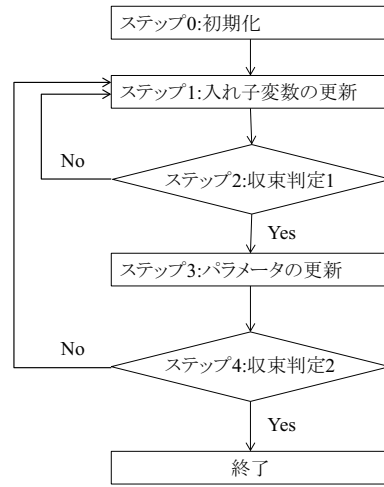


図 3.62 NFXP 法の計算プロセス

ステップ 2:収束判定 1

$p_{im}^{(k)}$ と $p_{im}^{(k+1)}$ を比較し、誤差が十分小さければ次のステップに進む。具体的には閾値を ϵ として以下の式を満たせばよい。

$$\left\| p_{im}^{(k+1)} - p_{im}^{(k)} \right\| < \epsilon_p \quad (3.255)$$

上の不等式を満たさない場合は、STEP1 に戻り計算を繰り返す。この繰り返し計算は、以下の不動点問題を解いていることと同義である。

$$p_{im}^* = \Phi(\alpha_m^{(n)} x_m + \beta_{im}^{(n)} z_{im} + \gamma^{(n)} p_{-im}^*) \quad (3.256)$$

ステップ 3:パラメータの更新

ステップ 2 までに求めた選択確率の不動点 p_{im}^* および実際の選択結果 y_{im} を用いて尤度関数は以下のように定義できる。

$$\ln L = \sum_m \sum_{i \in \{A, B\}} \{y_{im} \ln(p_{im}^*) + (1 - y_{im}) \ln(1 - p_{im}^*)\} \quad (3.257)$$

この尤度関数を最大化させるようなパラメータ $\theta^{(n+1)} = \{\alpha_m^{(n+1)}, \beta_{im}^{(n+1)}, \gamma^{(n+1)}\}$ を求める。

ステップ 4: 収束判定 2

$\theta^{(n)}$ と $\theta^{(n+1)}$ を比較し、誤差が十分小さければ計算を終了する。

$$\|\theta^{(n+1)} - \theta^{(n)}\| < \varepsilon_\theta \quad (3.258)$$

CCP 法

CCP 法 (Conditional Choice Probabilities Method, Hotz, V. J., and R. A. Miller, 1993) は、入れ子の変数を先に決定してしまうことによって不動点問題を解くことを避けた計算手法である。計算プロセスを以下の図 3.63 に示す。

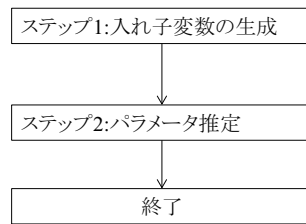


図 3.63 CCP 法の計算プロセス

具体的には以下の 2 つのステップからなる。

ステップ 1: 入れ子変数の生成

初めに、入れ子となっている選択確率 $p_{im}^{(1)}$ を観測済み変数 x_m , z_{im} により求める。この時、回帰式としてノンパラメトリック回帰を用いることが望ましいが、計算に非常に時間がかかるため、場合によってパラメトリックな回帰や、それら 2 つを組み合わせたセミパラメトリック回帰を用いることもある。

ステップ 2:パラメータ推定

ステップ 1 で生成した $p_{im}^{(1)}$ を元に選択確率を以下のように定義する.

$$p_{im}^{(2)} = \alpha_m x_m + \beta_{im} z_{im} + \gamma_{im} p_{-im}^{(1)} \quad (3.259)$$

この時、対数尤度関数は以下のように定義できる. この対数尤度を最大化させるパラメータを求める.

$$\ln L = \sum_m \sum_{i \in \{A, B\}} \{y_{im} \ln(p_{im}^{(2)}) + (1 - y_{im}) \ln(1 - p_{im}^{(2)})\} \quad (3.260)$$

NPL 法

NPL 法 (Nested Pseudo-Likelihood Algorithm, Aguirregabiria and Mira, 2002) は、疑似最尤推定法とも呼ばれ、内生変数を固定した状態における尤度 (疑似尤度) を最大化するようなパラメータを求め、内生変数を更新する操作を収束するまで繰り返す計算手法である. NPL 法の計算プロセスを図 3.64 に示す.

NPL 法は主に以下の 4 つのステップからなる.

ステップ 0:初期化

個人 $i \in \{A, B\}$ がサービス m を利用する確率 p_{im} の初期値 $p_{im}^{(0)}$ を与える. 初期値には一般的に実際の選択結果を与えることが多い.

ステップ 1:疑似尤度の計算

選択確率 $p_{im}^{(n)}$ の下での企業 i の選択確率 \bar{p}_{im} は、誤差項の確率分布関数 Φ を用いて以下のように定義される.

$$\bar{p}_{im} = \Phi(\alpha_m x_m + \beta_{im} z_{im} + \gamma p_{-im}^{(n)}) \quad (3.261)$$

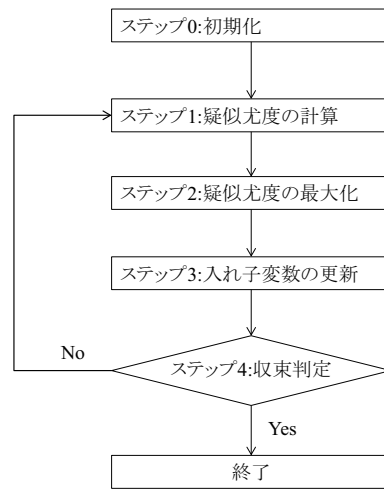


図 3.64 NPL 法の計算プロセス

従って、この時の対数尤度関数 (疑似対数尤度) の値は以下のように定義される。

$$\ln L = \sum_m \sum_{i \in \{A, B\}} \{y_{im} \ln(\bar{p}_{im}) + (1 - y_{im}) \ln(1 - \bar{p}_{im})\} \quad (3.262)$$

ステップ 2:疑似尤度の最大化

ステップ 1 で定義した疑似尤度を最大化させるようなパラメータ $\alpha_m^{(n)}$, $\beta_{im}^{(n)}$, $\gamma^{(n)}$ を最適化計算により推定する。

ステップ 3:入れ子変数の更新

ステップ 2 で得られたパラメータ及び $p_{im}^{(n)}$ から、新しい選択確率 $p_{im}^{(n+1)}$ を以下の式より計算する。

$$p_{im}^{(n+1)} = \Phi(\alpha_m^{(n)} x_m + \beta_{im}^{(n)} z_{im} + \gamma^{(n)} p_{-im}^{(n)}) \quad (3.263)$$

ステップ 4:収束判定

$p_{im}^{(n)}$ と新しく出た選択確率 $p_{im}^{(n+1)}$ を比較し、誤差が十分小さければそこで処理を終了する.

$$\|p_{im}^{(n+1)} - p_{im}^{(n)}\| < \varepsilon \quad (3.264)$$

すなわち、閾値を ε と置いた時、上式が成り立てば十分収束したとみなし、処理を終了する.

一方誤差が閾値より大きい場合には、 $p_{im}^{(n+1)}$ を新しい選択確率とし、ステップ 1～ステップ 4 を繰り返す.

参考文献

- [1] 今村晋, 有村俊秀, 片山東: 労働政策の評価: 「構造推定アプローチ」と「実験的アプローチ」, 日本労働研究雑誌, Vol.43, pp.14-21, 2001.
- [2] Rust, J., Optimal Replacement of GMC Bus Engines: An Empirical Model of Harold Zurcher, *Econometrica*, Vol.55, pp.999-1033, 1987.
- [3] Hotz, V. J., and R. A. Miller, Conditional Choice Probabilities and the Estimation of Dynamic Models, *Review of Economic Studies*, Vol.60, pp.497-529, 1993
- [4] V, Aguirregabiria., P, Mira., Swapping the Nested Fixed Point Algorithm: A Class of Estimators for Discrete Markov Decision Models

3.3 ネットワークモデル

3.3.1 利用者均衡配分

(a) 利用者均衡配分の基礎概念

効率的な道路政策を進めるために道路投資の効果をいかに評価するかということが重要になってきている. そのためには道路整備前と後で交通量や、その旅行時間を推計することが必要となってくる. また従前は交通量の再現や予測にその焦点が当てられていたが、近年はマルチモーダル、TDM、ITS 施策といったソフト施策の評価が重要になってきている. そこで利用者均衡配分

による交通量推計が行われるようになった. 利用者均衡配分とは以下に示す *Wardrop* の第一原則を仮定したモデルである.

***Wardrop* の第一原則 (等時間原則)**

それぞれのドライバーは自分にとって最も旅行時間の短い経路を選択する. その結果として、起終点間に存在する経路のうち、利用される経路の旅行時間は皆等しく、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しいという状態となる.

(b) 利用者均衡配分モデル

ここでは利用者均衡配分のモデルについて扱う. まずモデルを構築するにあたっての前提条件を二つ仮定する.

1. 起終点の旅行時間は、その通貨経路を構成するリンクの旅行時間の和で表わされる.
2. 各リンクのリンク旅行時間はそのリンクの容量と交通量のみによって決まり、他のリンク (対向車線や交差する道路等) の交通状況には影響を受けない.

利用者均衡配分問題は、すべての *OD* 間のフロー数が与えられたときに *Wardrop* の第一原則を満たすリンクフローを求める問題である. まず定式化に際し用いる変数の定義を表 3.4 行う.

表 3.4 変数の定義

a	リンク
r	出発地
s	目的地
k	パス (経路)
x_a	リンク a におけるフロー数
t_a	リンク a における旅行時間
f_k^{rs}	<i>OD</i> ペア rs を結ぶパス k におけるフロー数
c_k^{rs}	<i>OD</i> ペア rs を結ぶパス k における旅行時間
q_{rs}	<i>OD</i> ペア rs 間の総フロー数
$\delta_{a,k}^{rs}$	$\delta_{a,k}^{rs} = \begin{cases} 1 & \text{if リンク } a \text{ が } OD \text{ ペア } rs \text{ を結ぶパス } k \text{ 上にあるとき} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$

先の二つの前提条件を仮定したとき *Wardrop* の第一原則が成り立っている状態を数式で表現すると式 (3.65) のようになる.

$$\begin{aligned} (c_k^{rs} - u_{rs}) &\geq 0 \\ c_k^{rs} - u_{rs} &= 0 \end{aligned} \quad (3.265)$$

ここで u_{rs} は *OD* ペア rs 間の最小旅行時間である. 次に利用者均衡条件を満たす、つまり式 (3.65) を満たすような等価な数学的問題に置き換える. これはすべての *OD* 間のフロー数 q_{rs} が与えられたときに、利用者均衡条件を満たすすべてのリンクフロー x_a を求める問題である. このとき式 (3.66) のように定式化できる.

$$\min z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad (3.266)$$

ここで \mathbf{x} はすべてのリンクを表わすベクトルで、 $\mathbf{x} = (\dots, x_a, \dots)$ である. 制約条件は式 (3.70)、式 (3.71) のようになる.

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad (3.267)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad (3.268)$$

また当然満たされるべき関係として式 (3.72)、式 (3.73) がある.

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad (3.269)$$

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs} \quad (3.270)$$

式 (3.72) は *OD* ペア rs 間の経路 k の旅行時間は経路 k 上にあるすべてのリンク旅行時間の総和であることを、式 (3.73) はリンク a の総フロー数はリンク a を通るすべての経路 k 上のフロー数の総和であることを意味している.

(c) 等価性の証明

式 (3.66) に式 (3.70) を用いたラグランジアンで表わすと式 (3.73) のようになる。

$$L(\mathbf{f}, \mathbf{u}) = z[\mathbf{x}(\mathbf{f})] + \sum_{rs} u_{rs} \left(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) \quad (3.271)$$

ただし \mathbf{f} はすべての経路上のフロー数を表わすベクトルで $\mathbf{f} = (\dots, f_k^{rs}, \dots)$ である。また u_{rs} は各 OD ペアのフロー数制約に与えられる双対係数で、 $\mathbf{u} = (\dots, u_{rs}, \dots)$ である。このときフロー数の非負制約条件式 (3.71) が満たされていないといけない。ここでラグランジアン (3.73) の停留点では式 (3.272) が満たされていないといけない。

$$f_k^{rs} \frac{\partial L(\mathbf{f}, \mathbf{u})}{\partial f_k^{rs}} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial L(\mathbf{f}, \mathbf{u})}{\partial f_k^{rs}} \geq 0 \quad (3.272)$$

また双対係数については式 (3.273) が満たされていないといけない。

$$\frac{\partial L(\mathbf{f}, \mathbf{u})}{\partial u_{rs}} = 0 \quad (3.273)$$

この式 (3.273) は式 (3.70) と同じで、フロー数制約が満たされなければならないことを意味しているパスフロー f_k^{rs} に関するラグランジアンの変微分は式 (3.274) となる。

$$\frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} L(\mathbf{f}, \mathbf{u}) = \frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} z[\mathbf{x}(\mathbf{f})] + \frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} \sum_{rs} u_{rs} \left(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) \quad (3.274)$$

ここで式 (3.274) 第一項は式 (3.275) のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} z[\mathbf{x}(\mathbf{f})] = \sum \frac{\partial z(\mathbf{x})}{\partial x_b} \frac{\partial x_b}{\partial f_l^{mn}} \quad (3.275)$$

式 (3.275) の右辺を分解して考える。まず右辺左側については式 (3.276) のようになる。

$$\frac{\partial z(\mathbf{x})}{\partial x_b} = \frac{\partial}{\partial x_b} \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega = t_b \quad (3.276)$$

また式 (refue5) に注意すると式 (3.275) 右辺の右側は式 (3.277) のようになる.

$$\frac{\partial x_b}{\partial f_l^{mn}} = \delta_{b,l}^{mn} \quad (3.277)$$

式 (3.276)、式 (3.277) を式 (3.275) に代入し、式 (3.73) を利用すると式 (3.278) が導かれる.

$$\frac{\partial z[x(f)]}{\partial f_l^{mn}} \sum_b t_b \delta_{b,l}^{mn} = c_l^{mn} \quad (3.278)$$

これはある *OD* ペア *mn* 間のパス *l* の旅行時間を表わしている. 次に式 (3.274) の第二項について. まず式 (3.279) が成立する.

$$\frac{\partial f_k^{rs}}{\partial f_l^{mn}} = \begin{cases} 1 & \text{if } r = m, s = n \text{ and } k = l \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (3.279)$$

q_{rs} 、 u_{rs} は f_l^{mn} について定数なので、式 (3.274) の第二項は式 (3.280) のようになる.

$$\frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} \sum_{rs} u_{rs} \left(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) = -u_{mn} \quad (3.280)$$

以上式 (3.278) と式 (3.280) を式 (3.274) に代入すると式 (3.281) が導かれる.

$$\frac{\partial}{\partial f_l^{mn}} L(f, u) = c_l^{mn} - u_{mn} \quad (3.281)$$

この式 (3.281) を式 (3.272) に代入し、また式 (3.273) と非負制約条件式 (3.71) をまとめると式 (3.282) のようになる.

$$\begin{aligned} f_k^{rs} (c_k^{rs} - u_{rs}) &= 0 \\ c_k^{rs} - u_{rs} &\geq 0 \\ \sum_k f_k^{rs} &= q_{rs} \\ f_k^{rs} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.282)$$

式 (3.282) は利用者均衡条件に他ならないので、式 (3.66) を制約条件式 (3.70)、(3.71) のもとで解くことで利用者均衡配分問題を解くことができることが示された.

3.3.2 システム最適化配分

(a) システム最適化配分の基礎概念

前節までは *Wardrop* の第一原則が満たされるような交通量配分を考え定式化を行った. 一方で以下に示す *Wardrop* の第二原則を満たすような交通量配分をシステム最適化配分という.

Wardrop の第二原則

道路ネットワーク上の総旅行時間が最小となる.

Wardrop の第一原則と第二原則は同時に満たされる場合もあるが、一般には異なった配分結果をもたらす. システム最適配分は道路網全体としての効率化を目指した配分であり、道路事業者が車の流れを管理してドライバー全体の総走行時間を最小化しようとする場合に相当する. したがってシステム最適化配分を行ったとき各ドライバーは最小旅行時間を移動しているとは限らない. 利用者均衡配分のときと同様に式 (3.283)~式 (3.285) の等価な数学的問題に置き換えることでシステム最適化配分問題も解くことができる.

$$\min \tilde{z}(x) = \sum_a x_a t_a(x_a) \quad (3.283)$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad (3.284)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad (3.285)$$

(b) ブラエスのパラドクス

システム最適化と利用者均衡の違いを理解していないと次のような問題が起こる. システム最適化の観点で道路ネットワーク上の総旅行時間を小さくするために新しい道路 (バイパス) をつくった結果、以前よりも総旅行時間が大きくなってしまふことがある. これをブラエスのパラドクスという. 例えば図 3.65 の上図のような道路ネットワークがあり、出発地から到着地まで 6 台の自動車が増加するとする. つまり $q = 6$ である. このとき各パスの旅行時間は式 (3.286) だとする.

$$\begin{aligned}
 t_1[x_1] &= 50 + x_1 \\
 t_2[x_2] &= 50 + x_2 \\
 t_3[x_3] &= 10x_3 \\
 t_4[x_4] &= 10x_4
 \end{aligned}
 \tag{3.286}$$

このとき利用者均衡条件を満たすようなフローは図 3.65 の下図のようになる。このとき各パスの旅行時間は $O \rightarrow$ リンク 1 \rightarrow リンク 4 $\rightarrow D$ 、 $O \rightarrow$ リンク 3 \rightarrow リンク 2 $\rightarrow D$ のどちらも $50 + 3 + 10 \times 3 = 83$ であり、道路ネットワーク上の総旅行時間は 498 となる。今道路ネットワーク上の総旅行時間改善のために図 3.66 の上図のようにリンク 5 をひとつ新たに設ける。リンク 5 の旅行時間は式 (3.287) である。

$$t_5 = 10 + x_5 \tag{3.287}$$

このとき利用者均衡条件を満たすようなフローは図 3.66 の下図ようになる。このとき各パスの旅行時間は $O \rightarrow$ リンク 1 \rightarrow リンク 4 $\rightarrow D$ 、 $O \rightarrow$ リンク 3 \rightarrow リンク 2 $\rightarrow D$ 、 $O \rightarrow$ リンク 3 \rightarrow リンク 5 \rightarrow リンク 4 $\rightarrow D$ のどれも 92 であり、道路ネットワーク上の総旅行時間は 552 であり、リンク 5 を設けた場合のほうが総旅行時間が大きくなっていることがわかる。この結果は利用者均衡配分の枠組みではドライバーは自分の旅行時間のみを最小とするように経路を選択し、自分の経路選択の結果ネットワーク全体の旅行時間に与える影響を考慮していないことが原因で発生する。

3.3.3 確率的利用者均衡配分

(a) 確率的利用者均衡配分の基礎概念

前節まで扱っていた利用者均衡配分では各道路利用者が各経路の旅行時間を完全に知っている状態で、最短経路を選ぶという強い仮定を置いていた。したがって最短経路以外には交通路湯が全く配分されなかった。この条件を緩和し、道路利用者が知っている各経路の旅行時間は不正確であり、旅行時間以外の要因も考慮して経路を選択しているとしたのが確率的利用者均衡配分である。この確率的均衡配分のほうがより現実的であり、すなわち道路利用者が

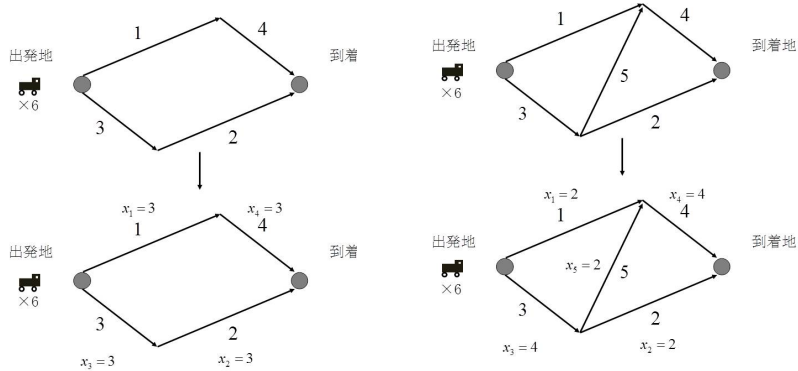


図 3.65 ブラエスのパラドクス: 初期状態 図 3.66 ブラエスのパラドクス: 新リンク追加後

認識している各経路の旅行時間は確率的に変動する誤差を含んでいるとしたモデルである. 均衡状態では **Wardrop** の考え方に対応させると以下のような状態が成り立つ.

それぞれのドライバーは自分にとって最も旅行時間の短いと思われる経路を選択する. その結果として、起終点間に存在する経路のうち、利用される経路の旅行時間は皆等しいと信じられ、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しいと信じている状態となる.

(b) 確率的利用者均衡配分モデル

確率的利用者均衡配分において道路利用者が認識している旅行時間が誤差を含んでいるという考えかたはランダム効用理論に基づく、離散選択モデル(非集計モデル)と同等である. つまり、道路利用者が経路を選択する際に従うルールに非集計モデルを適用したのが確率的利用者均衡配分だといえる. **OD** ペア rs 間の経路 k の効用関数の確定項 V_k^{rs} を、旅行時間のみ関数とする式 (3.288) のようになる.

$$V_k^{rs} = -c_k^{rs} \tag{3.288}$$

効用関数の誤差項が正規分布に従うとした場合プロビット型など様々なモデルが考えられるが、ここでは誤差項をガンベル分布を仮定したロジットモ

デルで話を進める. このとき OD ペア rs 間の経路選択枝集合 K_{rs} から経路 k が選択される確率 P_k^{rs} は式 (3.289) のようになる.

$$P_k^{rs} = \frac{\exp(-\theta \cdot c_k^{rs})}{\sum_{k \in K_{rs}} \exp(-\theta \cdot c_k^{rs})} \quad (3.289)$$

ここで θ は分散パラメータを表わす. この θ の値によって認知旅行時間の誤差が変化する. つまり、 θ が大きいほど認知旅行時間のずれは小さくなり、確定的な利用者均衡配分に近づき、 θ が小さいほど認知旅行時間のずれは大きくなり、実際の旅行時間の大小にかかわらず、どの経路も同じように選択されるようになる. 今選択確率が決定したとすると OD ペア rs 間の経路 k のフロー数 f_k^{rs} は式 (3.291) で表わされる.

$$f_k^{rs} = q_{rs} \cdot P_k^{rs} = q_{rs} \cdot \frac{\exp(-\theta \cdot c_k^{rs})}{\sum_{k \in K_{rs}} \exp(-\theta \cdot c_k^{rs})} \quad (3.290)$$

確率的利用者均衡配分を満たす解を求めるための数理的最適化問題は式 (3.291) であり、制約式は式 (3.292) のようになる.

$$\min z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega - \sum_{rs \in \Omega} \frac{1}{\theta} \cdot q_{rs} \cdot \sum_{k \in K_{rs}} \left(-\frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} \cdot \ln \frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} \right) \quad (3.291)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} &= q_{rs} \\ f_k^{rs} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.292)$$

ここで Ω はすべての OD ペアの集合を表わす. また確定的利用者均衡配分のときと同様に当然満たされるべき条件として式 (3.293) がある.

$$x_a = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad (3.293)$$

3.3.4 利用者均衡配分問題解法アルゴリズム

前節までに様々な配分問題の定式化を行った. ここではその問題を解くアルゴリズムについて説明を行う. まず利用者均衡配分の解法の一つ線形計画法である *Frank – Wolfe* 法を説明する.

(a) *Frank – Wolfe* 法

Frank – Wolfe 法は計算手順が比較的簡単でプログラムを作成しやすいという長所がある一方で、均衡解に近づくに従い収束が緩慢になる. 具体的なアルゴリズムを以下に示す. また u_{rs}^n は n 回目の試行を行ったときの OD 間最小旅行時間を表わす.

ステップ 0: 初期実行可能解の設定

すべてのリンクの交通量 $x_a^0 = 0$ としリンク旅行時間 t_a^0 を計算する. この旅行時間に基づき *all – or – nothing* 配分 (交通量 0 のときのリンク旅行時間を用いた最適経路配分) により初期実行可能解 (リンク交通量の初期値) x_a^1 を設定する. このとき繰り返し計算の試行回数 $n = 1$ とする.

ステップ 1: リンク旅行時間の更新

リンク交通量 x_a^n に対するリンク旅行時間 t_a^n を計算する. このとき OD ペアごとの最小旅行時間 u_{rs}^n を計算する.

ステップ 2: 降下方向ベクトルの探索

リンク旅行時間 t_a^n の状態ですべての OD 間の交通量を最短経路に配分し、そのときの交通量を y_a^n とする. $d_a^n = y_a^n - x_a^n$ によって降下方向ベクトル d_a^n を計算する.

ステップ 3: 降下ステップサイズの探索

式 (3.294) のような x_a^{n+1} に対して式 (3.66) で表わされる目的関数の値が最も小さくなるような α^n を探索する. すなわち式 (3.295) を解くことで α^n を探索すればよい. 得られた α^n によって x_a^{n+1} を計算す

る. 新たなリンク交通量から旅行時間 t_a^{n+1} を計算し、 OD ペアごとの最小旅行時間 u_{rs}^{n+1} を計算する.

$$x_a^{n+1} = x_a^n + \alpha^n d^n = x_a^n + \alpha^n (y_a^n - x_a^n) \quad (3.294)$$

$$\min_{0 \leq \alpha \leq 1} \sum_a \int_0^{x_a^n + \alpha^n (y_a^n - x_a^n)} t_a(\omega) d\omega \quad (3.295)$$

ステップ 4: 収束判定

式 (3.296) の収束条件 (この収束判定基準は唯一のものではない) が満たされていれば、 $n = n + 1$ とステップ 1 へ戻る. 収束条件が満たされていれば、計算を終了しリンク交通量 x_a^{n+1} を解として出力する. ただし式 (3.296) 中の κ はあらかじめ決定された定数とする.

$$\sum_{rs} \frac{|u_{rs}^{n+1} - u_{rs}^n|}{u_{rs}^{n+1}} \leq \kappa \quad (3.296)$$

3.3.5 確率的利用者均衡配分解法アルゴリズム

確率的利用者均衡配分の解法アルゴリズムには確定的な利用者均衡配分で用いた **Frank – Wolfe** 法は実用上は計算が複雑になるため用いられることはない. ここでは確率的利用者均衡配分の解法アルゴリズムとして逐次平均法 (**MSA; Method of Successive Averages**)、部分線形化法、**Simplicial Decomposition** 法を紹介する.

(a) 逐次平均法

逐次平均法は計算手順がシンプルであり、記憶容量も少ない方法であるが、計算の収束に必要な繰り返し計算回数が多くなる. この逐次平均法ではあらかじめ降下ステップサイズを決定しておくことで目的関数を計算することを回避している. また最短経路にすべての配分を行った確定的利用者均衡配分のときと異なり、リンク旅行時間を固定したときの確率的配分 (**Dial** 配分法など) を用いる. 以下に具体的なアルゴリズムを示す.

ステップ 0: 初期実行可能解の設定

すべてのリンクの交通量 $x_a^0 = 0$ としリンク旅行時間 t_a^0 を計算する. この旅行時間に基づき確率的配分により初期実行可能解 (リンク交通量の初期値) x_a^1 を設定する. このとき繰り返し計算の試行回数 $n = 1$ とする.

ステップ 1: リンク旅行時間の更新

リンク交通量 x_a^n に対するリンク旅行時間 t_a^n を計算する.

ステップ 2: 降下方向ベクトルの探索

リンク旅行時間 t_a^n の状態ですべての *OD* 間の交通量をネットワーク上に確率的配分し, そのときの交通量を y_a^n とする. $d_a^n = y_a^n - x_a^n$ によって降下方向ベクトル d_a^n を計算する.

ステップ 3: 降下ステップサイズの探索

降下ステップサイズを α^n とし式 (3.297) により新しいリンク交通量を計算する.

$$\alpha^n = \frac{1}{n+1} \quad (3.297)$$

式 (3.294) により x_a^{n+1} を計算する. 新たなリンク交通量から旅行時間 t_a^{n+1} を計算する.

ステップ 4: 収束判定

式 (3.298) の収束条件 (この収束判定基準は唯一のものではない) が満たされていれば, $n = n + 1$ としステップ 1 へ戻る. 収束条件が満たされていれば, 計算を終了しリンク交通量 x_a^{n+1} を解として出力する. ただし式 (3.298) 中の κ はあらかじめ決定された定数とする.

$$\frac{\sqrt{\sum_a (\bar{x}_a^{n+1} - \bar{x}_a^n)^2}}{\sum_a \bar{x}_a^n} < \kappa \quad (3.298)$$

ただし \bar{x}_a^n は式 (3.299) で表わされるとする.

$$\bar{x}_a^n = \frac{x_a^n + x_a^{n-1} + x_a^{n-2} + \dots + x_a^{n-m+1}}{m} \quad (3.299)$$

ステップ4の収束判定で、逐次平均法では降下ステップサイズがあらかじめ決定された定数列で n が大きくなると小さくなっていくので n 回目のリンク交通量 x_a^n と $n+1$ 回目のリンク交通量 x_a^{n+1} の差は当然小さくなる。そこで、式(3.299)のように直近 m 回分の移動平均をとることで収束判定を行っている。

(b) 部分線形化法

部分線形化法ではエントロピー分解定理を用いることで起点別リンク交通量 (=各リンク交通量がどの出発地からどれだけ発生したものか表わす) から目的関数の計算を行いステップサイズを計算しており、ステップサイズをあらかじめ決定している逐次平均法よりも効率的に解を収束させることができる。まずエントロピー分解定理について説明する。式(3.291)の第2項(エントロピー項)は式(3.300)のように分解することができる。

$$\begin{aligned} & \sum_{rs \in \Omega} q_{rs} \cdot \sum_{k \in K_{rs}} \left(-\frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} \cdot \ln \frac{f_k^{rs}}{q_{rs}} \right) \\ &= \sum_{r \in R} \left\{ -\sum_a x_a^r \cdot \ln x_a^r + \sum_{j \in N} \left(\sum_{a \in I_j} x_a^r \right) \cdot \ln \left(\sum_{a \in I_j} x_a^r \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.300)$$

ただし x_a^r は起点別リンク交通量(リンク a の交通量のうちノード r を出発地とするもの)、 R は出発地ノードの集合、 N はノードの集合、 I_j はノード j に流入するリンクの集合を表わす。この式(3.300)を用いることでパス交通量を用いることなく目的関数の計算が可能で降下ステップサイズ探索や収束判定に目的関数の値を利用することができる。以下に具体的なアルゴリズムを示す。

ステップ0: 初期実行可能解の設定

すべてのリンクの交通量 $x_a^0 = 0$ としリンク旅行時間 t_a^0 を計算する。この旅行時間に基づき全 OD 交通量を出発地別に確率的配分し、得られた初期実行可能解(起点別リンク交通量の初期値) $x_a^{r,1}$ を設定する。このとき繰り返し計算の試行回数 $n = 1$ とする。

ステップ1: リンク旅行時間の更新

リンク交通量 $x_a^n = \sum_{r \in R} x_a^{r,n}$ に対するリンク旅行時間 t_a^n を計算する。

ステップ 2: 降下方向ベクトルの探索

リンク旅行時間 t_a^n の状態ですべての OD 間の交通量を出発地別にネットワーク上に確率的配分し、そのときの交通量を $y_a^{r,n}$ とする。 $d_a^{r,n} = y_a^{r,n} - x_a^{r,n}$ によって降下方向ベクトル $d_a^{r,n}$ を計算する。

ステップ 3: 降下ステップサイズの探索

降下ステップサイズを α^n とし、式 (3.302) により新しい起点別交通量を計算する。

$$x_a^{r,n+1} = x_a^{r,n} + \alpha^n d_a^{r,n} \quad (3.301)$$

得られた $x_a^{r,n+1}$ を目的関数に代入した値が最も小さくなるような α を探索する。すなわち式 (3.303) を解くことで α を探索すればよい。

$$\min_{0 \leq \alpha \leq 1} \sum_a \int_0^{x_a^{n+1}} t_a(\omega) d\omega - \sum_{r \in R} \frac{1}{\theta} \left[\begin{array}{l} - \sum_a (x_a^{r,n} + \alpha^n d_a^{r,n}) \cdot \ln (x_a^{r,n} + \alpha^n d_a^{r,n}) \\ + \sum_{j \in N} \left\{ \sum_{a \in I_j} (x_a^{r,n} + \alpha^n d_a^{r,n}) \right\} \\ \cdot \ln \left\{ \sum_{a \in I_j} (x_a^{r,n} + \alpha^n d_a^{r,n}) \right\} \end{array} \right] \quad (3.302)$$

ステップ 4: 収束判定

式 (3.296) の収束条件 (この収束判定基準は唯一のものではない) が満たされていれば、 $n = n + 1$ としステップ 1 へ戻る。収束条件が満たされていれば、計算を終了しリンク交通量 x_a^{n+1} を解として出力する。

(c) *Simplicial Decomposition* 法

Simplicial Decomposition 法は逐次平均法や部分線形化法とは異なり、経路を明示的に列挙していることが特徴である。経路選択肢どのように生成するかによって得られる解が異なる。以下に具体的なアルゴリズムを示す。

ステップ 0: 初期実行可能解の設定

OD ペア別経路集合を \hat{K}_{rs} とし、初期状態を空集合とする。すべて

のリンクの交通量 $x_a^0 = 0$ としリンク旅行時間 t_a^0 を計算する. この旅行時間に基づき最短経路を探索し, \hat{K}_{rs} に加える. また最短経路へ, **all-or-nothing** によって $f_k^{rs,1}$, リンク交通量 x_a^1 を計算する. このとき繰り返し計算の試行回数 $n = 1$ とする.

ステップ 1: 端点の生成リンク交通量 x_a^n に対するリンク旅行時間 t_a^n を計算する. リンク旅行時間の下で最短経路を探索し, 得られた経路を \hat{K}_{rs} に加える.

ステップ 2: 限定親問題を解く

経路交通量ベクトル $f^{n+1} = (f_k^{rs,n+1})$ について式 (3.303) を解く.

$$\begin{aligned} \min_{f^{n+1}} \sum_{a \in A} \int_0^{x_a^{n+1}} t_a(w) dw \\ - \sum_{rs \in \Omega} \frac{1}{\theta} \cdot q_{rs} \cdot \sum_{k \in \hat{K}_{rs}} \left(-\frac{f_k^{rs,n+1}}{q_{rs}} \cdot \ln \frac{f_k^{rs,n+1}}{q_{rs}} \right) \end{aligned} \quad (3.303)$$

制約条件として式 (3.304) が与えられる.

$$\begin{aligned} f_k^{rs,n+1} &\geq 0 \\ \sum_{k \in \hat{K}_{rs}} f_k^{rs,n+1} &= q_{rs} \\ x_a^{n+1} &= \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in \hat{K}_{rs}} f_k^{rs} \delta_{a,k} \end{aligned} \quad (3.304)$$

この問題の解法として部分線形化法が利用できる.

ステップ 2-0: 初期設定

限定親問題の解の初期値を $g_k^{rs,1} = f_k^{rs,1}$, $y_a^1 = x_a^1$ とする. 限定親問題を解くループの繰り返し計算回数のカウンタを $m = 1$ とする.

ステップ 2-1: 降下方向ベクトルの探索

式 (3.305) によりリンクコスト t_a^m を更新する.

$$t_a^m = t_a(y_a^m) \quad (3.305)$$

リンクコストパターン t_a^m の下での経路選択確率に従って全 OD 交通量を各経路に配分し、得られた経路交通量 $h_k^{rs,k}$ 、リンク交通量 z_a^m をそれぞれ式 (3.306)、(3.307) によって計算する。

$$h_k^{rs,m} = q_{rs} \cdot \frac{\exp\left(-\theta \cdot \sum_{a \in A} \delta_{a,k}^{rs} \cdot t_a^m\right)}{\sum_{k \in \hat{K}_{rs}} \exp\left(-\theta \cdot \sum_{a \in A} \delta_{a,k}^{rs} \cdot t_a^m\right)} \quad (3.306)$$

$$z_a^m = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in \hat{K}_{rs}} h_k^{rs,m} \delta_{a,k}^{rs} \quad (3.307)$$

また降下方向ベクトル $e_k^{rs,m}$ と d_a^m を式 (3.308)、(3.309) により計算する。

$$e_k^{rs,m} = h_k^{rs,m} - g_k^{rs,m} \quad (3.308)$$

$$d_a^{rs,m} = z_a^m - y_a^m \quad (3.309)$$

ステップ 2-2: 降下ステップサイズの算出と解の更新

降下ステップサイズ η^m を用いて交通量を式 (3.310)、(3.311) により更新する。

$$g_k^{rs,m+1} = g_k^{rs,m} + \eta^m \cdot e_k^{rs,m} \quad (3.310)$$

$$y_a^{m+1} = y_a^m + \eta^m \cdot d_a^m \quad (3.311)$$

この $g_k^{rs,m+1}$ 、 y_a^{m+1} を目的関数に代入した値が最も小さくなるような η を探索する。すなわち式 (3.312) を解くことで探索を行う。

$$\min_{0 \leq \eta^m \leq 1} \sum_{a \in A} \int_0^{y_a^m + \eta^m \cdot d_a^m} t_a(w) dw - \sum_{rs \in \Omega} \frac{1}{\theta} \cdot q_{rs} \cdot \sum_{k \in \hat{K}_{rs}} \left(-\frac{g_k^{rs,m} + \eta^m \cdot e_k^{rs,m}}{g_k^{rs,m} + \eta^m \cdot e_k^{rs,m}} \cdot \ln \frac{g_k^{rs,m} + \eta^m \cdot e_k^{rs,m}}{q_{rs}} \right) \quad (3.312)$$

ステップ 2-3: 打ち切り判定

限定親問題の解が収束すれば、すなわち $g^m \cong h^m$ ならば、 $f_k^{rs,n+1} = g_k^{rs,m+1}$ 、 $x_a^{n+1} = y_a^{m+1}$ としてステップ 3 へ進む。そうでなければ $m = m + 1$ としてステップ 2-1 に戻る。

ステップ 3: 収束判定

収束条件が満たされていないならば $n = n + 1$ としてステップ 1 に戻る。収束条件式が満たされていれば、計算を終了しリンク交通量 x_a^{n+1} と経路交通量 $f_k^{rs,n+1}$ として解を出力する。

(d) 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)

遺伝的アルゴリズム (以下 GA とする) は、データの集合を遺伝子 DNA の進化プロセスになぞらえて、最適解を計算する最適化アルゴリズムの 1 つである。ここまで述べた他の最適化アルゴリズムは目的関数の微分可能性や変数の探索空間の構造 (実数値) を前提においていた。また、ネットワークの規模が大きくなるほど計算に膨大な時間がかかり、現実的な時間内に計算が終了しない場合がある。GA は整数問題など広範な問題に対応でき、また必ずしも厳密解が得られるわけではないものの、ある程度それに近い解を比較的短時間で得ることができるヒューリスティックなアルゴリズムである。

以下の図 3.67 に遺伝的アルゴリズムによる計算プロセスを示す。個体群 (この場合は解の候補の集合) が適応度 (目的関数の値) が高くなるように自ら「進化」していくことが GA の大きな特徴である。

各プロセスにおける操作は以下の 3 つのステップに分けられる。

ステップ 0 : 初期集団の生成

初めに解の候補の初期値を与える。この時、解の表現の仕方を工夫する必要がある。例えば合計 10 台の車が 3 つの経路に流れるフロー数を考える時、遺伝子型を **(2, 3, 5)** のように直接経路の台数で表現することもできるが、図 3.68 のように車両 10 台と仕切り 2 枚を並べたときの仕切りの位置と考えると、**(3, 7)** のように表すこともできる。実は、後者の方が STEP2 の遺伝的操作を行う際に適した形である (理由は後述する)。このように直接的な表現型から、遺伝子型と呼ばれる遺伝的操

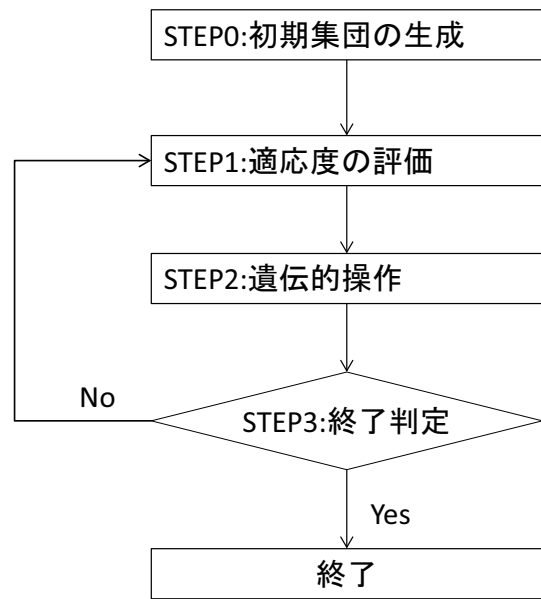


図 3.67 GA の計算プロセス

作に適した形に変換することを**エンコード**と呼ぶ。逆に遺伝子型から表現型に戻す操作を**デコード**と呼ぶ。



図 3.68 エンコード/デコード

また、個体の個数の設定も重要である。個体数が少ないと収束までに時間がかかり、逆に個体数が多いと1世代あたりの計算時間が長くなる。一般的に、遺伝子の長さが長いほど個体数を多くとる必要がある。

ステップ1: 適応度の評価

現在 (t 期とする) の個体群に含まれる全ての個体の適応度を評価する。適応度は最大化問題の場合は目的関数をそのまま用いる。一方で最小化問題の場合は目的関数を -1 倍する、逆数をとるなどの工夫が必要となる。

STEP2: 遺伝的操作

遺伝的操作は、選択・交叉・突然変異の3つの操作からなる。

選択

選択では次の交叉で親となる遺伝子を選出する。適応度の高いものを優先的に選び、優れた個体ほど子孫を残しやすくする。選択の方法としては、各個体の選択確率を適応度に応じた比例配分によって求めるルーレット選択、予め順位ごとに選ばれる確率を設定するランキング選択、ランダムに一定数個体を取り出しその中で適応度が最大な個体を選ぶ操作を繰り返すトーナメント選択などが存在する。また、上位の個体をそのまま次の世代に残し(エリート選択という)、残りの個体から選択を行うことで、より適応度の高い集団にする方法も存在する。

交叉

選択で選んだ2つの個体(親)のデータを交叉し、新しい2つの個体をつくる。交叉の方法には、1箇所を選んでその前後のデータを入れ替える1点交叉、2箇所を選んでその間のデータを入れ替える2点交叉、入れ替える場所をランダムに選んだ一様交叉などが用いられる。一般的には一様交叉が用いられることが多い。図3.69に一様交叉の例を示す。一様交叉では、はじめに1と0からなるランダムなビット列を作成し、その値が1の地点を入れ替えることで新しい個体を作る。

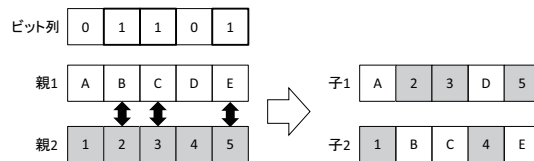


図 3.69 一様交叉

ここで遺伝子の表現方法の議論が重要になる。先程の例でいえば、各経路のフロー数を遺伝子型とした場合、交叉によって生じる個体の要素の合計が総車両数を超過してしまう、あるいは総車両数に達しないとといった、制約条件を満たさない個体ができる恐れがある。このように制約条件を満たさない個体の遺伝子を**致死遺伝子**と呼び、なるべく交叉によって致死遺伝子が発生しないようなエンコードが求められる。

突然変異

交叉で生成した新しい個体は、親の個体の性質を引き継いでいるため、初期収束のように個体の特性が偏る恐れがある。突然変異は交叉によって生じた個体を一定確率で変化させることによって個体の多様性を保つ操作である。一般的な突然変異では、要素の一部を乱数で置き換えることによって突然変異を行う。他にもランダムに選んだ2点の遺伝子を入れ替える転座や、2点間の遺伝子の順序を逆にする逆位といった手法がとられることもある。

ステップ3 : 終了判定

遺伝子操作によって第 t 期の遺伝子群から新しい第 $t + 1$ 期の遺伝子群ができる。ここで終了条件の判定を行う。終了条件としては、一定回数だけ計算する、閾値を超える適応度の個体が現れる、世代の平均値が閾値を超える、前の世代からの平均値の増加率が閾値以下になる状態が一定期間続く、など様々である。計算環境や問題の性質に応じて使い分ける必要がある。

以上の操作を行うことによって、GA は比較的短時間でおよそ最適解を導くことができる。しかし、実際にアルゴリズムを実行する際、以下のような問題が起こりうることに注意が必要である。

初期収束

比較的初期の世代の集団の中で、適応度が他の個体に比べ著しく高い個体が存在する時、交叉によってその個体の遺伝子が集団に急速に広がり、局所最適解に収束してしまう恐れがある。一般的には初期収束を避けるために突然変異の頻度を調節したり、個体の集中度合いによって適応度に重みづけするなどの対策がとられる。

ヒッチハイキング

最適解にきわめて近い2つの個体を交叉させても、最適解を得られないことがある。この場合、遺伝子長が長いほど最適解が得られる確率は極端に低くなっていく。一般的に、この問題は一様交叉によって簡単に回避することが可能である。

GA 困難

GA は積み木仮説 (部分解の組み合わせによって最適解が生成される) に基づいて解を探索している。しかし、その仮説が成立しないような問題も存在する。このような問題に対して GA を適用した場合、局所最適解に陥りやすく最適解を発見することが難しくなる。この問題を回避するためには、これまで述べたような単純な形の GA の枠を超えた拡張が必要となる。

(e) 計算例

ここでは利用者均衡配分を図 3.70 のネットワークを使って実際に計算を行う。ただし各パスごとの旅行時間は式 (3.313) とする。

$$\begin{aligned} t_1 &= 10 \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_1}{2} \right)^4 \right] \\ t_2 &= 20 \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_2}{4} \right)^4 \right] \\ t_3 &= 25 \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_3}{3} \right)^4 \right] \end{aligned} \quad (3.313)$$

Frank - Wolfe 法の計算例を図 3.71~図 3.73 に示す。最終的に計算を繰り返していくと $x_1 = 3.58$ 、 $x_2 = 4.62$ 、 $x_3 = 1.81$ を得る。ただし収束判定のための定数 $\kappa = 0.001$ とした。

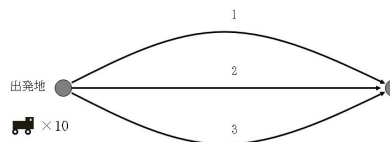


図 3.70 利用ネットワーク

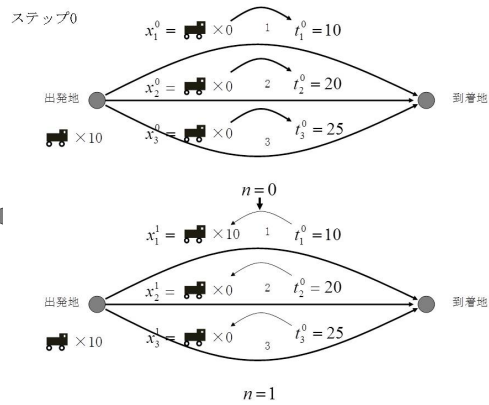


図 3.71 *Frank - Wolfe* 法: ステップ 0

(f) ゲーム理論を適用したリスク回避利用者均衡配分

Bell and Cassir(2002)[5] では、経路コストに不確実性が伴う状況、すなわち脆弱性を伴うネットワーク上での利用者の確率的な経路選択を定式化するため、ゲーム理論を導入した。はじめに、ネットワーク利用者が n 人であるとき、交通量配分はナッシュ均衡状態の n 人参加混合戦略非協力ゲームと等価であることを示す。

決定論的利用者均衡と確率論的利用者均衡の等価性の証明

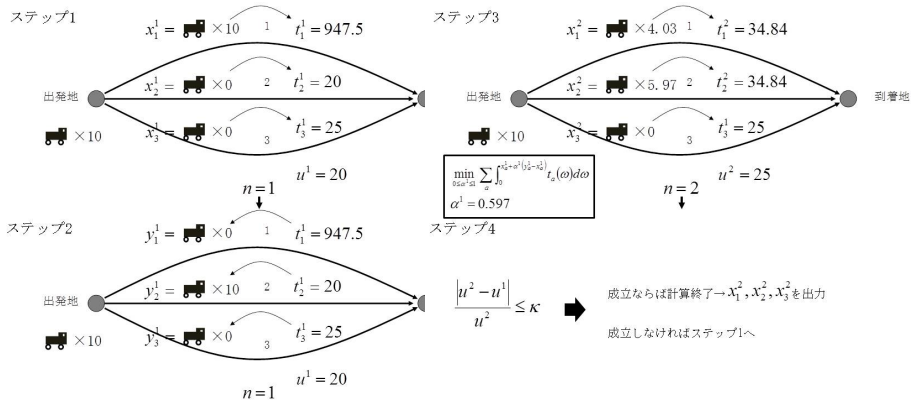


図 3.72 Frank – Wolfe 法: ステップ 1、ステップ 2 図 3.73 Frank – Wolfe 法: ステップ 3、ステップ 4

前提として、1つの OD ペア、複数の経路選択肢が存在するネットワークを、一様な n 人が利用する状況を想定する。

(i) 決定論的交通量均衡配分の必要十分条件

Wardrop の第一原則は、以下のように定式化される。

$$h_j = 0 \iff g_j(h) > \min_k g_k(h) \text{ for all paths } j \quad (3.314)$$

$$h_j > 0 \implies g_j(h) = \min_k g_k(h) = g_{OD}(h) \quad (3.315)$$

ここで、 h は経路交通量ベクトル、 g は経路旅行時間ベクトルである。 n が十分大きいと仮定すると、大数の法則により、 $h_j \cong p_j n$ あるいは $h_j = 0$ のとき $p_j = 0$ が成り立つ。ただし p_j は経路 j がどの利用者にも選択される確率である。それ故、もし $g_j(h^*)$ が最小 OD コスト $g_{OD}(h)$ より大きいとき、均衡点 h^* 、 $p_j = 0$ となる。

(ii) n 人非協力混合戦略ゲームが混合戦略ナッシュ均衡であるための必要十分条件

どの利用者 a も複数の経路選択肢があり、経路選択は他の全ての利用者に対するゲームであると仮定し、経路選択混合戦略である状況を想定する。利用者 a に対する混合戦略 s_a は、経路選択純戦略 π_{aj} の凸結合である。経路選択純戦略 π_{aj} は、利用者 a が経路 j を選択する場合に用いられる。故に、

$$s_a = \sum_j \pi_{aj} p_{aj} \quad (3.316)$$

ここで、 p_{aj} は利用者 a が経路 j を選択する確率である。利用者 a の経路は、全ての利用者による混合戦略の n 次元ベクトル s によって次のように定義される。

$$c_a = \sum_j p_{aj} c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) \quad (3.317)$$

ここで $c_a(s_{-a}, \pi_{aj})$ は利用者 a が経路 j を選択し、他の利用者が $n-1$ 次元ベクトル s_{-a} で表される混合戦略に従った場合のコストである。利用者は一様とする仮定から、コストは全ての利用者間で同一である。全ての利用者が同じ選択肢 (同じ経路) を持ち、全員がコストを最小化するため、プレーヤーは入れ替え可能である。それ故どの経路 j に対しても、以下の等式が成り立つ。

$$p_{1j} = p_{2j} = \dots = p_{nj} = p_j \quad (3.318)$$

$$c_1(s_{-1}, \pi_{1j}) = c_2(s_{-2}, \pi_{2j}) = \dots = c_n(s_{-n}, \pi_{nj}) \quad (3.319)$$

h はおよそ p_n と等しいため、利用者 a にとっての経路 j のコストはおよそ h に基づく経路 j のコストと同等である。

$$c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) \cong g_j(h) \quad (3.320)$$

大数の法則により、利用者 a にとっての経路 j のコストは n の増加に従い、 h に基づく経路 j のコストに近づく。 n が十分大きい場合、以下の式より、決定論的利用者均衡配分はナッシュ均衡と同等であるといえる。

$$p_{aj} \Leftarrow c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) > \min_k c_a(s_{-a}, \pi_{ak}) = 0 \quad (3.321)$$

$$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) = \min_k c_a(s_{-a}, \pi_{ak}) \quad (3.322)$$

混合戦略ナッシュ均衡 (Nash, 1951) であるための必要十分条件はそれ故、 n が十分大きいときの決定論的利用者均衡の必要十分条件と同等であることが示された。

Network demon を導入した $n+1$ 人ゲームの定式化

次に、新たなゲームのプレーヤーとなる demon の存在を導入する。demon は1つのリンクにダメージを与えることで、ネットワーク利用者のコストを最大化する。純粋ナッシュ均衡でない限り、demon はネットワーク内のリンクの数と同数の純粋戦略を実行しなくてはならない。 $n+1$ 人ゲーム G_1 は以下のように定式化される。

G_1 : solve *simultaneously*

$$\begin{aligned} c_a(s, q) &= \sum_j p_{aj} \sum_k q_k c_{ak}(s_{-a}, \pi_{aj}) \text{ for each network user } a, a \in (1, \dots, n) \\ c_{n+1}(s, q) &= \sum_k q_k c_{n+1,k}(s_a) \text{ for the demon player } n+1 \end{aligned} \quad (3.323)$$

ここで、 q はリンクダメージシナリオ k の発生確率ベクトル、 $c_{ak}(s_{-a}, \pi_{aj})$ は利用者 a がシナリオ k において経路 j を選択し、経路戦略 $n-1$ 次元ベクトル s_{-a} が適用されるときのコスト、 $c_{n+1,k}(s)$ は demon がシナリオ k を選択し、 n 次元ベクトルである利用者戦略 s を適用するときの効用を表す。このプレーヤーの狙いは全プレーヤーのコストを増加させることである。シナリオ k におけるネットワーク利用者の期待コストの合計 $c_{n+1,k}(s)$ は、以下のように定式化される。

$$c_{n+1,k}(s) = \sum_a \sum_j p_{aj} c_{ak}(s_{-a}, \pi_{aj}) = \sum_a c_{ak}(s) \quad (3.324)$$

ここで、少なくともひとつの混合戦略均衡解が存在する (Nash(1951))。しかし、特に n が大きいとき、均衡点を見つけるのは困難である。そこで、以下では二段階最適化問題によって均衡解を求めることで、ゲームのマクロ的な解法とおよそ同等の解を得る。

二段階最適化問題 B_1 の定式化

B_1 : solve simultaneously

$$U : \max_q c_a(s, q) = \sum_j \sum_k q_k g_{jk}(h) \text{ subject to } \sum_k q_k = 1, q \geq 0$$

$$L : \min_h c_{n+1}(s, q) = \sum_u \sum_k q_k \int_0^{v_u(h)} t_{uk}(x) dx \quad (3.325)$$

$$\text{subject to } v_u = \sum_j a_{uj} h_j, \sum_j h_j = n, h \geq 0$$

ここで $g_{jk}(h)$ はシナリオ k , 交通量ベクトル h 下での経路 j のコスト, $t_{uk}(v_u)$ はシナリオ k におけるリンク u の交通量に依存するコスト, a_{uj} は経路 j にリンク u が含まれるとき 1, そうでない場合は 0 となる指示関数である. 以下に, n が十分大きいとき, 二段階最適化問題 B_1 は G_1 のマクロ的な解を与えることを示す.

B_1 の上位問題は demon の視点からゲームを解いており, ネットワーク利用者に課される期待コストの和を最大化させる. 下位問題は, 期待コストに基づく標準的な決定論的利用者均衡配分問題である. 相互に一定の点 (ナッシュ均衡であり, シュタッケルベルグ均衡ではない) において, 以下の条件が適用される.

For $U : \forall k$

$$q_k = 0 \Leftrightarrow \sum_j g_{jk}(h) h_j < \max_r \sum_j g_{jr}(h) h_j \quad (3.326)$$

$$q_k > 0 \Rightarrow \sum_j g_{jk}(h) h_j = \max_r \sum_j g_{jr}(h) h_j \quad (3.327)$$

For $L : \forall k$

$$h_j = 0 \Leftrightarrow \sum_k g_{jk}(h) q_k < \min_r \sum_k g_{rk}(h) q_k \quad (3.328)$$

$$h_j > 0 \Rightarrow \sum_k g_{jk}(h) q_k = \min_r \sum_k g_{rk}(h) q_k \quad (3.329)$$

大数の法則により, 集団レベルでの合計期待ネットワークコストは, n が大きくなるにつれて個々の期待コストの和に近づく.

$$\sum_j g_{jk}(h) h_j \cong c_{n+1,k}(s) \quad (3.330)$$

この差は n が大きくなるにつれて小さくなる。従って、ミクロ的なレベルでの上式は、以下の様に示される。

$$q_k = 0 \Leftarrow c_{n+1,k}(s) < \max_r c_{n+1,r}(s) \quad (3.331)$$

$$q_k > 0 \Rightarrow c_{n+1,k}(s) = \max_r c_{n+1,r}(s) \quad (3.332)$$

n が大きいとき、任意の経路 j と大数 n に対し、

$$\sum_k g_{jk}(h) q_k \cong \sum_k c_{ak}(s_{-a}, \pi_{aj}) q_k = c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) \quad (3.333)$$

また、 $h_j \cong p_j n \cong p_{aj} n$ であるために、上式はミクロレベルにおいて、

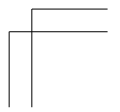
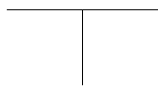
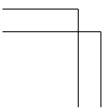
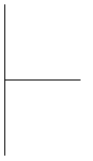
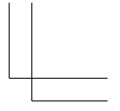
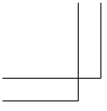
$$p_{aj} = 0 \Leftarrow c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) < \max_r c_a(s_{-a}, \pi_{ar}) \quad (3.334)$$

$$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(s_{-a}, \pi_{aj}) = \max_r c_a(s_{-a}, \pi_{ar}) \quad (3.335)$$

n が大きいとき、これらの条件は非協力混合戦略 $n+1$ 人ナッシュ均衡問題における必要十分条件である (Nash, 1951)[6]。従って、 n の増加に伴って、 B_1 を解くことでこれまでに定義した $n+1$ 人ゲームである G_1 に関するマクロ的な近似解を得ることが示された。

参考文献

- [1] 土木計画学研究委員会交通需要予測技術検討小委員会: 道路交通需要予測の理論と適用 第1編 利用者均衡配分の適用に向けて, 土木学会, 2003
- [2] 土木計画学研究委員会交通需要予測技術検討小委員会: 道路交通需要予測の理論と適用 (第2編) 利用者均衡配分モデルの展開, 土木学会, 2006
- [3] Yosef Sheffi: Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis With Mathematical Programming Methods, Prentice Hall, 1985
- [4] 有村幹治, 田村享, 井田直人: 土木計画分野における遺伝的アルゴリズム: 最適化と適応学習, 土木学会論文集 D, Vol.62 No.4, pp505-518, 2006.10
- [5] Michael G. H. Bell, Chris Cassir: Transportation Research Part B, Vol.36, pp.671-681, 2002.
- [6] Nash, J.: Non-cooperative games: Annals of Mathematics, Vol.54, pp.286-295, 1951.



第4章

移動空間分析

4.1 シミュレーションモデルの構成

4.1.1 四段階推定法とアクティビティベース手法

古典的な四段階推定法は、発生・集中交通量、分布交通量、分担交通量、配分交通量をそれぞれの段階にわけて予測する方法であり、これまで交通需要の予測や交通ネットワークの設計で大きな役割を果たしてきた。四段階推定法では、移動に焦点が当てられ、トリップ単位の分析でそれらの移動目的・目的地・交通手段・経路などが推定の対象となっていた。交通行動調査も四段階推定法に合わせて、我が国ではゾーン単位の OD 表を作成することを目標に、大規模なパーソントリップ調査が約 10 年おきに各都市圏で実施されてきた。

しかしながら、非集計な交通行動理論ができつつあり、また個人の細かな活動の観測が可能となった 1990 年代以降、移動は個人の活動の派生需要であるという立場に立ったアクティビティベースモデルが展開されてきている。アクティビティベース手法では、世帯または個人が無数の活動可能性の中からどのように活動内容や活動時間を決定し、さまざまな個人属性や制約条件を考慮した上で行動しているかを分析する。四段階推定法と同様の移動目的・目的地・交通手段・経路はアクティビティベースモデルにおいても推定対象となるが、推定が非集計レベルの意思決定理論に立脚していることが大きな特徴である。

四段階推定法とアクティビティベースモデルの違いを挙げると、各モデルの統合性や一貫性、時空間の解像度、時間の概念、行動理論との整合など

がある。

従前の四段階推定法では発生集中、分布、分担、配分の各モデルが独立して下位のモデルが上位のモデルに影響を及ぼすことはなく、交通政策を実施時に誘発交通が考慮できないことが課題とされてきた。アクティビティベーストモデルでは活動発生、交通手段選択、目的地選択などの各ステップが統合されており、一つの要素に関する意思決定が他の意思決定に影響するといった作用を考慮することができる。

時空間の解像度についても、四段階推定法では集計された OD 表が基本となり、空間的にはゾーン単位、時間的にも日ごとまたは時間帯ごとに集約した流動の分析となる。アクティビティベーストモデルは世帯や個人単位での意思決定の分析が基本となり、非集計のデータを扱うことから細かな表現が可能となり、選択肢に関する時空間的な制約条件の反映や、個人間の相互作用の考慮などが可能となる。

時空間の細かな表現ができることにより、アクティビティモデルを用いた分析では動的な交通状況が表現できるメリットもある。四段階推定法では時間の概念は存在せず、交通需要やネットワーク上の交通流の動的側面は無視されていた。アクティビティベースのアプローチでは、マイクロ交通シミュレーションと組み合わせることで交通状況に応じた動的な交通需要予測が可能となる。

アクティビティベーストモデルの非集計での分析では、行動理論と整合した記述ができ、行動論的根拠を持った推定であることも特徴である。観測データ如何では、物理学的・生物情報科学的な理論を援用した行動理論の適用ができ、モデル推定を行う研究も行われつつある。

4.1.2 全体の構成

移動計画理論の全体像を整理する。表 4.1 は、対象とするスケールごとに適用理論、使用データ、推定パラメータを整理したものである。それぞれのスケールは必ずしも厳密にわけられる訳ではないが、各々のスケールで観測手法からモデルによる記述がそれぞれ対応していると考えることができる。

表 4.1 スケールレベル別モデルの概要

	アクティビティレベル	ネットワークレベル	2次元レベル
理論モデル	活動内容選択 目的地選択 交通手段選択	均衡配分 最短経路探索 追従理論	経路選択 構造推定アプローチ
インプット データ	PT、PP データ 交通センサス	PP データ、検知器 DRM、VN、交通フロー	図面、動画データ 交通フロー
アウトプット データ	活動場所 OD 交通量	経路、経路交通量 時系列位置座標	時系列位置座標
パラメータ	交通ネットワーク 居住/従業人口分布	所要時間、料金 割引因子、学習	目的地、進行角度 相互作用

4.1.3 各レベルにおけるモデルの概説

(a) 世帯、個人の発生

都市圏単位を対象としたシミュレーションモデルでは、まずはじめに人口構成や社会経済属性の設定が必要となる。国勢調査や PT データなどで直接取得されているデータや、従業地分布等のデータにより、都市圏での人口分布や土地利用分布を表す。既存のデータをそのまま適用するほか、自動車保有モデルや住宅保有モデル、また職業選択モデルを個人属性や社会条件設定から推定し、各世帯や個人の設定を推定するアプローチもとられる。推定したモデルでは、この後の活動や交通行動に関するモデルの説明変数とすべき変数を考慮する。この段階により、非集計モデルを適用する母集団が設定される。

(b) アクティビティレベル

主として活動の発生に関する推定モデルである。離散選択モデルや重力モデルを用いた活動内容、活動場所、交通手段などが推定対象となる。

都市圏を対象としたシミュレーションを考える場合、このスケールでは非集計モデルで推計した交通行動を、母集団全体に拡大して、時空間的に分布する交通需要量を予測するため、PP データなどの小サンプルの非集計データと、PT データや道路交通センサスなどの母集団分布への拡大が担保された集計データとのデータフュージョン手法が必要となる。

また、モデルで用いる説明変数に交通のサービスレベル等のデータが用いられる場合、次ステップ以降の交通量配分や交通流シミュレーションによる結果をフィードバックし、交通需要が収束するまで計算を繰り返すことにより、四段階推定法の欠点であった誘発需要の考慮や、意思決定間の相互依存

の影響の考慮を行うことができる。

この段階で活動に伴う交通行動からなる OD 交通量と、出発時刻の分布を求めることができる。

(c) ネットワークレベル

主にグラフ表現されたネットワーク上における交通量配分を扱う。ネットワーク上での均衡配分理論に必要な交通フローは、アクティビティモデルから受け渡される。ネットワークデータや交通フローが分析には必要となり、ネットワークデータの作成や処理方法自体も計算上の過程において検討対象となる。配分方法も静的・準動的・動的など、多くの方法が適用されている。

動的な交通流の再現のためには、追従理論を用いたマイクロ交通流シミュレーションが用いられる。近年の計算機処理速度の向上により、交通現象を個々の車両の挙動単位で再現することが可能となりつつある。個々の車両挙動とそれらの相互作用の記述により、道路混雑渋滞の正確な再現や、車線変更挙動の影響などが評価する。シミュレーションアプローチによる交通流の再現では、車線変更や車間距離に関する加減速モデルを設定する。

また、経路の選択についても、従来得ることが難しかった経路の観測が、GPS 機器や携帯端末技術の向上により、可能となっている。プローブパーソンデータなどの移動軌跡データとネットワークデータを組み合わせることにより、オンライン/オフラインでの通行経路の同定や、確率的な推定が可能となる。

(d) 2次元レベル

発生した活動のデータをもとにして、広場や街路空間などの歩行者の挙動の再現を行うことが考えられる。歩行者の挙動については、エージェントモデルとしての行動選択や相互作用表現方法が提案されている。実際の歩行者の挙動を動画データにより観測し、画像解析手法を用いて進行方向や加減速の選択モデルの推定を行うことで、個々の位置座標の再現が可能となる。

4.1.4 シミュレーションモデル構成例

ここでは都市圏のシミュレーションモデルの構成例を2つ取り上げる。

- PCATS/DEBNetS モデル

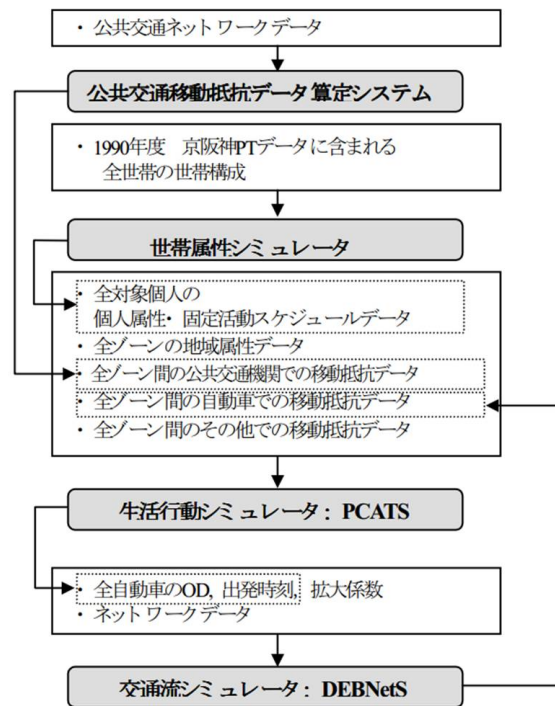


図 4.1 PCATS と DEBNetS によるマイクロシミュレーション (飯田ら, 2000)

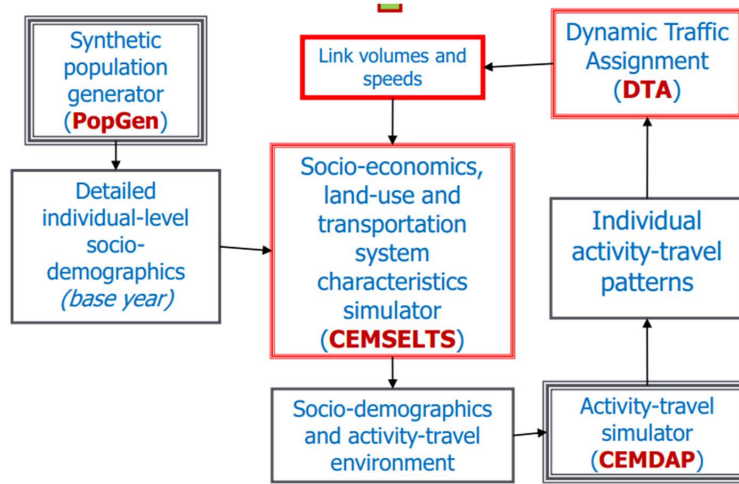


図 4.2 マイクロシミュレーション SimAGENT (Goulias et al., 2012)

生活行動シミュレータ PCATS と動的交通流シミュレータ DEBNetS を組み合わせたマイクロシミュレーションは京都大学で開発された手法である。シミュレーションのシステムを図 4.1 に示す。シミュレーションでは、入力データとして、交通サービスの LOS データとパーソントリップ調査データを入力し、アウトプットデータとして、対象地域での自動車の個々の車両の挙動を再現する。

まず、PCATS 部分で個人の 1 日について睡眠、仕事、学校を固定活動として、それ以外の時間を自由時間として逐次的に活動内容と活動継続時間、目的地と交通機関を推定する。PCATS で推定された交通需要は、PT 調査の拡大計数によって都市圏全体に拡大され、DEBNetS を用いて時間軸上での車両挙動が再現される。

シミュレーションシステムでは、動的交通流シミュレータを回すことで得られた自動車の LOS データを更新して PCATS に入力することで、交通渋滞等が個々人の交通行動に及ぼす影響を考慮されている。

(a) SimAGENT モデル

SimAGENT は、中長期的な意思決定の選択モデル CEMSELTS と、活動-移動シミュレータ CEMDAP、そして動的交通量配分を組み合わせたマイクロシミュレーションモデルである。シミュレーションのシステムを図 4.2 に示す。シミュレーションは交通需要予測と都市圏の自動車による排出ガスの予測を目的としており、ベースとなる年のデータから 1 年ごとの将来時点の状況を予想できるような動的なモデルとなっている。シミュレーションでは、入力データとして、初年度の人口や従業地分布と社会経済状況データを入力し、アウトプットデータとして、対象地域での個人の年間及び日ごとの交通行動を再現する。

まず、人口生成モデル PopGen によって人口分布および社会経済属性データが作成され、それらを用いて CEMSELTS で労働参加、自動車保有、住宅保有などの設定が行われる。次に、活動シミュレータ CEMDAP により、複数選択可能な離散選択モデルの形である MDCEV モデルを用いて、1 日の活動が再現される。生成された交通行動は動的交通配分によりネットワーク上に流され、配分結果のリンク交通量とリンク旅行測度は空間的な所要時間として CEMSELTS にフィードバックされる。

シミュレーションでは、混雑の影響が長期的な意思決定に与える影響を考慮しているほか、1 年単位で人口や世帯分布の更新を行うことで、動的な社会的作用を考慮している。

4.2 活動選択のモデリング

4.2.1 アクティビティモデルの発展経緯

四段階推定法に見られるように、従前の交通行動分析で用いられてきたアプローチは OD 表を所与としたトリップベース (trip-based) の分析であった。1970 年代に入ると、トリップの連結性が重要視されてトリップチェーン (trip-chain, tour-based) 研究が進んだ。一方でアクティビティモデル (activity-based approach) は「すべての移動は活動の派生需要である」という考えのもと、個人・世帯の活動・移動パターンを予測し、再現するモデルとして開発されてきた。移動を発生させる活動の発生そのものを予測す

ることで、交通政策のより正確な評価を可能にするものとして期待されている。アクティビティモデルは、Hagerstrand(1970)[8]の時空間プリズム(図4.3)の考え方を基盤とし、時空間軸上での活動順序や活動時間に着目するスケジューリングモデル(scheduling model)として展開された。また、Chapin(1974)[6]による「すべての活動は個人の基本的欲求から生じる」という考え方から、活動発生モデル(activity generation model)の展開も見られる(Arentze and Timmermans, 2011[3]; Nijland et al., 2013[14])。Kitamura(1988)[10]は、1981年にOxfordで開催された“The Conference on Travel Demand Analysis: Activity-based and Other New Approach”(Carpenter and Jones, 1983[5])がアクティビティモデル発展の試金石となったことに言及し、研究課題による分類をしている。ここでは近年の発展も踏まえ、手法の違いによる類型化を行なう。

アクティビティモデルを分類すると、アクティビティパターンを選択肢集合として列挙する離散選択型モデルと、一定のルールに従ってパターンを生成するルールベースドモデル、そして時空間制約下で実行可能な活動列を探索するネットワーク探索型モデルの3つに大別できる。以下、各類型についての詳細な説明を行なう。

4.2.2 離散選択型モデル

離散選択モデルを用いたアクティビティモデルは、ランダム効用最大化理論(RUM: Randon Utility Maximization)に従って個人の効用に誤差項を仮定し、1日の活動パターンを確率的に選択するモデルである。活動パタンの要素としては、活動開始時刻、活動場所、活動時間、交通手段などが考慮される。それぞれの意思決定には選択肢集合が設定され、個人は自身の効用を最大化させるように選択を行なう。

(a) pre-trip 型モデル

Bowman and Ben-Akiva(2001)[4]は活動パターンと、パターンを構成する主活動の開始時刻、場所と交通手段をネスト構造にして、Nested Logit モデルで一日の活動パタンの生成を定式化した(図4.4)。pre-trip 型の離散選択モデルは一日の活動が自宅を出発する前にすべて決定されることを仮定している。これは基本的な一日の予定と活動パターンについての意志決定は、ツアー

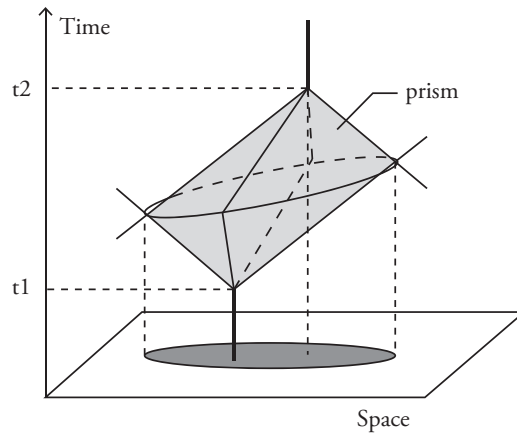


図 4.3 時空間プリズム

内の詳細な意思決定よりも優先されるという概念に基づいている。Bowman and Ben-Akiva(2001)では、一日の活動パターン（スケジュール）が選択される確率 $p(\text{schedule})$ は以下のように表される。

$$p(\text{schedule}) = p(\text{pattern})p(\text{tours}|\text{pattern}) \quad (4.1)$$

ここで、パターン確率とは特定の活動パターンを選択する確率のことを指し、条件付ツアー確率とはパタンの選択から与えられる特定のツアーの集合の確率である。しかし、パタンの選択と条件付きツアーの決定は互いに独立ではない。むしろパタンの相対的な魅力や効用は、パターンと関連しているツアーによって得られる最大効用の期待値に依存している。この期待効用を含めて、パタンの選択確率は全ての選択可能なツアーの選択肢に属する関数である。この関係は、空間的な特性と交通システムのサービスレベルによるパターン選択の感度を表現しており、このモデルシステムの最大の特徴でもある。パターンは以下の項目によって特徴付けられる。

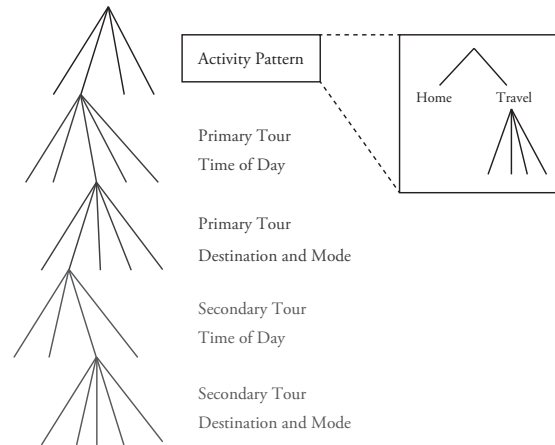


図 4.4 離散選択モデルによる活動パタン生成 (Bowman and Ben-Akiva, 2001[4] をもとに作成)

- (a) 一日中家にいるという選択肢も含む一日の活動の主要な活動
- (b) 回数・目的・一連の活動停止を含むその日の代表活動ツアーのタイプ
- (c) 二次ツアーの回数と目的

アクティビティパタン選択モデルは、図 4.4 に示すようなネスト構造が仮定されており、最下層から推定を行う。また、ツアーの意志決定に関する時刻、交通機関選択と各ツアーにおける活動場所の選択も下位層に含まれており、下層は上層の意思決定によって条件付けられる。このモデルにおける活動は、home(H),work(W),school(S),other(O) の 4 種類のみで構成される。最上部の層であるアクティビティパタンの選択においても Nested Logit モデルを用いて推定を行う。ここでは、上層は一日中家にいるか、または外出するかの二項選択となっており、下層ではアクティビティパタンの組み合わせ、二次ツアーの回数と目的により分類した活動パタンのデータセットにより構成された選択肢を仮定している。全ての旅行は、主要ツアーと 0 回以上

の二次ツアーによって構成されており、二次ツアーの目的地と交通手段選択モデルは目的地と主要ツアーの交通手段によって決定される。二次ツアーは主要ツアーの結果に依存する条件付き確率で表されるため、ツアーの選択確率は、主要ツアーの選択確率と、二次ツアーの条件付き確率を用いて式 4.3 で表される。

$$p(\text{tours}|\text{pattern}) = \quad (4.2)$$

$$p(\text{primary tours}|\text{pattern}) \times$$

$$p(\text{secondary tours}|\text{primary tours})$$

二次ツアーは互いに独立だと仮定することで、二次ツアーの条件付き確率は (3) 式によって表すことができる。

$$p(\text{secondary tours}|\text{primary tours}) = \quad (4.3)$$

$$\prod_{t=1}^T p(\text{secondary tours}_t|\text{primary tours})$$

ここで、 T は二次ツアーの回数を表している。全ての二次ツアーを式 4.4 を用いて計算するため、二次ツアーの相関関係を考慮できないという欠点を有する。式 4.3、式 4.4 を式 4.1 に代入することで、活動スケジュールの選択確率を求めることが出来る。

$$p(\text{schedule}) = \quad (4.4)$$

$$p(\text{pattern})p(\text{primary tours}|\text{pattern}) \times$$

$$\prod_{t=1}^T p(\text{secondary tours}_t|\text{primary tours})$$

図 4.4 に示すネスト構造の第二段階では、主要ツアー、二次ツアーそれぞれに対して、time of day モデルを適用し、1 日を複数の時間帯に分割したものを選択肢として推定を行う。ネストの第三段階では、ツアーを行う際の

交通手段と目的地を選択肢として、Tour destination and mode choice モデルを適用して推定を行う。二次ツアーについても、主要ツアーと同様のモデルを用いて推定を行う。全ての階層での推定結果をもとに、アクティビティパターンが決定される。一般に活動の選択肢は活動場所や活動時間など膨大なデータを扱うため、離散選択モデルでは選択肢集合の生成方法がポイントであり、課題となっている。

(b) 逐次選択型モデル

逐次選択型モデルは自宅出発前に一日のスケジュールを決定する pre-trip 型とは異なり、ツアー中の1つずつの活動について、活動内容（開始時刻や場所など）を順次決定していくモデルである。藤井ら(1997)[18]が開発したPCATS(Prism-Constrained Activity-Travel Simulator)では、個人の一日は自由時間帯と固定時間帯に分類されると仮定し、自由時間帯の活動について、活動時間、活動内容・場所、交通手段を段階的に選択していくモデルを構築した。

PCATSでは、個人は活動実行に要する時間を予め想定し、それに基づいた活動要素を決定するものとした。その際の想定活動時間 y は、ワイブル分布を仮定した以下の Duration Model によって定式化した。

$$y = Y_0 \exp(BX) \quad (4.5)$$

ここで、 Y_0 は標準個人の想定活動時間、 X は説明変数ベクトル、 B はパラメータベクトルである。この想定活動時間をもとに選択肢集合の限定を行い、活動内容選択モデル、交通機関・目的地選択モデルをそれぞれネスティッドロジットモデルとして構築した。図4.5はPCATS内の仮想個人のある自由時間帯 j における意思決定過程を示している。この逐次型の意思決定によって、最終的な1日の活動が生成される。

また、Root and Recker (1981)では、モデルの最初のモジュールで活動の実行の前に pre-travel phase として活動プログラムを決定し、その後活動プログラムに基づいて逐次的に活動を決定していくモデルを定式化した。

離散選択型モデルは、選択構造が明確でモデルの構築が容易である。また、

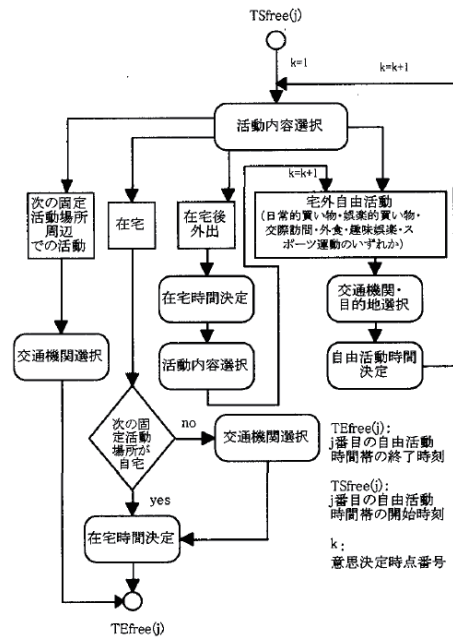


図 4.5 PCATS における逐次選択過程 (藤井ら, 1997[18] より引用)

個人の選択に誤差項を仮定することでパラメータ推定が可能となり、実データとの整合性がとれる。一方で選択肢集合の特定が必要であり、同時的な意思決定を仮定した行動モデルを構築することは選択肢集合の観点からも極めて困難である。

4.2.3 ルールベースドモデル

ルールベースドモデルは、決められたルールの下で活動列を作成していくモデルであり、コンピュータプロセスモデル (CPM: Computational Process Model) とも呼ばれる。Arentze and Timmermans(2004b)[2] の ALBA-TROSS(A Learning-based Transportation Oriented imulation System) では、義務的活動をスケルトンとして事前に決定し、観測データに基づいて活動を付加していくアルゴリズムを開発している。

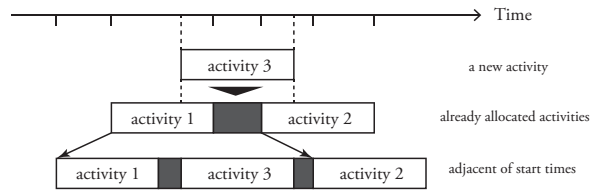


図 4.6 スケジュールの調整例 (Miller and Roorda(2003)[13] をもとに作成)

また, Miller and Roorda(2003)[13] はデータオリエンテッドなシミュレーションモデルである TASHA(Travel/Activity Scheduler for Household Agents) を提案している. TASHA ではまず, データから属性ごとに生成された活動頻度・活動開始時刻・活動時間の分布に基づいて活動を発生させる. 次に活動場所の選択を行なう. 活動場所はゾーン単位で, 魅力度と移動コストを考慮したロジット型の式で選択確率が定式化される.

活動場所が決定されたあと, 決められたルールに従って活動のスケジューリングを行なう. TASHA ではそれぞれの活動は, 共通の目的を持った活動群である「プロジェクト」に入れられる. プロジェクトには例えば, 仕事関連の活動 (the work project) などがある. そこから, 事前に定められた優先順位に基づいて活動が 1 つずつスケジュール上に配置されていく. 活動時間が重なってしまうなどの齟齬が生じた場合は, 活動内容や活動開始時刻の変更・活動時間の短縮がスケジュール上で適宜行われる. スケジュール調整の例を図 4.6 に示す. ここでは, 既に決定されている活動 1,2 からなるスケジュールに対して活動 3 が挿入されたことで, 活動 1 から 2 への移動が削除される. その後, 活動 1, 2 の開始時刻が変更され, 活動 1 から 3, 3 から 2 の新しいトリップが発生する. このようにあらかじめ定められたルールに従い, 最適なスケジューリングが行われる.

Roorda et al.(2008)[16] では TASHA を用いて, トロント都市圏を対象としたシミュレーション計算を行い, その内容について検証している. こうしたモデルは, 活動の頻度・開始時刻・活動時間が作成した分布に左右されるため, データの収集に課題がある.

4.2.4 ネットワーク探索型モデル

アクティビティモデルではHagerstrand(1970)[8]によって時空間プリズムが提唱されたように、時空間軸上の活動表現が重要となる。時空間を3次元のネットワークとみなしたとき、活動時間を含めた活動場所間の移動経路が時空間パスによって描かれる。時空間制約下での実行可能パスを探索し、目的関数を最適化する1日の活動パターンを生成する手法をここでは「ネットワーク探索型モデル」と呼ぶ。

ネットワーク探索型モデルは時空間制約との整合性が高く、Recker(1995)[15]を端緒としてアクティビティモデルで考慮されてきた。Recker(1995)は活動場所・活動時間に関する時空間制約の下、生成された活動列の目的関数を最適化するように1日の活動パターンを決定するHAPP(Household Activity Pattern Problem)を提案した。HAPPは物流計画におけるPDPTW(Pickup and Delivery Problem with Time Windows: 時間窓付き集荷配送問題)の拡張であり、混合線形整数問題として以下のように記述される。

$$\text{Minimize } Z(\mathbf{X}_i) = \mathbf{B}'_i \mathbf{X}_i \quad (4.6)$$

$$\text{subject to } \mathbf{A} \mathbf{X}_i \leq \mathbf{0}, \quad (4.7)$$

where

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{H} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{uv}^v = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{uv}^\alpha = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_u \geq \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

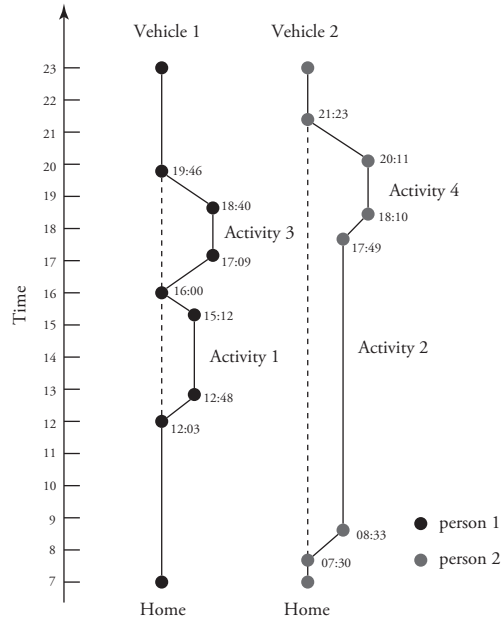


図 4.7 世帯の最適活動パターン例 (Gan and Recker, 2008[7] をもとに作成)

ここで、 \mathbf{B}'_i は交通行動に伴うコストを決定する各変数の係数 (パラメータ) ベクトルであり、 $\mathbf{A}\mathbf{X}_i \ll \mathbf{0}$ は線形計画問題に伴う制約条件を表している。最終的に求めるものは目的関数 $\mathbf{Z}(\mathbf{X}_i)$ を最小にする活動列 \mathbf{X}_i であり、以下の変数によって特定化される。

\mathbf{X}_{uw}^v : 活動 u から活動 w への移動に際して車両 v (世帯が保持している自動車や自転車) が用いられれば 1, それ以外で 0

H_{uw}^α : 世帯構成員 α が活動 u から活動 w へ移動すれば 1, それ以外で 0

T_u : 活動 u の開始時間

この結果、出発時刻や移動手段、世帯構成員との関係を考慮した「最適な」1日の活動パターンが求められる。その例を図4.7に示す。個人ごとに、行われる活動の順序、活動に用いる移動手段、そして個々の活動の開始・終了時刻が算出される。HAPPは以後も発展研究がなされており、活動の変更や時間調整を考慮したGan and Recker(2008)[7]のHARP(Household Activity Rescheduling Problem)や、活動場所選択を考慮したKang and Recker(2013)[9]のLSP(Location Selection Problem)-HAPPなどがある。

また、Arentze and Timmermans(2004a)[1]は1)交通手段、2)活動場所、3)活動実行状況の3つから決まる状態のネットワークであるMultistate supernetworkを提案し、状態間を移動する経路を一日の活動として定義した。近年では、他人とのスケジュール調整を考慮したモデル(Liao et al., 2013a[11])、活動場所選択に関する時空間制約が明示的に考慮されたモデル(Liao et al., 2013b[12])として展開された。

こうしたネットワーク探索型のアクティビティモデルは、時間窓(出勤時間や店舗の営業時間)などの時空間制約を明示的に組み込める点、選択肢集合の取り扱いが離散選択モデルに比べて比較的安易な点で優れている。一方で、誤差項を扱わないことによる推定の難しさや、解法による計算負荷への対処などに課題があると指摘されている。

参考文献

- [1] Arentze, T.A. and Timmermans, H.J.P.: Multistate supernetwork approach to modelling multi-activity, multimodal trip chains, *International Journal of Geographical Information Science*, 18(7), 631-651, 2004a.
- [2] Arentze, T.A. and Timmermans, H.J.P.: A learning-based transportation oriented simulation system, *Transportation Research. Part B: Methodological*, 38(7), 613-633, 2004b.
- [3] Arentze, T., Eetema, D., Timmermans, H.: Estimating a model of dynamic activity generation based on one-day observations: method and results, *Transportation Research Part B*, Vol.45, pp.447-460, 2011.
- [4] Bowman, J. L., Ben-Akiva, M. E.: Activity-based disaggregate travel demand model system with activity schedules, *Transportation Research A*, Vol. 35, No, 1, pp. 1-28, 2001.

- [5] Carpenter, S. and Jones, P.: Recent Advances in Travel Demand Analysis. Gower, Aldershot, England.
- [6] Chapin, F.S.: Human Activity Patterns in the City. Wiley, New York, 1974.
- [7] Gan, L.P. and Recker, W.: A mathematical programming formulation of the household activity rescheduling problem, *Transportation Research Part B*, 42, 571-606, 2008.
- [8] Hagerstrand, T.: What about people in regional science? *Papers of the Regional Science Association*, Vol. 24, No. 1, pp. 6-21, 1970.
- [9] Kang, J. E., Chow, J. Y. J., Recker, W. W.: On activity-based network design problems, *Procedia Social and Behavioral Sciences*, Vol. 80, pp. 157-185, 2013.
- [10] Kitamura, R.: An evaluation of activity-based travel analysis, *Transportation*, 15, 9-34, 1988.
- [11] Liao, F., Arentze, T., Timmermans, H.: Multi-state supernetwork framework for the two-person joint travel problem, *Transportation*, 2013a.
- [12] Liao, F., Arentze, T., Timmermans, H.: Incorporating space-time constraints and activity-travel time profiles in a multi-state supernetwork approach to individual activity-travel scheduling, *Transportation Research Part B*, Vol.55, pp.41-58, 2013b.
- [13] Miller, E. J., Roorda, M. J.: Prototype model of household activity/travel scheduling, *Transportation Research Record*, No. 1831, pp. 114-121, 2003.
- [14] Nijland, L., Arentze, T., Timmermans, H.: Representing and estimating interactions between activities in a need-based model of activity generation, *Transportation*, Vol.40, pp.413-430, 2013.
- [15] Recker, W.: The household activity pattern problem: general formulation and solution, *Transportation Research B*, Vol. 29, No. 1, pp. 61-77, 1995.
- [16] Roorda, M. J., Miller, E. J., Habib, M. N. K.: Validation of TASHA: A 24-h activity scheduling microsimulation model, *Transportation Research Part A*, Vol.42, pp.360-375, 2008.
- [17] 西井和夫：時空間制約下における2ストップチェーンのバス選択モデル，土木学会論文集，No.470，pp.105-114，1993.
- [18] 藤井聡，大塚祐一郎，北村隆一，門間俊幸：時間的空間的制約を考慮した生活行動軌跡を再現するための行動シミュレーションの構築，土木計画学研究・論文集，No. 14，pp. 643-652，1997.

4.2.5 選択肢集合限定のモデリング

本章では，選択肢集合を考慮した行動モデルについて，概説する．人が意思決定をする際には，まず選ぶうる選択肢（選択肢集合）を想定し，その中から選択を決定する．選択肢の選択過程を定式化し，行動モデルを記述することにより，選択肢集合の記述原理をモデル化する．

(a) 基本モデル

個人 q の選択行動は、次の 2 段階の選択の結果であると仮定する。

step1 選択肢集合の選択 全選択肢集合 G の中から個人 q が選択する可能性のある選択肢集合 S を選択する。

step2 選択肢の選択 選択肢集合 S の中から個人 q が最も望ましい選択肢 i を選択する。

これまでのモデルと比べて、選択肢集合の選択過程である *step1* が追加されている。人が意思決定する際に想定する選択肢数には上限 (多くてもせいぜい 10 以下か) があり、全選択肢集合 G の数が多い場合には *step1* は特に有効となる。Manski(1977)[1] では、選択肢 i の全選択肢集合 G からの選択確率を条件付き確率を用いて、式 4.12 と定式化している。

$$P_q(i|G) = \sum_{S \in G} P_q(i|S)P_q(S|G) \quad (4.12)$$

式 4.12 のように記述できるものの個人の選択肢集合の観測は困難であり、選択肢集合のモデル化は難しい。そこで、観測可能な選択結果を用いた尤度関数の設定により、選択肢集合の選択確率をモデル化している。

PCMNL モデル

Basar and Bhat(2004)[3] では probabilistic choice set multinominal logit(PCMNL) モデルを提案している。選択肢 i の選択肢集合効用が一定の閾値を超えていれば、個人 q の選択肢集合 G に含まれると仮定する。しかし、ここで閾値は観測不能であり、選択肢集合に含まれる確率はロジスティック分布を用いて、次で表す。

$$M_{qi} = \frac{1}{1 + \exp(-\gamma w_{qi})} \quad (4.13)$$

選択肢をここでは、選択肢 i の効用を U_{qi} である。なお、 w_{qi} は個人 q の選択肢 i に関する属性、 γ は効用算出のための係数である。選択肢集合 G の選択確率は次となる。

$$P_q(G) = \frac{\prod_{i \in G} M_{qi} \prod_{j \notin G} (1 - M_{qj})}{1 - \prod_{i=1}^I (1 - M_{qi})} \quad (4.14)$$

分母は選択肢集合が空となる確率を除外している。選択肢集合 G から選択肢 i を選ぶ確率は MNL モデルと同様に定式化する。

$$P_{qi}|G = \frac{\exp(\beta'x_{qi})}{\sum_{j \in G} \exp(\beta'x_{qj})} \text{ if } i \in G \quad (4.15)$$

$$= 0 \text{ if } i \notin G \quad (4.16)$$

x は外生変数, β は係数である。選択肢 i の選択確率は次となる。

$$P_{qi} = \sum_G (P_{qi}|G) \cdot P_q(G) \quad (4.17)$$

ここで, 全選択肢数を I とすると, G は $(2^I - 1)$ 個となる。対数尤度関数は次で定義され, パラメータ β と γ を推定する。 y_{qi} は選択結果である。

$$L(\beta, \gamma) = \sum_q \sum_i y_{qi} \cdot \log P_{qi}(\beta, \gamma) \quad (4.18)$$

参考文献

- [1] Manski, C.: The structure of random utility models, Theory and decision, vol. 8, pp. 229-254, 1977.
- [2] Kaplan, S., Shiftan, Y., Bekhor, S.: Development and estimation of a semi-compensatory model with a flexible error structure, Transportation Research Part B, Vol. 46, Issue. 2, pp. 291-304, 2012.
- [3] Basar, G., Bhat, C.: A parameterized consideration set model for airport choice: an application to the San Francisco Bay Area, Transportation Research Part B, Vol. 38, Issue. 10, pp. 889-904, 2004.

4.3 経路選択モデル

4.3.1 確定的に経路選択肢を列挙する方法

OD 交通量をネットワークあるいは経路集合に対して配分するとき、その OD に関して経路の設定が必要となる。大規模なネットワーク上の経路選択

を考えると、OD間で考えられる経路は膨大であり、その中から適切な経路を抽出し、フローを流す手法が求められる。配分に関する経路選択のモデリングについてはさまざまなアプローチがこれまでとられてきた。ここでは、明示的に経路を列挙する方法、確率的に経路を列挙する方法、経路を列挙しない方法に分けて解説する。

まず、明示的に経路を扱って選択するアプローチを取り上げる。ここでは、経路の列挙方法として、以下の方法を紹介する。

- ダイクストラ法
- K 番目最短経路探索
- ラベリング法
- ペナルティ法
- Gateway Shortest Paths

ダイクストラ法

1 つ目は、経路を具体的に各 OD について確定的に明示して経路選択肢を定める方法である。ネットワーク上で経路を探索して列挙する方法の多くは Dijkstra (1959)[?] による最短経路探索アルゴリズム (ダイクストラ法) が経路探索のベースとなっている。ダイクストラ法はネットワーク上の起点・終点間の最短経路を求めるアルゴリズムであり、各リンクのコストが非負で設定されるとき、ある起点ノードから終点ノードまでの最小コストとなる経路を求めることができる。以下にダイクストラ法のアルゴリズムを述べる。なお簡単のため、コストはリンクの距離のみにより決定されることとして、最短経路は経路長距離が最小となる経路を表すこととする。リンクの距離は明らかに非負となる。

ネットワーク上の起点ノードを r 、終点ノードを s とすると、 rs 間の最短経路は次のステップにより求めることができる。ここで、ノード i についての起点からの最短距離を d_i 、 ri 間の最短経路上でのノード i の 1 つ前のノードを π_i とする。また、リンクにより結ばれたノード ij 間の距離を c_{ij} とする。ステップごとのイメージを図 4.8 に示す。

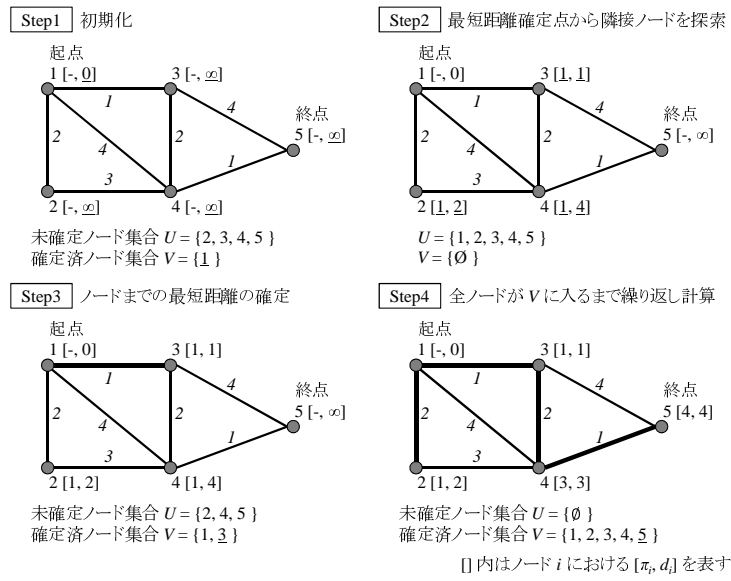


図 4.8 ダイクストラ法アルゴリズム

ステップ1 初期化

起点ノード r について $d_r = 0$ 、その他のノードについて $d_i = \infty$ を設定する。このとき、起点ノード r を最短距離確定済ノード集合 V に入れ、その他のノードを未確定ノード集合 U に入れる。 $i = r$ とする。

ステップ2 最短距離確定点から隣接ノードを探索

最短距離を確定させたノード i からリンクにより隣接する全てのノード j に対して、最短距離を計算する。 $d_j > d_i + c_{ij}$ であれば $d_j = d_i + c_{ij}$ としてノード j の最短距離 d_j を更新し、 $\pi_j = i$ とする。

ステップ3 ノードまでの最短距離の確定

未確定ノード集合 U に含まれるノードのうち最短距離が最も小さいノードについて、値を確定させて未確定ノード集合 U から確定済ノード集合 V に移す。このノードをノード i とする。

ステップ4 全ノードが V に入るまで繰り返し計算

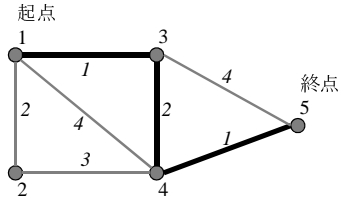
全てのノードが確定済ノード集合 V に含まれるまで、ステップ2とステップ3を繰り返す。全てノードの最短距離が確定したら、終点ノード s から π_i を辿っていくことによって、 rs 間の最短経路を求められる。

ダイクストラ法のアルゴリズムについては、隣接行列を用いて全ての OD ペアの最短経路を求める Floyd (1962)[?] と Warshall (1962)[?] による Floyd-Warshall 法や、最短距離を確定させるノードを暫定的な最短距離が最小となるノードでなく空間的に目的地に近いノードから優先的に探索する A*法 (Hart et al., 1968[?]) が提案されている。加藤 (1994) は行政区域単位で探索範囲を限定する方法を提案している。

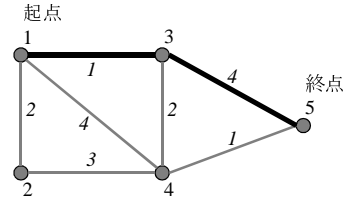
K 番目最短経路探索

最短経路探索を拡張して複数経路を求める方法として K 番目最短経路探索 (Yen, 1971[?], Katoh et al., 1982[?] など) を紹介する。K 番目最短経路探索では、同一のコスト、同一の評価観点によって複数の経路を求める経路を求め、2 番目、3 番目と K 番目に短い経路を順に列挙する。図 4.9 に K 番目最短経路の探索例を示す。経路の探索では、それまでに既に列挙されている

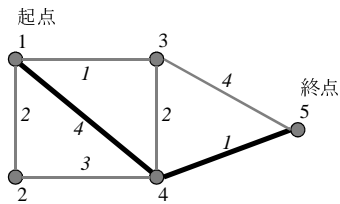
1番目最短経路



2番目最短経路



3番目最短経路



4番目最短経路

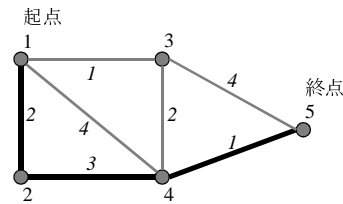


図 4.9 K 番目最短経路の探索結果例

経路と重複しない経路の中で、起点から終点までの距離が最短となる経路が列挙される。K 番目最短経路探索のアルゴリズムを以下に述べる。

ネットワーク上の起点ノードを r 、終点ノードを s とすると、 rs 間の K 番目最短経路は次のステップにより求めることができる。ここで、 K は列挙する経路数、 P は rs 間の K 番目最短経路集合、 P_i は起点ノード r からノード i までの経路、 B は計算上で暫定的な経路を格納する集合、 $count_i$ をノード i における最短経路数、 c_{ij} をリンクにより結ばれたノード ij 間の距離とする。

ステップ 1 初期化

rs 間の K 番目最短経路集合 P を空集合とし、全てのノード i について $count_i = 0$ とする。 $P_r = \{r\}$ を B に入れる。

ステップ 2 最短経路の探索

ノード i について、 B に含まれる ri 間経路の中で最短経路となる経路を P_i とする。 B から P_i を除き ($B = B - \{P_i\}$)、 $count_i = count_i + 1$ とする。

ステップ3 最短経路の格納

ノード i が終点ノードのとき ($i = s$)、最短経路集合 P に P_s を加える。

ステップ4 最短経路の更新

$count_i < K$ のとき、ノード i からリンクにより隣接する全てのノード j に対して P_i に j を加えた経路を P_j とし、 B に P_j を加える。

ステップ2~ステップ4を全てのノードについて実行する。

ステップ5 終了判定

B が空集合となるか、 $count_s = K$ となれば、アルゴリズムを終了する。

K番目経路探索では、最短経路から1ブロック分迂回しただけの経路など、最短経路と殆どの区間重複する経路が生成されてしまう問題がある。天目(2000)[?]ではK番目経路探索において経路重複率と分岐・合流の回数を考慮した列挙アルゴリズムを用いて実用的な代替経路を探索する工夫をしている。

ラベリング法

多数の評価観点に従って複数経路を列挙する方法として、ラベリング法(Ben-Akiva et al., 1984[?])が挙げられる。Ben-Akiva et al. (1984)は、経路選択に影響を与える属性を、所要時間、距離、良景観道路長、信号数、混雑、高速道路長、交通容量、商業地区を通る道路長、舗装状態、道路の階層、の10の要素挙げて、それぞれについて最適となる経路を最短経路探索のアルゴリズムを利用することで抽出し、経路選択肢集合としている。山川・羽藤(2008)[?]ではラベリング法のリンク属性をプローブデータから設定することでプローブパーソン調査から経路選択モデルを構築している。

ペナルティ法

ペナルティ法は、計算された最短経路上のリンクについて抵抗となるペナルティを与えた上で再び最短経路探索を行うことにより、異なる経路を列挙

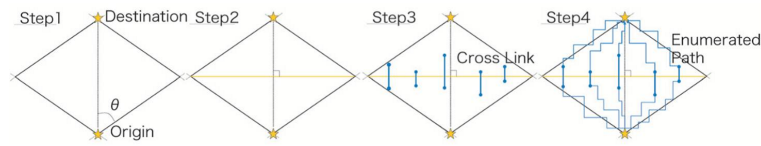


図 4.10 菱形を用いた GSP の適用 (Yamakawa and Hato, (2008) より)

する方法である。ペナルティ法は、1) ペナルティの付加方法の決定、2) 最短経路の探索、3) 最短経路上のリンクにペナルティを付加、4) 探索された最短経路を経路集合に加えて列挙経路数に達するまで 2)~4) を繰り返す、という手順で経路の探索を行う。ペナルティの付加方法は、予め定めた定数をリンクのコストに加える方法と、リンクのコストを一定の率で増加させる方法とが考えられる。Bekhor and Prato (2006) では、最短経路とされた経路上でのリンクについて、リンクの所要時間に 5% の抵抗をペナルティとして加えて、15 回計算を繰り返している。

Gateway Shortest Paths

Gateway Shortest Paths (GSP) は、OD 間の特定の箇所を Gateway として列挙し、その Gateway を通過する条件のもとでの最短経路の探索を行う方法である。木下ら (2004)[?] は、起終点を結ぶ線分の垂直二等分線上を通過するリンクを Gateway として設定し、各リンクについて、リンクの一方の端のノードと起点ノードを結ぶ最短経路ともう一方の端のノードと終点ノードを結ぶ最短経路を結合させることにより経路を生成している。経路の列挙は、最短経路と比較した経路長が基準値以下であり、かつ経路上にループを持たない経路を全て列挙している。また、Yamakawa and Hato (2008)[?] も、起終点間において OD 間を結ぶ線分に対してなす角 θ となる直線により生成される菱形の中心線を通るリンクをプローブデータを用いた経路選択モデルの経路選択枝列挙に適用し、最適となる角度 θ について考察を行っている。(図 4.10)

4.3.2 確率的に経路選択肢を列挙する方法

シミュレーション法

シミュレーション法は、計算機による乱数発生を用いたモンテカルロ法によって、確率的に経路を抽出し、経路列挙を行う方法である。シミュレーション法では、ネットワーク上の各リンクのコストが独立な確率分布に従う条件下で、最小コストとなる経路の抽出を繰り返す方法である。シミュレーション法では、確率分布型、確率分布のパラメータ、乱数発生による抽出回数を事前に決定する。Bekhor et al. (2006)[?] では、リンクコストが平均及び標準偏差にリンク所要時間を仮定した正規分布に従うものとしてランダムサンプリングを行い、経路抽出を行っている。

リンクのコストに正規分布を仮定した配分モデルはプロビット配分モデルと呼ばれる。プロビット配分モデルでは旅行者の知覚旅行時間が確率的であるとするランダム効用理論を基本とし、導出される。シミュレーションによるプロビット配分モデルでは、経路選択モデルにおいて誤差項にガンベル分布を仮定して導かれるロジットモデルが持つ IIA 特性がなく、重複区間を持つ複数経路を持つ誤差の相関を考慮でき、プロビット選択モデルと理論的に整合性を持つ。OD ペア間で経路の重複が多く生じると考えられる鉄道経路選択モデルにおいて適用例が見られる。(屋井ら (1993)[?], Yai et al. (1997)[?], 円山ら (2001)[?])

Daganzo and Sheffi (1977) [?] は旅行者が持つリンクの知覚旅行時間が正規分布に従うと仮定している。

$$T_a = N(t_a, \beta t_a) \quad (4.19)$$

$$C_k^{rs} = \sum_a T_a \delta_{a,k}^{rs} \quad (4.20)$$

ここで、 T_a はリンク a の旅行者の知覚旅行時間、 t_a はリンク a の知覚旅行時間の期待値、 β は知覚旅行時間の分散パラメータ、 C_k^{rs} は OD ペア rs 間の経路 k の知覚旅行時間、 $\delta_{a,k}^{rs}$ はリンク a が OD ペア rs 間の経路 k に含まれるかどうかを表す指示変数である。

OD ペア rs の交通量は、乱数発生サンプリングにより得られた経路へ全て配分される。経路の抽出を複数回繰り返すことにより、各試行回において配分される交通量が求まり、各リンクに配分される交通量は各試行回で配分された交通量を平均することにより求まる。 l 回サンプリングを終えた時点でリンク a の配分交通量 $x_a^{(l)}$ は、 l 回目のサンプリングによりリンク a に配分された交通量 $X_a^{(l)}$ を用いて、以下のように表される。

$$x_a^l = \frac{(l-1)x_a^{l-1} + X_a^l}{l} \quad (4.21)$$

プロビット配分モデルはモンテカルロ法による方法以外にも、Maher and Hughes (1997)[?] が内挿法近似による効率解法を提案している。

ランダムウォーク

経路選択枝の確率的な抽出方法として、Frejinger et al. (2009)[?] は重み付きのランダムウォークにより、ネットワーク上で起点ノードから終点ノードに至るまでの経路を抽出する方法を提案している。経路はネットワーク上のノードごとに確率的に次のリンクを選択する方法により生成され、起点を出発点として終点に到達するまで、乱数発生による確率的なリンクの選択を繰り返す。経路は、リンクの選択確率は迂回度を用いた重みによって抽出される。

ネットワーク上での起点ノードを r から終点ノード s までの経路のサンプリングアルゴリズムを以下に示す。なお、 $SP(i, j)$ はノード i からノード j までの最短経路、 c_l はリンク l のコスト、 ϵ_i はノード i を起点とするリンクの集合である。

ステップ1 初期化

現在のリンク i を r とする。

ステップ2 リンクの相対的迂回度の計算

ノード i を起点とするリンク $l = (i, j) \in \epsilon_i$ について、相対的迂回度 x_l を以下の式で計算する。

$$x_l = \frac{SP(i, s)}{c_l + SP(j, s)} \quad (4.22)$$

ステップ3 リンクの重みの計算

ノード i を起点とするリンク $l = (i, j) \in \epsilon_i$ について、重み $\omega(l|b_1, b_2)$ を以下の式で計算する。ただし、 b_1 と b_2 はパラメータである。

$$\omega(l|b_1, b_2) = 1 - (1 - x_l^{b_1})^{b_2} \quad (4.23)$$

ステップ4 リンクを選択確率の計算

ノード i を起点とするリンク $l = (i, j) \in \epsilon_i$ について、選択確率 $q(l|\epsilon_i, b_1, b_2)$ を以下の式で計算し、乱数発生により確率的にリンクを選択する。選択されたリンク $l = (i, j)$ について、 $i = j$ とする。

$$q(l|\epsilon_i, b_1, b_2) = \frac{\omega(l|b_1, b_2)}{\sum_{m \in \epsilon_i} \omega(m|b_1, b_2)} \quad (4.24)$$

ステップ5 経路の生成

ステップ2～ステップ4を $i = s$ となるまで繰り返し計算し、経路を生成する。

経路の一部置換による代替選択枝生成

Flotterod and Bierlaire (2013)[?] は、ネットワーク上での起終点間の経路列挙について、最短経路の一部をメトロポリス・ヘイスティングス法 (MH法) を用いて確率的に置換することで抽出する方法を提案している。図 4.11 に MH 法による代替選択枝生成の概念図を示す。MH 法による経路抽出では、最短経路上でノードを 3 点ランダムに選択し、起点から順に 3 点並べたときに中間となるノードを確率的に他のノードに置き換え、各点を結ぶ最短経路を結合させた経路が生成される。生成経路は重複区間や周回を持つ場合は代替経路の候補を満たさない。生成された経路に対しては選択確率が定義され、選択確率に応じた採択率によって生成経路を採択するか棄却するかを決定する。

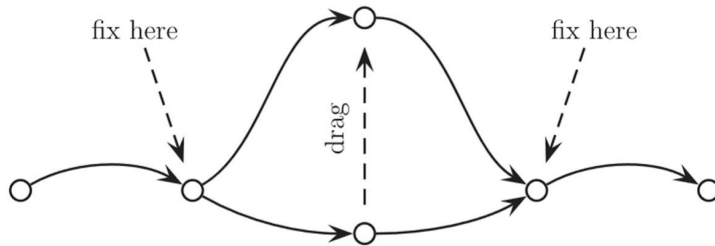


図 4.11 メトロポリス・ヘイスティングス法による代替選択枝生成の概念図 (Flotterod and Bierlaire (2013) より)

4.3.3 経路を明示しない方法

Dial アルゴリズム

ここでは、有効経路を考慮して明示的に経路を挙げずに交通量を配分する方法を扱う。現実の交通ネットワーク上で OD 交通量の配分を行う場合、想定される経路選択枝集合は膨大になり、全てを列挙することは困難である。経路を明示しない交通量の配分方法では、困難な経路の列挙を回避することができる利点がある。

経路の列挙を必要としない方法として、Dial (1971) によるロジット型経路選択を仮定した交通量配分が挙げられる。Dial (1971) はネットワーク上で交通量の配分の対象となる経路集合を *efficient paths* と呼び、*efficient paths* に交通量を配分するアルゴリズムを提案している。

マルコフ連鎖

経路を限定的に明示しない方法として、通行するノード或いはリンクを確率過程として捉えたマルコフ連鎖による記述アプローチがある。交通量の流れを巨視的にマルコフ連鎖と考えて定式化したモデルが佐佐木のマルコフモデルである。マルコフモデルでは、交通流は交差点で確率的に方向を変えて次の交差点へ向かうように観察する。対象とする交通の経路はノードまたはリンクの遷移確率に従って表され、各時点で逐次的に選択を行っていることを仮定してモデル化される。佐佐木 (1965)[?] は自動車の交通流に、佐佐木・

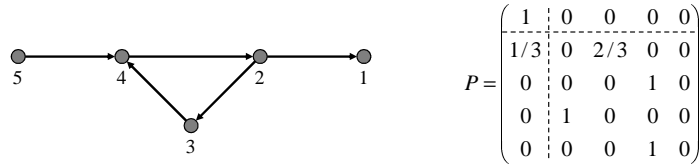


図 4.12 マルコフ連鎖による推移確率設定例

松井 (1968)[?] は歩行者の流動にそれぞれマルコフ連鎖を用いてモデルを提案している。

ネットワーク上での経路選択行動にマルコフ連鎖を仮定したときの推移確率設定例を図 4.12 に示す。推移確率行列 P の i 行 j 列の要素を $p(i, j)$ と表すと、 $p(i, j)$ はノード i からノード j への推移確率とする。例えば、2 行目 3 列目の $2/3$ は、現在ノード 2 にいるとき次のノードがノード 3 となる確率が $2/3$ であることを表している。ここでマルコフ連鎖の推移確率行列を満たすべき条件として、全ての i, j において $p(i, j) \geq 0$ 、 $\sum_j p(i, j) = 1$ である。

マルコフ連鎖での推移状態を吸収源、発生源、過渡状態の 3 つに分類する。吸収源は交通流が吸収される状態であり、経路の終点となり、推移確率行列では $p(i, i) = 1$ となる状態 i である。図 4.12 の例では、ノード 1 が該当する。発生源は交通流が発生する起点となる状態であり、全ての i について $p(i, j) = 1$ となる状態 j である。図 4.12 の例では、ノード 5 が該当する。交通流の発生も吸収も起こらない状態は過渡状態である。図 4.12 の例では、ノード 2, 3, 4 が該当する。

発生源、吸収源の個数をともに r 、過渡状態の個数を m とすると、吸収マルコフ連鎖モデルにおける推移確率行列は以下のような配置により定義されることとする。

$$P = \begin{pmatrix} \overbrace{\begin{matrix} I & 0 & 0 \end{matrix}}^{r \text{ 吸収源}} \\ \overbrace{\begin{matrix} 0 & 0 & Q_1 \end{matrix}}^{r \text{ 発生源}} \\ \overbrace{\begin{matrix} R & 0 & Q_2 \end{matrix}}^{m \text{ 過渡状態}} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

I は $r \times r$ の単位行列、 Q_1 、 Q_2 はそれぞれ $r \times m$ 、 $m \times m$ の過渡状態への遷移確率を表す行列、 R は $m \times r$ の過渡状態から吸収源への遷移確率を表す行列である。マルコフ性の仮定から、各行の行和は 1 となる必要がある。

吸収マルコフ連鎖では状態間の遷移が連鎖的に繰り返され、 Q_2 は 1 回のステップでの過渡状態間の遷移確率を表す。考慮する経路において周回経路を含むことを許すとき、現在の状態から無限回までの遷移状態を経た状態を考慮した遷移確率の合計は、行列計算より以下の式で表すことができる。

$$I + Q_2 + Q_2^2 + \dots = (I - Q_2)^{-1} \quad (4.26)$$

これを吸収マルコフ連鎖の基本行列と呼ぶ。ここで各発生源で発生する交通量を行ベクトルで、

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_r) \quad (4.27)$$

と表し、各過渡状態を通過する交通量を行ベクトルで、

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (4.28)$$

表すとすると、通過交通量 X はネットワーク内で発生した車両がいずれかの吸収源に吸収されるまでに、各過渡状態を通過した回数として定義することができる、以下のように表される。

$$X = UQ_1(I - Q_2)^{-1} \quad (4.29)$$

図 4.13 にネットワーク上での周回経路の例を示す。

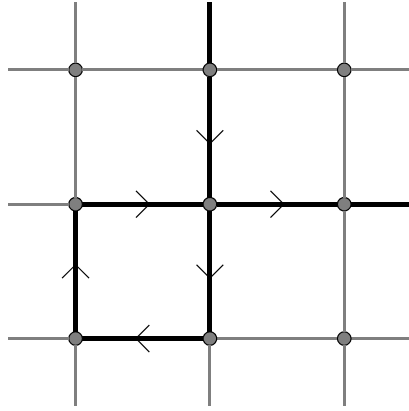


図 4.13 周回経路の例

4.3.4 歩行者の経路探索モデル

空間を 2 次元平面として捉えたとき、移動可能な経路集合は無数に存在する。本項では歩行者の経路探索モデルとして、障害物や他者の影響を受けて微視的な 2 次元平面上の OD を動く歩行者の挙動を記述するための方法を紹介する。

歩行者の経路探索モデルは、主に混雑状況下における群集行動や避難行動の再現に用いられ、様々な分析手法がとられてきた。交通分野では交差点や駅構内の群衆流において適用事例が見られる。(※参考文献) こうした手法は微視的な空間設計における直接的なインプリケーションを得られる面でも注目を集めている。

本項では、各歩行者をエージェントベースで捉え、各時点で次の一步を予測することで全体としての歩行者の経路・フローを再現し、予測するモデルを紹介する。中でも、ニュートンの運動方程式を援用した力学的モデル、セル・オートマトン法を用いたモデル、ポテンシャル関数を導入したモデル、離散選択モデルが代表的である。さらに近年では、歩行者同士の譲歩・回避行動に着目し、ゲーム理論を援用したモデルなども見られる。

(a) Social Force モデル

Social Force モデルは物理法則を基にした力学的モデルである。各歩行者を物体とみなし、設定した運動方程式を解くことによって得られる加速度ベクトルから次の時刻における歩行者の位置を実座標上で表現する。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\alpha(t) = & \mathbf{F}_\alpha^0(v_\alpha, v_\alpha^0 e_\alpha) + \sigma_\beta \mathbf{F}_\alpha \beta(e_\alpha, r_\alpha - r_\beta) \\ & + \sigma_\beta \mathbf{F}_\alpha \beta(e_\alpha, r_\alpha - r_\beta^\alpha) + \sigma_i \mathbf{F}_\alpha i(e_\alpha, r_\alpha - r_i) \end{aligned} \quad (4.30)$$

次の時点における進行方向と速度を決めるベクトルは、式 4.30 によって求められる。右辺第 1 項は目的地指向性を表すベクトル、第 2 項は他の歩行者からの反発ベクトル、第 3 項は障害物から受ける反発ベクトル、そして第 4 項は同行者や魅力的なものの吸引ベクトルを示し、これらの足しあわせによって次時点までの加速度ベクトルを決定する。計算のステップを以下に示す。

ステップ 1

式 4.30 に基づき、周囲の状況から受ける力（加速度ベクトル）を計算。

ステップ 2

算出した加速度ベクトルから現在の速度、進行方向を更新。

ステップ 3

速度ベクトルと離散化された時間ステップ幅 Δt から、現在地を更新。

ステップ 4

ステップ 1~3 をすべての歩行者に対して行なう。

Social Force モデルの概念を図 4.14 に示す。歩行者は他者や障害物（壁）から反発ベクトルを受けてそこから遠ざかるように動く一方、目的地に向かおうとする力が働く。これらのベクトルの総和から次時点の進行方向、速度が求められ、現在地が逐次的に更新されていく。

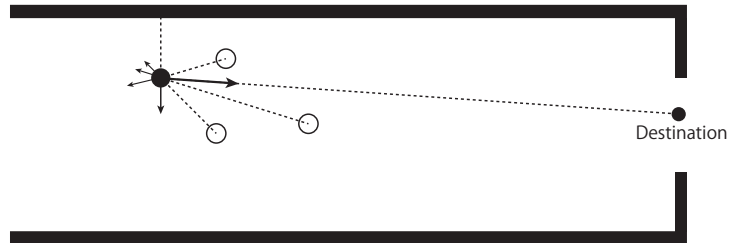


図 4.14 Social Force モデル

(b) セル・オートマトン法

セル・オートマトン法は空間を均一なセル状に分割し、歩行者がセル間を推移すると仮定して歩行者の挙動を表現するモデルである。各セルには歩行者密度や障害物の存在といった時刻ごとに更新される状態量が与えられる。歩行者はセルの状態量に基づく遷移ルールに従い、隣接セル間を遷移する。遷移ルールの違いによってさまざまなモデル考案されており、前歩行者の速度を一定としてセル間を移動させるもの、移動先のそれぞれのセルに進む確率が現在速度に基づくとしたもの (Schadscheider, 2002) など、研究に多くの蓄積が存在する。以下、セル・オートマトン法を用いた歩行者モデルの移動先決定のステップを示す。

ステップ 1

隣接するセル (フォン・ノイマン近傍, ムーア近傍など) について、歩行者密度、障害物の存在といった情報から各セルの状態量を計算。

ステップ 2

隣接セルの状態量をもとに、あらかじめ設定された遷移ルールに基づいて移動先を決定。

ステップ 3

現在地（移動先のセル），およびセルの状態量を更新．

ステップ 4

ステップ 1~3 をすべての歩行者に対して行なう．

図 4.15 にセル・オートマトン法を用いた場合の概念図を示す．空間はセル状に離散化され，個人は遷移ルールに従って隣接するセルのいずれかに移動する．

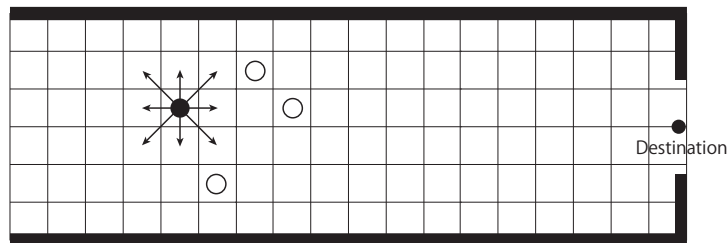


図 4.15 セル・オートマトンモデル

セル・オートマトン法はモデル自体がシンプルで理解しやすく，かつ動的な歩行者の挙動を少ない時間で計算可能にする点で優れている．一方で，セル上の動きに簡素化されて状態量の変化や歩行者の軌跡が自然な形で表現出来ない点や，セルの大きさによってモデルの精度，評価が左右されるという欠点もある．

(c) ポテンシャル関数

ポテンシャル関数を用いたモデルは，2次元上の空間に対して障害物や他の歩行者などの影響による経路コスト（ポテンシャル）を設定することで，ほぼ無限に存在する経路選択肢の中からコストを最小とするように移動軌跡を

決定するモデルである。歩行者は選択された経路にしたがって次時点の現在位置を更新する。

ステップ 1

歩行者が移動する空間を離散化し、それぞれについて障害物や他の歩行者などの影響からポテンシャルを計算。

ステップ 2

計算したポテンシャルに従い、目的地までのコストが最小になるような経路が決定される。

ステップ 3

決定した経路に従い、次時点の現在地を更新。

ステップ 4

ステップ 1~3 をすべての歩行者に対して行なう。

図 4.15 にポテンシャル関数を用いた場合の概念図を示す。現在地から目的地までの経路が、障害物や他の歩行者によって形成される不効用のポテンシャルによって一意に決定される。

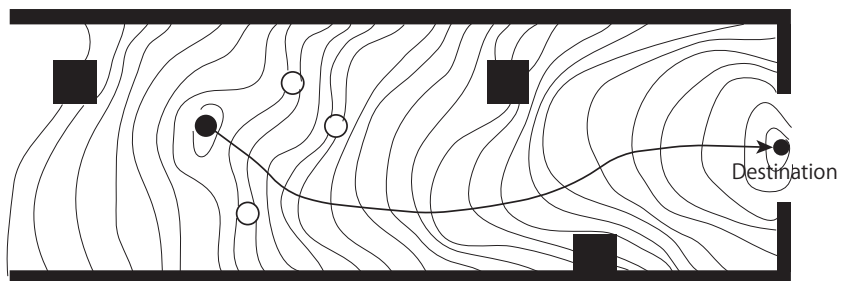


図 4.16 ポテンシャル関数

(d) 離散選択モデル

離散選択モデルは、個人が確率的意思決定に基づき、最も効用の高い選択肢（次時点の移動先）を選択すると仮定したモデルである。選択肢集合は現時点の歩行者の進行方向・速度をもとにした歩行平面上を離散的に分割したものである。Antonini(2006)は歩行平面を進行方向を軸にした 170° の扇型として設定し、11の角度、3の速度（加速/速度保持/原則）からなる33の選択肢を考えている。単純な歩行傾向を示す方向維持性、目的地指向性、速度維持性に加え、他の歩行者の影響も考慮して効用関数を設定することで、混雑状況下の挙動も再現した。離散選択モデルでは、各選択肢の効用は以下の式で表される。

$$U_{ni} = V_{ni} + \epsilon_{ni} \quad (4.31)$$

$$V_{ni} = \sum_k \beta_{ni,k} X_{ni,k} \quad (4.32)$$

ここで $X_{ni,k}$ は個人 n の選択肢 i に対する k 番目の説明変数を差し、 $\beta_{ni,k}$ はそのパラメータを表す。説明変数は目的地との距離や目的地方向角度、障害物や他者との距離、希望速度と現在速度の比など、評価したい内容や目的に応じて設定される。離散選択モデルを用いた移動経路予測における計算ステップは以下のようなになる。

ステップ0

式4.31, 4.32に基づく離散選択モデルから、パラメータベクトル β を推定。

ステップ1

現在の進行方向、速度をもとに扇型の歩行平面（選択肢集合）を作成。

ステップ2

ステップ0で算出したパラメータ β と説明変数を用いて各選択肢の効用を計算し、最も効用の高い選択肢（速度、角度）を決定。

ステップ 3

選択された速度ベクトルに基づき、現在地を更新.

ステップ 4

ステップ 1~3 をすべての歩行者に対して行なう.

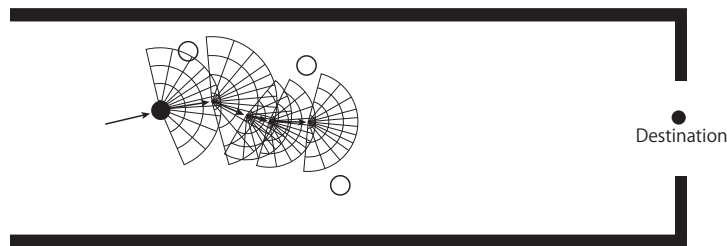


図 4.17 離散選択モデル

(e) 相互作用を考慮した歩行者経路探索

従来の歩行者行動分析の多くは、意思決定者は他者の行動と独立して行動選択しているとする仮説に基づいていた。しかし現実には、意思決定者が他者の選択する行動を考慮していると考えられる。そこで、意思決定者の行動と他者の行動が相互に依存する状況を主たる分析対象とするゲーム理論を援用したモデルについて説明する。交通主体同士のやり取りは、行動内容を事前に協議しない非協力ゲーム状況下での意思決定だと推測できる。

Draganska(2008)[5] は、表に示すような利得行列を持つ非協力 2 人ゲームを定式化した。プレイヤー (a_1, a_2) は期待利得を考慮した後に 2 つの選択肢 (0: 市場参入しない, 1: 市場参入する) から 1 つの行動を選択する。

表-4.2 から、プレイヤー i ($i=1,2$) が市場参入する ($a_i=1$) 確率は、以下の式で表される。

表 4.2 Draganska の利得行列

	$a_2 = 0$	$a_2 = 1$
$a_1 = 0$	(Π_{00}^1, Π_{00}^2)	$(\Pi_{00}^1, \Pi_{00}^2 + \Delta_{01}^2)$
$a_1 = 1$	$(\Pi_{00}^1 + \Delta_{10}^1, \Pi_{00}^2)$	$(\Pi_{00}^1 + \Delta_{10}^1 + \Delta_{11}^1), (\Pi_{00}^2 + \Delta_{01}^2 + \Delta_{11}^2)$

$$P(a_1 = 1) = P(\Delta_{10}^1 + P(a_2 = 1)\Delta_{11}^1 + \epsilon_1 \geq 0) \quad (4.33)$$

$$P(a_2 = 1) = P(\Delta_{01}^2 + P(a_1 = 1)\Delta_{11}^2 + \epsilon_2 \geq 0) \quad (4.34)$$

上式においては一方のプレーヤーのパラメータを変化させると相手のプレーヤーの確率項も変化するため、両者のパラメータを同時に推定する必要がある。そこでゲームの結果に観測させたプレーヤー i の選択行動の組み合わせを $Y_i (= \mathbf{0}, \mathbf{1})$ とすると、最大化する尤度関数 L は以下の式で表される。

$$L = \prod_{i \in \{1, 2\}} P(a_i = 1)^{Y_i} (1 - P(a_i = 1))^{1 - Y_i} \quad (4.35)$$

北川 (2009)[6] は歩行者と自動車 that 交錯する空間において、意思決定に相互依存性が存在する場合のモデルを定式化した。相互作用行動の分析を目的として、歩行者と自動車の選択行動の組み合わせに着目し、ゲーム的視点から出現頻度や戦略行動の推移を分析している。2つのプレーヤー (歩行者, 自動車) はそれぞれ2つの選択肢 (非減速, 減速) を持つと仮定する。意思決定に相互依存が生じる相互作用モデルの効用関数の確定項は、以下の様に定式化される。ここでは簡略化のため、意思決定者が歩行者 (ped) であり、相手プレーヤーが自動車 (car) である状況のみ記述する。

$$I_{v, dec}(V_{S_{ped}}^{ped} + \lambda_{ped}^{notdec} P_{car}(notdec) + \lambda_{ped}^{dec} P_{car}(dec)) \quad (4.36)$$

ここで、 $I_{v, dec}$ は歩行者の減速の選択肢に対してのみ1となる指示関数である。 $v_{S_{ped}}^{ped}$ は歩行者が速度 $S_{ped} \in (notdec, dec)$ を選択した場合に得られる独立項であり、ゲームの結果に得られる利得は自動車の選択行動とは独立している。また λ_{ped}^{dec} , λ_{ped}^{notdec} は自動車の選択確率に依存する効用のパラメータであり、 $P_{car}(dec)$, $P_{car}(notdec)$ はそれぞれ自動車が非減速, 減速を選択する確率を表す。上式で定式化された他者の影響を表す項を用いると、相互作用モデルのペイオフマトリクスは以下の表の様に表される。

このとき、歩行者の行動選択確率は以下の様に定式化される。

表 4.3 利得行列

		自動車	
		非減速 (not dec)	減速 (dec)
歩行者	非減速 (not dec)	V_{notdec}^{ped}	V_{notdec}^{ped}
	減速 (dec)	$V_{dec}^{ped} + \lambda_{ped}^{notdec}$	$V_{dec}^{ped} + \lambda_{ped}^{dec}$

$$P_{ped}(notdec) = P(V_{notdec}^{ped} \geq V_{dec}^{ped} + \lambda_{ped}^{notdec} P_{car}(notdec) + \lambda_{ped}^{dec} P_{car}(dec))$$

$$P_{ped}(dec) = P(V_{notdec}^{ped} \leq V_{dec}^{ped} + \lambda_{ped}^{notdec} P_{car}(notdec) + \lambda_{ped}^{dec} P_{car}(dec)) \quad (4.38)$$

ここでは、行動ゲーム理論の歩行者 2 次元空間への適用を考える。行動ゲーム理論とは限定合理性の中での行動を解明する理論であり、時間の流れを考慮しない静学的ゲームと、過去の結果から学習を行う動的ゲームに分類される。前者の交通挙動への適用に関しては、Kita(1999)[7] に詳しい。また、後者に関して、北川(2009)[6] は複数の自動車が存在する空間において、歩行者が最も衝突の危険性が高い自動車(相手プレイヤー)を選定し、1対1の繰り返しゲームを行うと仮定して、動的ゲームの定式化を行った。

一般にゲーム的状况における意思決定を表現する要素として、(1) プレーヤーの集合、(2) 選択肢集合、(3) 利得関数が挙げられる。歩行者行動の分析において、特に複数の歩行者が相互に衝突を回避する場面では、特定のゲームが繰り返し実施される「動的ゲーム」の意思決定方策が考えられる。このとき、上記 3 つのゲーム要素に加え、プレイヤーが過去の両者の選択行動を踏まえた「学習プロセス」の特定が重要な要素となる。学習プロセスには様々なタイプが提案されている。

強化学習

強化学習は、プレイヤーが様々な戦略を試し、得られた結果が良かった戦略を高い確率で選択するよう行動を変容させる学習過程である。強化学習が他の学習則と異なる特徴は、正しい行動を学ぶことなく取った行動を評価することで、学習を行う点である。学習ルールは式(4.39)に与えられる(Harley(1981)ito-harley1981, Roth and Erev(1995)ito-roth1995)。

$$R_j^i(t) = \phi R_j^i(t-1) + I(S_i^j, S_i(t)) \pi_i(S_i^j, S_{-i}(t)) \quad (4.39)$$

ここで、 $R_j^i(t)$ はプレイヤー i の t 期における戦略 j の強化、 S_i^j はプレイヤー i の選択 j 、 $I(S_i^j, S_i(t))$ は t 期の戦略結果の指示関数であり、プレー

ヤー i が戦略 j を選択したときに 1 となり、選択しなかった戦略に対しては効用が得られず 0 となる. $\pi_i(S_i^j, S_{-i}(t))$ は t 期にプレーヤー i が戦略 j によって得た利得である. ϕ は、過去に経験した強化の割引率である. パラメータとして、プレーヤー i の戦略 j に対する初期強化 $R_i^j(0)$ を定める必要がある.

信念学習

信念学習は、プレーヤーが経験的に他者の選択行動を予測し、それに対する自分の期待利得が最大となるような戦略を選ぶ学習過程である. 強化学習では自身の過去の戦略結果を参照したのに対し、信念学習では相手の過去の戦略結果から学習を行う. 学習ルールは式 (4.40)~(4.42) に与えられる (Fudenberg and Levine(1995)[10]).

$$N(t) = \rho N(t-1) + 1 \quad (4.40)$$

$$B_{-i}^k(t) = \frac{\rho N_{-1}^k(t-1) + I(S_{-i}^k, S_{-i}(t))}{N(t)} \quad (4.41)$$

$$E_i^j(t) = \sum_{k=1}^{m-i} \pi(S_i^j, S_{-i}^k) B_{-i}^k(t) \quad (4.42)$$

ここで、 $N(t)$ は i が t 期に持つ、相手の行動に対するゲームの経験数、 $B_{-i}^k(t)$ は i が t 期に持つ“相手が戦略 k を選択する”確信の確率、 $E_i^j(t)$ は i が t 期に戦略 j を選択する期待効用を表す. パラメータとして、 i が持つ“相手が戦略 k を選択する”初期確率と経験数 $B_{-i}^k(0)$ 、 $N(0)$ ならびに過去に経験した強化の割引率 ρ を与える必要がある.

EWA 学習

Camerer and Ho(1999)[11] は、強化学習と信念学習を統合した EWA 学習を提案している. t 期において、プレーヤー i の戦略 j に対する選好 (効用) $A(t)$ は、式 (4.43)~(4.45) で表される.

$$A_j^i(t) = \phi \frac{N(t-1)}{N(t)} A_i^j(t-1) + \frac{|\delta + (1-\delta)I(S_i^j, S_i^j(t))| \pi(S_i, S_{-i})}{N(t)} \quad (4.43)$$

$$\pi(S_i, S_{-i}) = \beta_0 + \sum_{m=1}^M \beta_m x_m(S_i^j, S_i^j(t)) \quad (4.44)$$

$$P_i^j(t+1) = \frac{\exp(A_i^j(t))}{\sum_k \exp(A_k^j(t))} \quad (4.45)$$

$\pi(S_i, S_{-i})$ は信念学習で得られる効用を表す。これは強化学習で得られる効用と異なり、実際には選択されることがなかったが、相手プレイヤーが選択した戦略に対して得られたであろう利得も含む。 $\delta (\delta \in (0, 1))$ は学習種別を表すパラメータである。 $\delta = 0$ ならば学習プロセスが強化学習であることを表し、相手プレイヤーが選択した行動を考慮せず、自身が実際に選んだ戦略と得られた利得のみに依存する学習プロセスであることを表す。一方 $\delta = 1$ ならば信念学習であることを表し、相手プレイヤーが多く選択した行動に対する期待効用が高い戦略を選択するような学習プロセスを記述する。

また $A(t)$ を用いて、 $t+1$ 期における各戦略の選択確率 P_j^i をロジット選択確率により算出する。この EWA モデルの援用によって意思決定の合理性を仮定し、利得関数 $\pi(S_i, S_{-i})$ に内生される説明変数 $x(S_i, S_{-i})$ のパラメータ β_0, β_m と学習プロセス ρ, ϕ, δ を最尤推定法により同時に推定する。例えば北川 (2009) では、歩行者と自動車 that 交錯する空間において、歩行者、自動車の選択肢集合を $S_i = (\text{減速}, \text{一定}, \text{加速})$ ($i = \text{ped, car}$) と設定している。

参考文献

- [1] Helbing, D., Molnar, P.: Social force model for pedestrian dynamics, Physical Review E, Vol.51, No.5, pp.4282-4286, 1995.
- [2] Antonini, G., Bierlaire, M., Weber, M.: Discrete choice models of pedestrian walking behavior, Transportation Research Part B, Vol.40 No.8, pp.667-687, 2006.

- [3] Hoogendoorn, S.P., Bovy, P.H.L.: Pedestrian route-choice and activity scheduling theory and models, *Transportation Research Part B*, Vol.38, No.2, pp.169-190, 2004.
- [4] Blue, V.J., Adler, J.L.: Cellular automata microsimulation for modeling bi-directional pedestrian walkways, *Transportation Research Part B*, Vol.35, No.3, pp.293-312, 2001.
- [5] M.Draganska, S.Misra, V.Aguirregabiria, P.Bajari, L.Einav, P.Ellickson, D.Horsky, S.Narayanan, Y.Orhun, P.Reiss, K.Seim, V.Singh, R.Thomadsen, T.Zhu: Discrete choice models of firms' strategic decisions, *Marketing Letters*, 19(3-4), pp.399-416, 2008.
- [6] 北川直樹:移動空間の更新に伴う歩行者と自動車の相互規範の変化, 東京大学大学院工学系研究科都市工学専攻修士論文,2009.
- [7] H.Kita:A Merging-Giveway Interaction Model of Cars in a Merging Section:A Game Theoretic Analysis,*Transportation Research Part A*,Vol.33,No.314,pp.305-312,1999.
- [8] Harley, Calvin B.:Learning the evolutionarily stable strategy,*Journal of theoretical biology*,Vol.89,4,pp.611-633,1981.
- [9] Roth,Alvin E.,and Ido Erev:Learning in extensive-form games:Experimental data and simple dynamic models in the intermediate term,*Games and economic behavior*,Vol.8,1,pp.164-212,1995.
- [10] Fudenberg,Drew,and David K.Levine.:Consistency and cautious fictitious play,*Journal of Economic Dynamics and Control*Vol.19,5,pp.1065-1089,1995.
- [11] Camerer,Colin, and Teck Hua Ho: Experience - weighted Attraction Learning in Normal Form Games,*Econometrica*,Vol.67.4,pp.827-874,1999.

4.4 サンプリング理論/融合推定法

非集計行動モデルの推定においては、調査方法やデータに由来するバイアスが存在し、複数時点のデータからなるパネルデータを扱う場合や、異なる調査方法のデータを融合的に扱う場合はバイアスの考慮が必要となる。また、行動原理は実現選択肢ごとのサンプルや、外生的な属性により異なることが想定され、行動モデルで仮定する確率的な誤差項について、要因ごとに分離することや、選択肢間での相互依存を考慮することで、現象の理解に迫ることができるようになっている。本項ではデータごとのバイアスや特性を取り扱う手法を説明する。

消耗バイアス

交通調査において、同一個人を対象として長期間にわたり繰り返しデータを取得する調査がパネル調査と呼ばれる。パネル調査では、調査期間の途中

における参加の脱落が発生し、参加の脱落が交通行動と相関を持つことがある。調査参加の脱落による系統的なバイアスを消耗バイアス (attrition bias) と呼ぶ。消耗バイアスはデータの標本抽出において、選択性バイアスと同様の問題として捉えることができる。

4.4.1 系統的バイアスを補正する推定量

内生変数である選択結果に基づく標本抽出データを用いたモデル推定においては、標本抽出のバイアスを補正する推定量の選択が必要となる。離散選択モデルにおいて、無作為抽出のときの最尤法の最尤推定量である尤度は次のようになる。

$$\prod_{i=1}^n P(j_i | x_i, \theta) \quad (4.46)$$

$P(j | x, \beta)$: 外生変数が x のとき選択結果が j である確率

β : モデルのパラメータ

内生的な選択性バイアスを持つデータに対してモデル推定を行うとき、いくつかの推定量が提案されている。WESML (weighted exogenous sample maximum likelihood) 推定量は Manski and Lerman (1977) により提案された推定量であり、漸近正規性と一致性を有することが Cosslett (1981) により示されている。抽出率が既知のときに有効で、標本内比率と母集団内比率の比で重み付けする方法である。推定量は対数尤度として以下のように表される。

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \hat{\omega}(j_i) \ln P(j_i | x_i, \theta) \quad (4.47)$$

$$\hat{\omega}(j_i) = \frac{H(j_i)}{Q(j_i | \theta)} \quad (4.48)$$

$H(x)$: 標本の中で選択結果が j である確率

$Q(x)$: 母集団の中で選択結果が j である確率

$P(j | x, \beta)$: 外生変数が x のとき選択結果が j である確率

$\omega(j_i)$ は標本抽出に伴う重み付けである。このとき、分散共分散行列の推定量は、

$$\Sigma = \frac{1}{N} \Omega^{-1} \Lambda \Omega^{-1} \quad (4.49)$$

となり、

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left[\frac{\partial \ln P(j_i | x_i, \theta)}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial \ln P(j_i | x_i, \theta)}{\partial \theta'} \right] \right\} \quad (4.50)$$

$$\hat{\Lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \hat{\omega}(j_i) \left[\frac{\partial \ln P(j_i | x_i, \theta)}{\partial \theta} \right] \left[\frac{\partial \ln P(j_i | x_i, \theta)}{\partial \theta'} \right] \right\} \quad (4.51)$$

を適用する。推定では、上記の推定量を最大化する θ を母集団に対するパラメータの最尤推定値とする。

CML(conditional maximum likelihood) は Manski and McFadden (1981) により提案された推定量であり、外生変数・モデルが与えられた時の条件付尤度を最大化する方法である。

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \frac{H(j_i)}{Q(j_i | \theta)} \ln P(j_i | x_i) - \ln \sum_{j=1}^C \frac{H(j_i)}{Q(j_i | \theta)} \ln P(j_i | x_i) \quad (4.52)$$

選択肢別標本抽出データを用いた推定として、森地・屋井 (1984) の交通手段選択モデルにおける WESML 推定量と CML 推定量の比較や、北村ら (2001) の京都観光調査による自動車利用二項ロジットモデルで、入浴地点・来訪地・宿泊施設別の多次元の標本抽出に適用した例、また Bierlaire et al. (2008) の GEV モデルに対して一貫性を持つ推定量として拡張してネスト構造での選択モデルに適用した例などが存在する。

4.4.2 複数データの融合推定法

複数のデータを用いてモデル推定を行う例として、RP(Revealed Preference) データと SP(Stated Preference) データの同時推定がある。SP 調査は

仮定の状況下での選好意思を観測する調査であり、現存しない交通サービスの需要分析や、新規の施策の検討などに用いられる。実際の行動結果を観測した RP データと異なり、SP データでは仮定の状況や選択肢集合を自由に設定できることから、調査の操作性が高い。一方で、仮定状況下での意思決定であり実際に行われるであろう行動と異なる観測結果が出ることや、選択肢の属性値が明示的に示されるために測定誤差が存在しないことなど、選好の顕在化が異なる。SP データと RP データの持つバイアスの修正方法として、森川・山田 (1993) m p RP/SP 同時推定モデルがある。森川・山田 (1993) は、RP データと SP データを融合した MNL モデルの推定において、誤差項のスケールを統一するスケールパラメータを導入する手法を提案している。

RP データと SP データの双方について、それぞれ効用関数は設定される。個人 n の選択肢 i に対する効用関数は、以下のように表される。

$$U_{in}^{RP} = \beta X_{in}^{RP} + \alpha W_{in}^{RP} + \epsilon_{in}^{RP} = V_{in}^{RP} + \epsilon_{in}^{RP} \quad (i = 1, \dots, J_n^{RP}, n = 1, \dots, N^{RP}) \quad (4.53)$$

$$U_{in}^{SP} = \beta X_{in}^{SP} + \gamma Z_{in}^{SP} + \epsilon_{in}^{SP} = V_{in}^{SP} + \epsilon_{in}^{SP} \quad (i = 1, \dots, J_n^{SP}, n = 1, \dots, N^{SP}) \quad (4.54)$$

ここで、 α, β, γ は未知のパラメータベクトル、 X は RP モデルと SP モデルで共通のパラメータを持つ説明変数ベクトル、 Y は RP モデル固有のパラメータを持つ説明変数ベクトル、 Z は SP モデル固有のパラメータを持つ説明変数ベクトル、 J_n は個人 n の選択肢集合に含まれる選択肢数、 N はデータの観測数である。また、RP モデルと SP モデルの誤差項の分散の関係は、全ての個人 n 及び選択肢 i について以下の式で表す。

$$\text{Var}(\epsilon_{in}^{RP}) = \mu^2 \text{Var}(\epsilon_{in}^{SP}) \quad (4.55)$$

パラメータの推定では、まず RP モデルと SP モデルのそれぞれの対数尤度関数を求める。

$$\ln L^{RP}(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^{N^{RP}} \sum_{i=1}^{J_n^{RP}} d_{in}^{RP} \ln P_n^{RP}(i) \quad (4.56)$$

$$\ln L^{RP}(\beta, \gamma, \mu) = \sum_{n=1}^{N^{SP}} \sum_{i=1}^{J_n^{SP}} d_{in}^{SP} \ln P_n^{SP}(i) \quad (4.57)$$

ここで、RPモデルとSPモデルの確率項が独立で、相互依存性を持たないならば、それぞれの対数尤度関数の足し合わせによって一致性と漸近性を持つパラメータ推定量を求めることができる。

$$\ln L^{RP+SP}(\alpha, \beta, \gamma, \mu) = \ln L^{RP}(\alpha, \beta) + \ln L^{RP}(\beta, \gamma, \mu) \quad (4.58)$$

4.4.3 Mixed Logit モデル

Mixed Logit モデルは、(i) で前述したとおり、プロビットモデルに代表される正規分布を誤差項に仮定したモデルと、MNLモデルに代表されるガンベル分布を誤差項に仮定したモデルを組み合わせたモデルである。MNLモデルを誤差項操作により、変数の系列相関や分散を表現できるように拡張したモデルであるといえる。

Mixed Logit モデルの特徴は、母集団に対してパラメータを、確率分布により期待値と分散を用いて扱うことにより、母集団内でのばらつきを表現できることである。選好や価値観のばらつきの表現は、個人内、個人間の変動を考慮したモデルに適用できる。例えば、パネルデータの分析では、時系列上での同一個人にたいしてモデルを適用することで、個人内のパラメータのばらつきを考慮できる。また、複数人の行動データへの適用では、個人間でのパラメータのばらつきを表現でき、誤差項の構造化や仕分けによって、個人間、個人内、世帯間、地域間など、変動をもたらす要因ごとに分散の大きさを考察することも可能となる。

モデル構造については、(i) で示しているため、ここでは計算例のみを示す。

ここでは行動データについて、交通手段選択モデルを例として推定する。行動データ、及び実選択行動に関しての代替選択肢のサービスレベルデータとして表 4.4 のデータが得られているとする。

個人 n の選択肢 i を選択したときの所要時間を $time_{in}$ 、料金を $cost_{in}$ として、効用関数を以下のように表す。

表 4.4 推定データ

ID	選択結果	所要時間 (徒歩)	所要時間 (鉄道)	費用 (鉄道)	所要時間 (自動車)	費用 (自動車)	...
1	自転車	3	5	400	6	700	...
2	自動車	45	30	400	10	150	...
3	徒歩	15	10	160	5	150	...
:	:	:	:	:	:	:	:

$$U_{in} = \beta_1 time_{in} + \beta_2 cost_{in} + \epsilon_{in} \quad (4.59)$$

パラメータベクトル β は、平均 $\bar{\beta}$ 、標準偏差 σ に従うとする。なお、簡単のため、変数間での誤差相関は考慮しない。分散共分散行列 Ω を用いて表現すると、以下のように表すことができる。

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

表 4.5 MXL モデル推定結果

	パラメータ	t 値
定数項 (鉄道)	1.672	6.27
定数項 (バス)	-0.358	-1.03
定数項 (自動車)	-0.203	-0.90
定数項 (自転車)	-0.573	-2.45
所要時間 [100 分] - 平均	-7.324	-9.46
所要時間 [100 分] - 標準偏差	2.658	6.86
料金 [100 円] - 平均	-0.093	-2.09
料金 [100 円] - 標準偏差	0.032	1.13
サンプル数	400	
初期尤度	-564.18	
最終尤度	-384.72	
修正済み尤度比	0.304	

推定では、各パラメータの期待値 $\bar{\beta}$ と標準偏差 σ 、及び各選択肢の定数項を推定する。

パラメータ推定を行った結果は表 4.5 に示す。推定結果から、所要時間や料金に関するパラメータの期待値と標準偏差が求められていることがわかる。符号も所要時間と料金ともに効用に関して負の影響を与えており、妥当といえる。

ここでこの結果から、母集団の時間価値の分布を所要時間のパラメータ値を料金のパラメータ値で除することで求める。MNL モデルでは時間価値は母集団について画一的に仮定が置かれるが、Mixed Logit モデルでは個人間のばらつきが求めることができる。得られた時間価値の分布を図で示すと、図 4.18 のようになる。

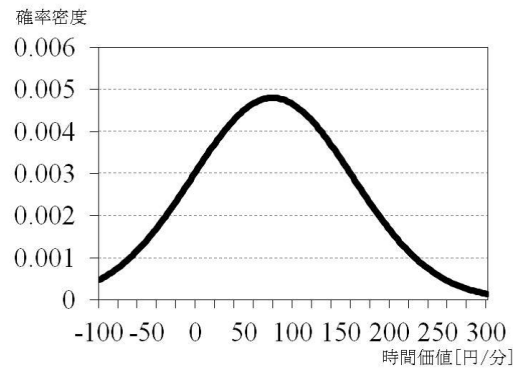


図 4.18 時間価値分布推定結果

推定データでは、時間価値の期待値は 78.8 円/分、標準偏差は 83.1 円/分となった。

プログラム例

プログラムのフローを図 4.19 に示す。

4.4.4 潜在クラスモデル

モデル概要

個人間の異質性を考慮したモデルとして、潜在クラスモデルによる分析が行われる。潜在クラスモデルは対象集団内で観測できない異質性があることを前提として、母集団を複数の集団（潜在クラスと呼ぶ）に分け、混合分布モデルとしてモデルの推定を行う手法である。集団内の個人の特徴ある嗜好を選択的に表すことができ、マーケティング等の分野で用いられてきた。

潜在クラスモデルでは、母集団内のクラスごとにパラメータが推定され、パラメータ値の違いによりクラス間の嗜好の異質性を示すことができることで

ある。交通行動においても、通勤通学時の行動と余暇時の行動では意思決定が異なることが想定でき、また就業者と非就業者も交通行動選択の嗜好は異なると考えることができよう。このような個人内や個人間での行動文脈の違いを明示的に示すことができることが特徴である。

モデルでは、通常モデルでは母集団に対して単一に推定されるパラメータを、クラスごとに推定することによって説明力を向上させることができる。一方で、モデルのクラス数を事前に決定する必要があるという恣意性があることや、クラスの数を増やすとモデルの構築や推定が困難になるという問題が存在する。

モデル構造

潜在クラスモデルでは個人 n が選択肢 i を選ぶ確率は以下のように表される。

$$P_n(i) = \sum_{s=1}^S P_n(i|s)Q_n(s) \quad (4.61)$$

ただし、 $P_n(i|s)$ はクラス s に属する個人 n が選択肢 i を選択する確率、 $Q_n(s)$ は個人 n が潜在クラス $s (s=1, \dots, S)$ に帰属する確率である。

潜在クラスへの帰属確率がロジット型の確率式で表されると仮定すると、個人 n の潜在クラスへの帰属確率 $Q_n(s)$ は個人属性を用いて表すことがで

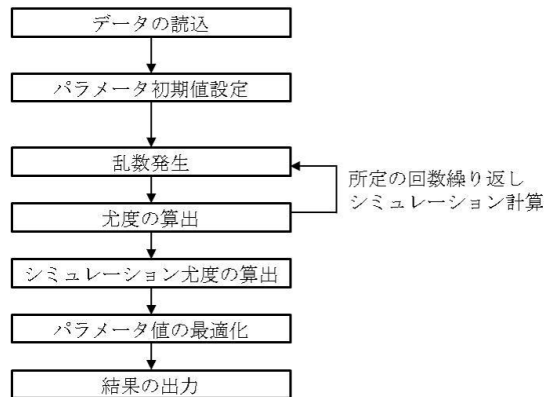


図 4.19 プログラムコードのフロー

きる。

$$Q_n(s) = \frac{\exp(\delta_s z_n)}{\sum_{s=1}^S \exp(\delta_s z_n)} \quad (4.62)$$

ここで、 δ_s はクラス s に関するメンバーシップパラメータベクトル、 z_n は個人 n の個人属性ベクトルである。

このとき、観測データに対する尤度関数は、対数尤度を用いて表す。

$$\ln L = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^S \delta_{ns} P_n(i|s) Q_n(s) \quad (4.63)$$

ここで、 δ_{ns} は個人 n がクラス s に属する時に 1 となる指示変数であるが、この変数は観測することができない。そこで、推定では EM アルゴリズムを用いて個人 n がクラス s に属する事後確率 w_{ns} を更新して推定する方法がとられる。事後確率はベイズの定理から以下のように計算される。

$$w_{ns} = \frac{Q_n(s) P_n(i|s)}{\sum_{s=1}^S Q_n(s) P_n(i|s)} \quad (4.64)$$

第5章

おわりに

都市計画や、都市交通計画のスタディを行う際、現場に出て、目の前の都市風景に目を向けることを重視しています。しかし同時に重要なのは、目の前の風景の背後にあるネットワークの複雑なつながりと多相的な生活行動の連鎖や生成原理をよりよく理解することではないでしょうか。複雑化し進化し続ける都市を計画し、デザインしていくために、私たちは都市とネットワーク上の行動のよりよい理解を必要としています。

著者が移動体通信を用いて、人の移動記録の収集をはじめたのは1999年8月のことでしたが、当時、20人の人々のリアルタイムな生活行動のデータが研究室に居ながら、スクリプトをいじるだけで獲得できることに興奮したことが思い出されます。その際、膨大な位置データの蓄積は、従前の理論の再検証と、新たな理論の必要性を要求するのではないかという直観がありました。本書は、そうした問題意識の中で、BinN Studies Unitがこの10年間取り組んできた理論的な研究の一部を再整理したものです。

データに潜むパターンを見つけ出すという問題はそもそも、長い歴史を持つものです。16世紀、ケプラーは膨大な天体観測データに基づいて天体に関する経験則を導き出し、近年のバイオインフォマティクスの展開は、観測可能になった分子構造データにHMMなどの技術を組み合わせた解析手法が下敷きとなっています。科学の進展には観測技術の進展が常としてあり、それに応じて理論が新しい展開を見せることで、私たちは見える世界は大きく広がってきたと言ってもいいでしょう。

本書で扱っていない基礎理論として、ガウス分布を中心とする確率論の基礎と線形回帰モデルや次元の呪いといったデータ解析につきものの問題、確率モデルの推定法についてもベイズの方法を中心にした近似解法やカーネル

法, MCMCにおける乱数の取り扱いなどは確率モデルによる実務や研究を進めていく上で必要不可欠といえるでしょう。さらに膨大な行動記録に対しては、射影変換を基礎とした高度なクラスタリング/識別モデルの方法が、移動軌跡の識別には、パーティクルフィルタや潜在クラスモデルなどの技術も重要になっています。ニューラルネットワークやグラフィカルモデリングでは、 n -GEV系モデルに通じる誤差伝播やネットワークプロパゲーションのための基礎など、ネットワーク行動学という領域で学ぶべき内容は広がりを見せています。

十人一色といわれた高度経済成長時代の個人の行動パターンは、都市の進展と成熟により十人十色から一人十色に変化したといわれています。膨大な行動記録を解析することで顕れてくる多相的な個人の行動パターンと向き合うとき私たちにいったい何が見えてくるのでしょうか。

縮退の時代、地域の時代、地球環境の時代と、様々な言葉でまちづくりのフレーズは都市計画の現場で消費されてきました。そして今後も、時代の移り変わりとともに、都市は変化を続け、地域の文化や経済、人々の興味や行動の表出のしかた、顕在化の様相も大きく変化していくでしょう。そんな中でそ見目の変化に惑わされることなく、普遍的な人と都市との関係性を見つめることは容易ではありません。

私たちは都市と向き合うとき、ネットワーク上の人々行動の諸相についてのよりよい理解を下敷きにした、善き都市計画や交通計画を考えていきたいと思っています。私たちに研究とスタディの蓄積とその方法論の一端が、読者のみなさんの研究や計画とデザイン実践の一助となれば望外の喜びです。

