

ネットワークモデルの応用

井料隆雅

東京大学工学系研究科(客員)
東北大学情報科学研究科(本務)

- 井料隆雅(いりょう たかまさ)
 - 東京大学大学院工学系研究科
特定客員大講座担当教授(兼務:今日はこっち)
 - 東北大学大学院情報科学研究科
人間社会情報科学専攻 教授(本務:日頃はこれ)

- 所与の起終点交通量を所与のネットワーク上に割り当てる(=配分する)
- 交通需要を交通ネットワークがどのように処理するのかを計算する.
- さまざまな施策の効果を評価できる.
 - 最適化問題の制約条件にすることにより (MPEC/Bi-level) 最適な施策を計算できる.

交通量配分の計算のポイント

- ドライバー(利用者)の行動は交通状況に依存する.
- 交通状況はドライバーの行動に依存する.
- ∴ ドライバーの行動と交通状況は**相互作用**する.
 - ドライバー同士の行動が**相互作用**する, ともいえる.

この「**相互作用**」をどうモデルかし, どう解くかが交通量配分の最大のポイントである.

※ 相互作用があるシステムでは, 需要と交通行動がわかっても, 正しい将来予測や施策評価はできない.

- 交通シミュレーションの例
 - 1台1台の車に, ネットワーク上での挙動のルールを与えて, そのとおりに動かす.
 - 挙動のルールが「過去から今現在までの交通状況のみに依存する」であれば, 各車両の挙動を, 時間軸方向に沿って, 逐次計算すればよい.
 - ある時間までの車両の挙動の計算結果が, その時間における各車両の挙動を決定し, それによって, 直後の時間までの交通状況を計算できる.
 - 数学的に言えば常微分方程式を解いていることになる.

ドライバーの将来予測？

- ドライバーは、過去の経験に基づいて、交通状況の将来予測が可能であろう。
 - 頻繁に道路を使っていれば、どの経路がより早く目的地に着くかについて、経験に基づく戦略を持つことになる、と考えられる。
 - 予測を強いられることもある：到着時刻制約があれば、所要時間を予測して出発時刻を決めなくてはならない。
- 将来予測が可能である／必要とすれば、時系列に沿った逐次的な計算はできなくなる。

Day-to-dayの繰り返し計算

7

- 繰り返し道路を使用するドライバーの学習過程もシミュレーションしてしまえばよい？
 - 複数日のシミュレーションを繰り返す.
 - ドライバーは, 過去の日 of 混雑状況を参照する.
 - 今日 \equiv 昨日としてもよいし, 学習モデルを考えてもよい.
- この考え方自体は正しい.
- 均衡状態とは, この繰り返し計算が収束すると考えられる状態である.

Day-to-dayの繰り返し計算

7

- 繰り返し道路を使用するドライバーの学習過程もシミュレーションしてしまえばよい？
 - 複数日のシミュレーションを繰り返す.
 - ドライバーは, 過去の日 of 混雑状況を参照する.
 - 今日 \equiv 昨日としてもよいし, 学習モデルを考えてもよい.
- この考え方自体は正しい.
- 均衡状態とは, この繰り返し計算が収束すると考えられる状態である.

ここは正しい

(学習過程のモデルが正しければ)

ここは, 本当に
それでいいのか?

均衡状態の一意性と安定性

- 均衡状態が複数ある場合は, どこに収束するかがわからない. 計算の初期状態に依存する.
- 安定な均衡状態がなければ, そもそも均衡状態を将来実現する状態とすることはできない.

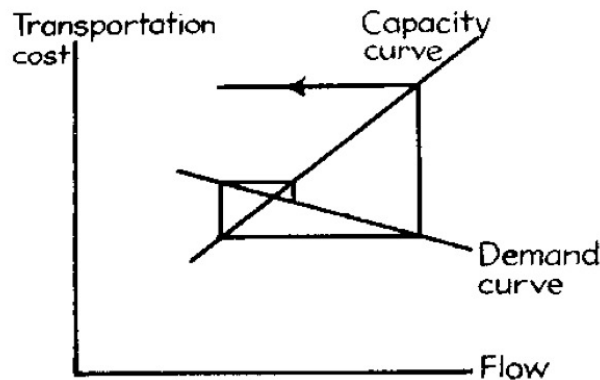


Figure 3.1. Unstable Case

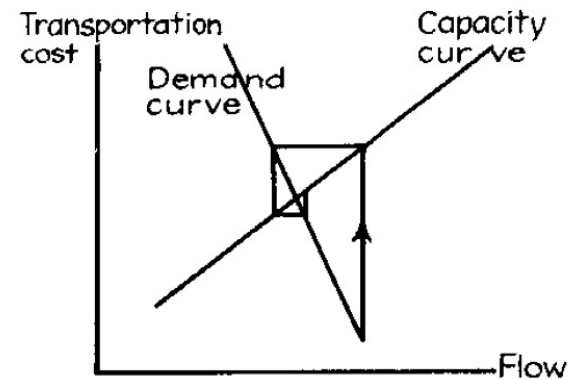


Figure 3.2. Stable Case

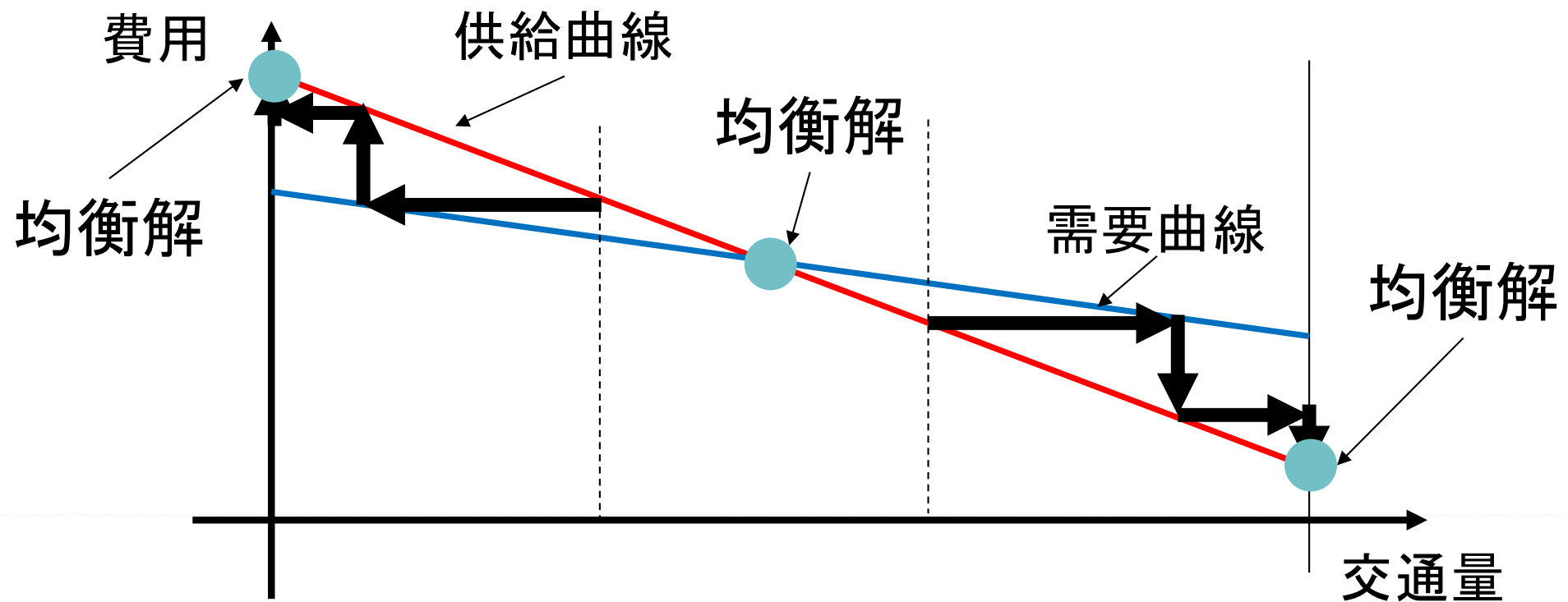
Beckmann et al. 1956 <https://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/misc/specpub-beckmann-mcguire-winsten.pdf>

Mohring effect

Mohring, H. (1972). Optimization and Scale Economies in Urban Bus Transportation. *The American Economic Review*, 62(4), 591–604.

10

- バスの利用者数が増えると、それに合わせてバスの本数が増えるので、待ち時間が減って、利用者の一般化旅行費用は減る（正の外部性）



- 均衡状態の安定性を調べるためには、ドライバーが日々どのように行動を調整するかを数理モデルで示す必要がある。
- Day-to-day dynamics
- 定義のしかたは様々だが、ここでは微分方程式による定義を紹介。
 - Evolutionary dynamics (Sandholm, 2010)

Day-to-day dynamics

12

- 2つの選択肢で合計利用者数=1
- 選択肢Aを選ぶ人数 = x とする.

$$\dot{x} = r(1 - x) - sx$$

r : BからAに移る速度
 s : AからBに移る速度

$$\dot{x} = [q - p]_+ (1 - x) - [p - q]_+ x$$

Smith dynamic

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x[q - p]_+ (1 - x) - (1 - x)[p - q]_+ x \\ &= x(1 - x)(q - p)\end{aligned}$$

Replicator dynamic

p : Aの費用
 q : Bの費用

$$\dot{x} = x(1-x)(q-p)$$

右辺を内点均衡解 ($q=p$) のまわりでテイラー展開

$$\Delta\dot{x}/\Delta x = x^*(1-x^*)(q' - p')$$


$q' - p' < 0$ であれば, 均衡解からのズレは0に収束

$q' - p' > 0$ であれば, 均衡解からのズレは0から発散


- 混雑する(=負の外部性を持つ)交通システムであれば, $p' > 0, q' < 0$ なので, 均衡解は安定.
- 正の外部性を持てば, $p' < 0, q' > 0$ なので不安定.
- 一般化交通費用が単調増加であることは, 均衡解の安定性の十分条件である.
 - ゲーム理論ではStable gameと呼ばれる.
 - Smith dynamicによる証明(Smith, 1984)
 - そのほかの複数のDynamicsでも示されている.

Transportation Research Part B 126 (2019) 87–114

Contents lists available at ScienceDirect

 Transportation Research Part B

journal homepage: www.elsevier.com/locate/trb



Properties of equilibria in transport problems with complex interactions between users

Takamasa Iryo^{a,*}, David Watling^b

^a Graduate School of Engineering, Kobe University, 1-1, Rokkodai, Nada, Kobe 657-8501, Japan
^b Institute for Transport Studies, University of Leeds, Leeds LS2 9JT, United Kingdom

ARTICLE INFO

Article history:
Received 28 June 2018
Revised 23 January 2019
Accepted 13 May 2019
Available online 7 June 2019

Keywords:
Uniqueness
Stability
Evolutionary dynamics
Asymmetric interactions
Positive interactions
Social interactions

ABSTRACT

It is well known that uniqueness and stability are guaranteed properties of traffic equilibria in static user-equilibrium traffic assignment problems, if the link travel utilities are assumed to be strictly monotonically decreasing with respect to the link traffic volumes. However, these preferable properties may not necessarily hold in a wide range of transport problems with complex interactions, e.g. asymmetric interactions (including dynamic traffic assignment), social interactions, or with economies of scale. This study aims to investigate such solution properties of transport models with complex interactions between users. Generic formulations of models are considered in this study, both for utility functions and for the evolutionary dynamics relevant to the stability analysis. Such an analysis for a generic formulation is mathematically challenging due to the potential non-differentiability of the dynamical system, precluding the application of standard analyses for smooth systems. To address this issue, this study proposes a transport system with two alternatives and two user groups. While it is a simple model whose dynamics can be depicted on a plane, it also includes the core components of transport models, i.e. multiple choices and user-classes. This study classifies all possible formulations into nine cases with respect to the signs (i.e. positive or negative) of interactions between users. Then, the evolutionary dynamics of each case is mathematically analysed to examine stability of equilibria. Finally, the solution properties of each case is revealed. Multiple equilibria exist in many cases. In addition, cases with no stable equilibrium are also found, yet even in such cases we are able to characterise the circumstances in which the different kinds of unstable behaviour may arise.

© 2019 The Authors. Published by Elsevier Ltd.
This is an open access article under the CC BY license.
(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

It is well known that uniqueness and stability are guaranteed properties of traffic equilibria in static user-equilibrium traffic assignment problems, if the link travel utilities are assumed to be strictly monotonically decreasing with respect to the link traffic volumes. **However, these preferable properties may not necessarily hold in a wide range of transport problems with complex interactions, e.g. asymmetric interactions (including dynamic traffic assignment), social interactions, or with economies of scale.**

Iryo & Watling (2019)

- ... the existence of positive interactions. In the traditional context of transport studies, interactions between users are considered to be mostly originated by congestion phenomena, which creates **negative interactions** (snip). In contrast, **positive interaction** is characterised by a situation in which the **increased patronage of a transport facility increases its attractiveness for other users.**

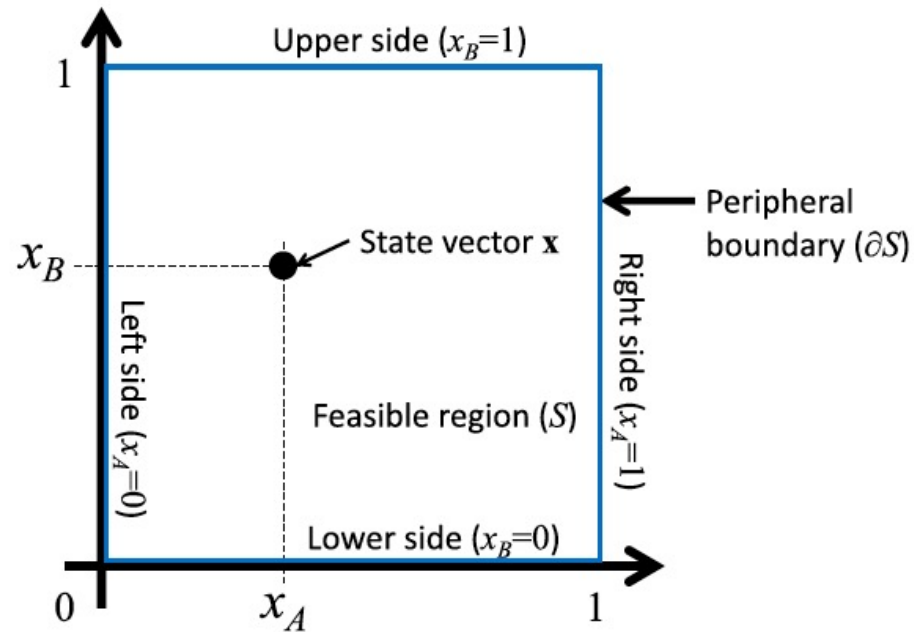
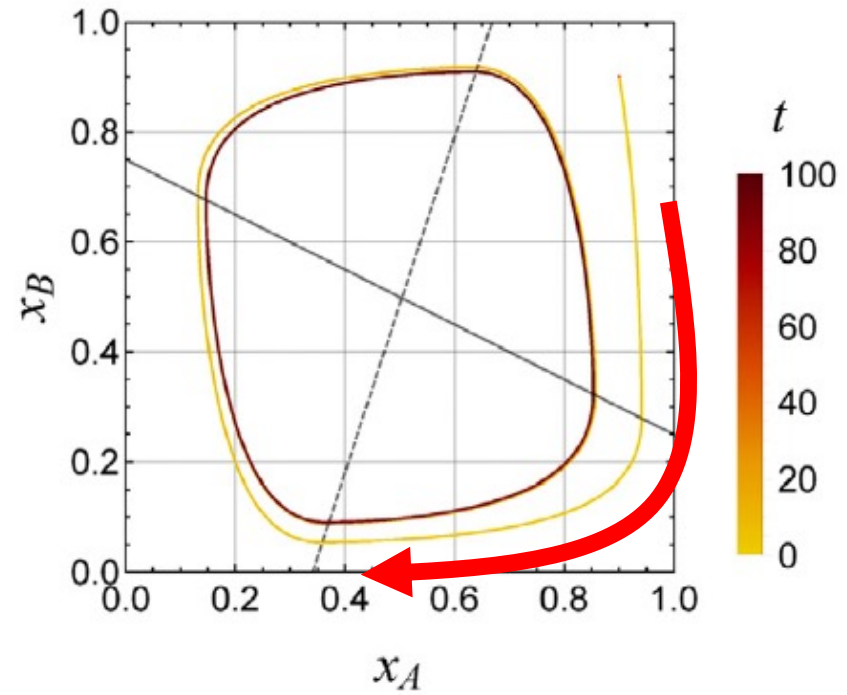
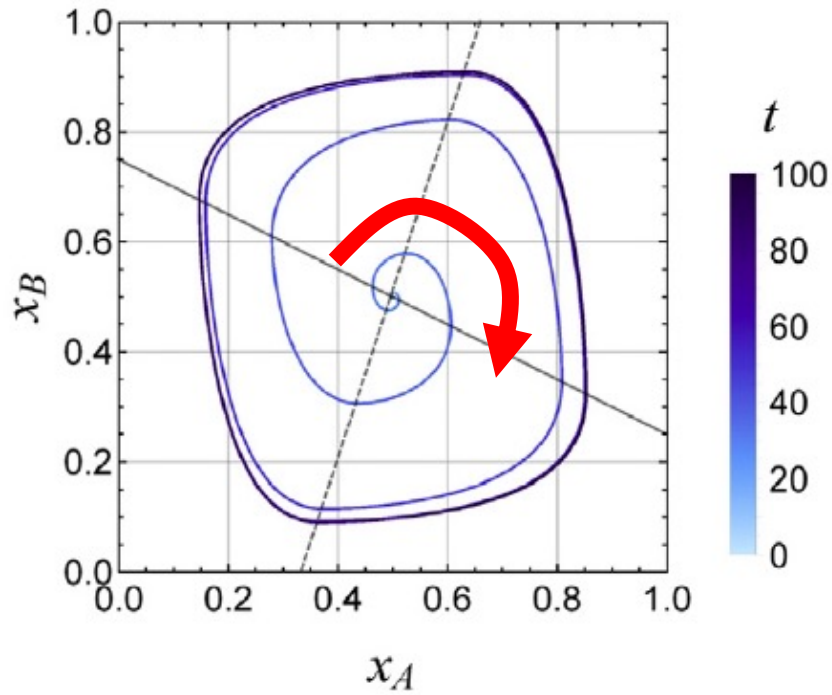


Fig. 1. Feasible region and state vector on phase diagram.

two alternatives and two user groups
two-dimensional problem

複雑な相互作用の動学



複雑な相互作用の動学

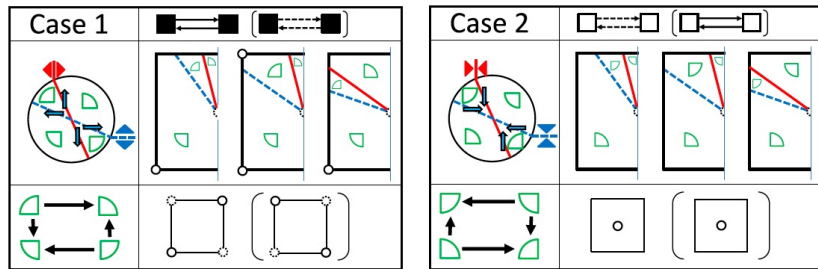


Fig. 19. Summary charts of Cases 1 and 2.

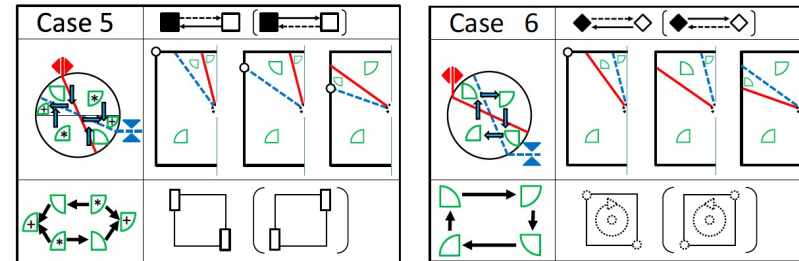


Fig. 21. Summary charts of Cases 5 and 6.

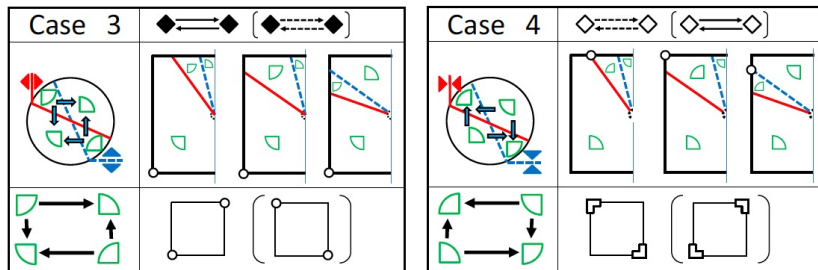


Fig. 20. Summary charts of Cases 3 and 4.

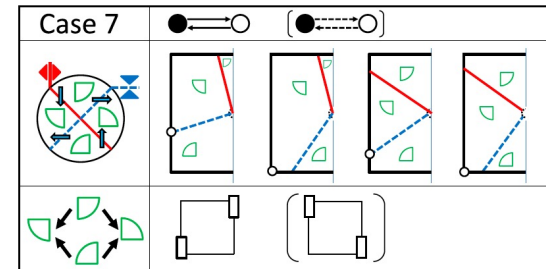


Fig. 22. Summary chart of Case 7.

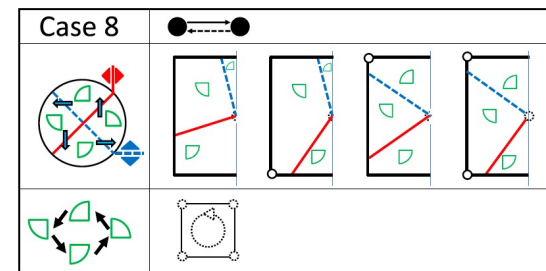


Fig. 23. Summary chart of Case 8.

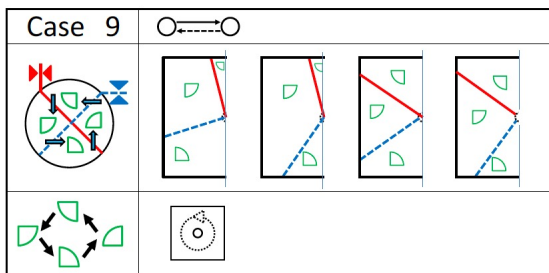
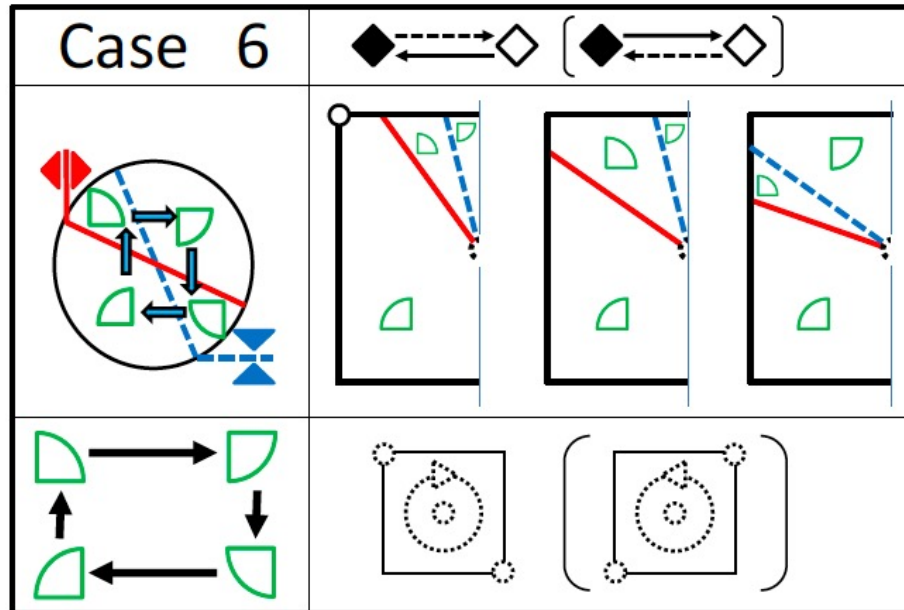


Fig. 24. Summary chart of Case 9.

可能性のある全ケースを
9種類に場合わけして性質を特定

一意な安定均衡解がある
ケースは1個しかない！



There exist two groups of travellers, called leaders and followers in a city. Followers always observe leaders behaviour because they want to imitate it and leaders also have slight social interactions between them.

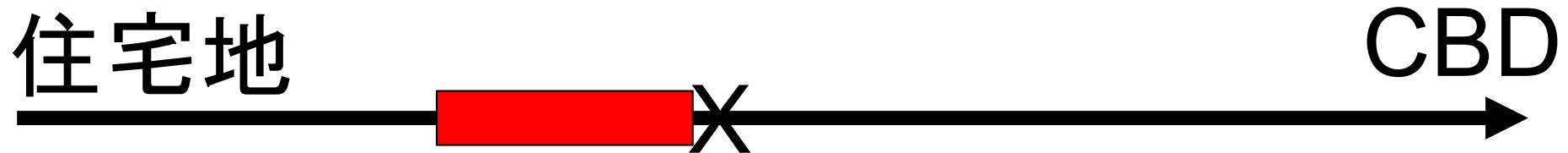
Leader-follower model

端点解か，内点解か，不安定解かは
Day-to-dayの動学の特性に依存する。

混雑を原因とする不安定な均衡

21

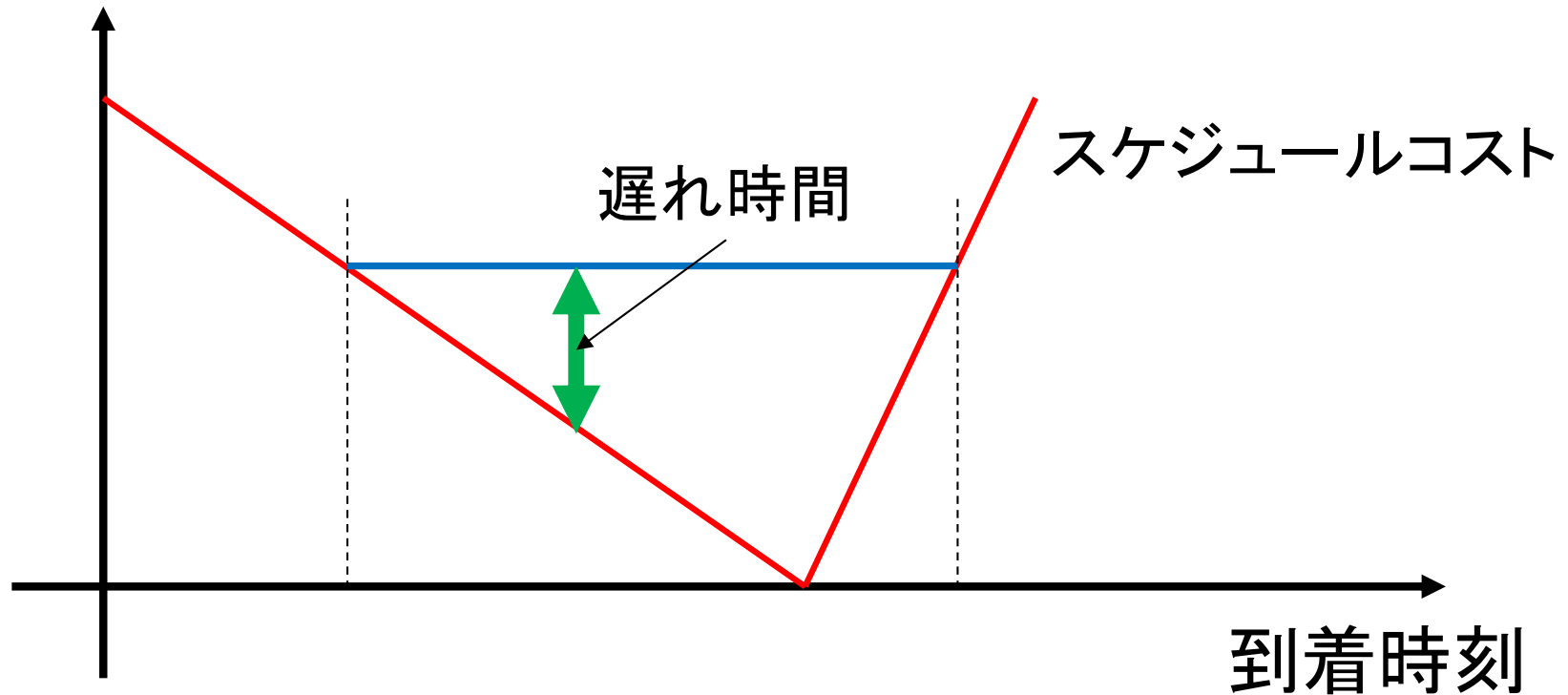
- 出発時刻選択問題, いわゆるVickryモデル.



- 一般化旅行費用 = 遅れ時間 + スケジュールコスト
- 均衡解は簡単にとける.

混雑を原因とする不安定な均衡

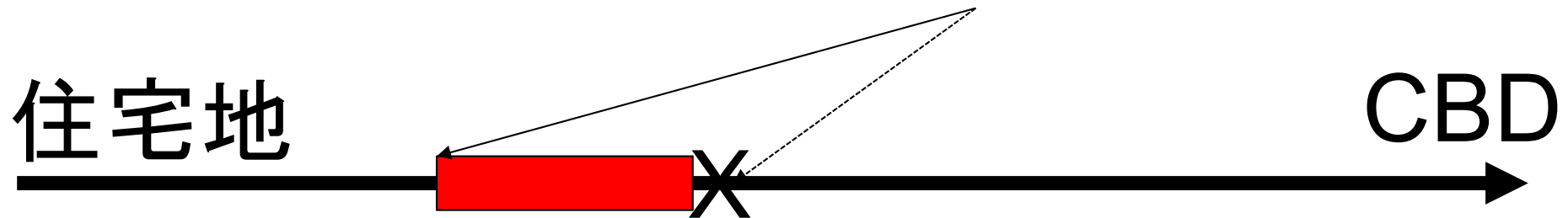
一般化交通費用



混雑を原因とする不安定な均衡

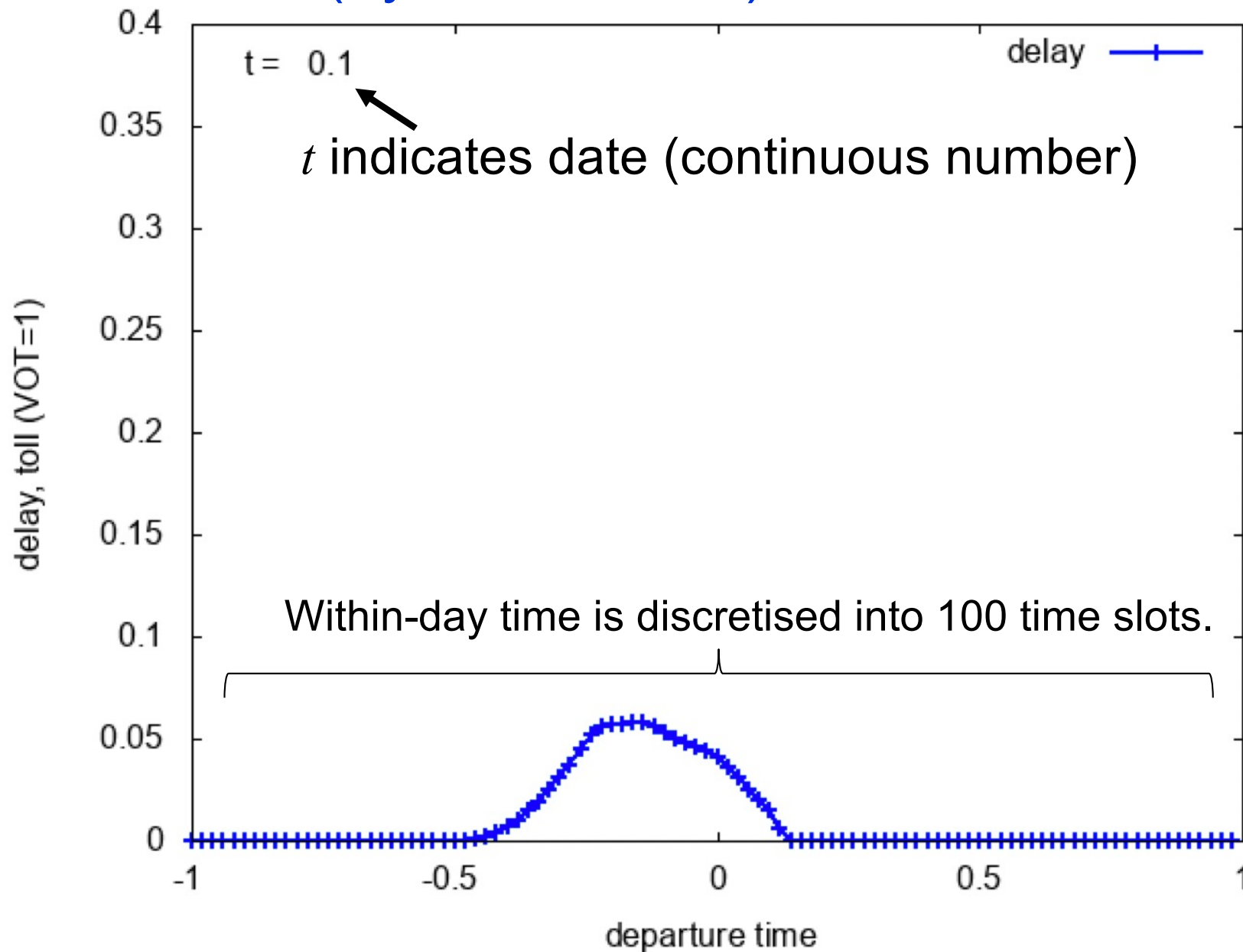
23

- 実際にドライバーが選ぶのは出発時刻！

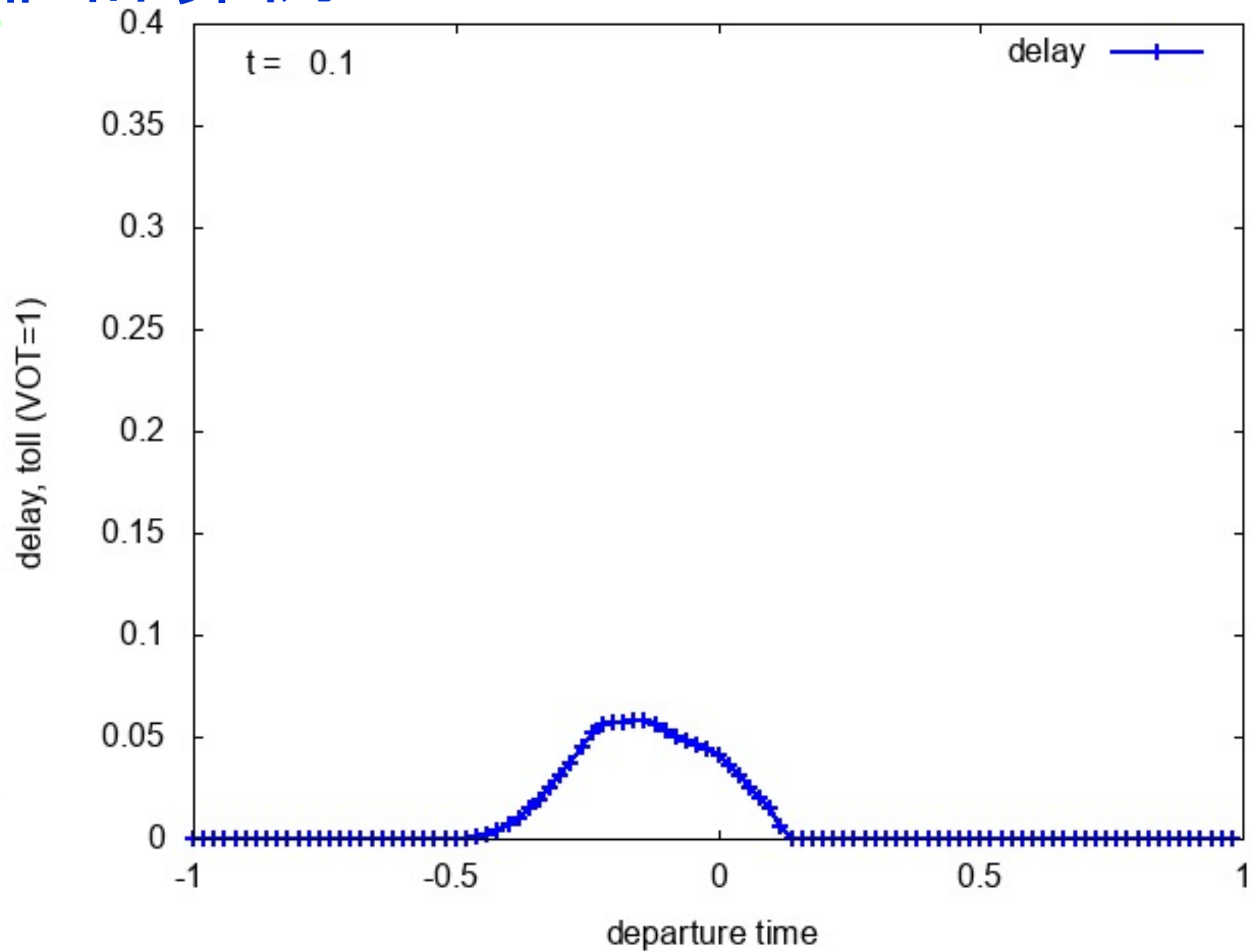


- 渋滞での遅れ時間の予測が外れることが、安定性を損なう原因となる.
- 数学的な証明: Iryo (2019)

数值計算例 (Iryo et al. 2020)



数值計算例



- 交通システムの将来予測や施策立案のためには、システム内での利用者の相互作用の影響を考えなくてはならない。
- 均衡状態: 相互作用の結果、最終的に安定して実現する(しそう)な状態。
 - それを条件とした交通量配分: 利用者均衡配分
- 均衡解の一意性と安定性の問題
 - 必ずしも成立するわけではない。
 - Day-to-dayの選択行動調整過程をどうモデリングするか？

- Iryo, T. (2019). Instability of departure time choice problem: A case with replicator dynamics. *Transportation Research Part B*, 126, 353-364.
- Iryo, T., & Watling, D. (2019). Properties of equilibria in transport problems with complex interactions between users. *Transportation Research Part B*, 126, 87–114.
- Iryo, T., Smith, M. J., & Watling, D. (2020). Stabilisation strategy for unstable transport systems under general evolutionary dynamics. *Transportation Research Part B*, 132, 136–151.

試し読み



Population Games and Evolutionary Dynamics (Economic Learning and Social Evolution) ハードカバー –
2010/12/17
英語版 | William H. Sandholm (著)
★★★★★ 6個の評価

すべての形式と版を表示

ハードカバー
¥18,641 税抜
¥20,505 税込

¥18,841 より 4 中古品
¥20,505 より 1 新品

A systematic, rigorous, comprehensive, and unified overview of evolutionary game theory.

Sandholm(2010)
おすすめ！