Manski, C.,
The structure of random utility models,
Theory and decision, vol. 8, No.3, pp. 229-254, 1977.

羽藤研秋季集中論文ゼミ1日目　#7
2011/10/16 16:20-
発表者：M2柿元

目次

Introduction

1. The General Model
   A. Primitive Concepts and Definitions
   B. The Decision Rule
   C. The Generation of Choice Problems
   D. The Observer’s Information Base
   E. The Random Utility Model
   F. The Outcome of the Choice Process

2. Special Models
   A. The Independent Random Utility Models
   B. The Independent and Identically Distributed Random Utilities Models
   C. The Random Coefficients Models

Some observation

Introduction

- 本論ではランダム効用モデル配分構造の形式的な分析を行う。
  - 選択行動を予測するプロセスで、モデルの配分特性がどのように決まるか？
  - 具体的には、選択肢集合の不確実性を考慮したモデルの構築を試みた。
  - 既往の研究では、ランダム効用モデルは直接的に分布の仮定を与えられてきた。しかし、これはモデルの潜在的な制約をほとんど考慮せずにモデルを適用してきたと言える。

1. The General Model

- ランダム効用モデルの基本的なコンセプトや定義を説明。

  次に意志決定ルールを明示的に示し、その上で意志決定者がどのように選択肢集合を選択するかを説明する。
- 以下の事象は、分析者にとって不確実性をもつ。
  - 選択問題生成プロセスや意思決定ルール、個人属性、選択肢属性に関して、分析者がわかることは限定されている。
- 本論では、この不確実性を考慮したうえで、どのようにモデルと選択確率が導入されるかを説明する。

A. Primitive Concepts and Definitions

- 有限の意志決定者集合Tと、有限の選択肢集合aを仮定する。ここでいう意思決定者とは、決められたルールに基づき選択する人のこと。
- 選択という操作は、集合aの空集合でない部分集合すべてに定義されている。
  - 集合aの要素=選択肢
  - 集合aの空集合でない部分集合=選択肢集合
  - 選択肢集合全体=選択肢集合空間Γ

B. The Decision Rule

- U_tを選択肢集合aに定義される実数値関数とし、効用関数と呼ぶ。
- 意志決定者tは、$U_{at} \geqq U_{a't}$ （$a' \in C$)である$a \in C$を選択すると仮定する。→効用最大化　※任意の選択肢集合C∈Γ、空集合でないC。
- XとSを実空間の有限な部分集合とし、a→X, T →Sを、全てのaをある$x_a \in X$ と、全てのt ∈Tをある$s_t \in S$と関連付ける写像とする。
  - X…選択肢空間aの属性表現、
  - S…意志決定者空間Tの属性表現、
  - x_a, s_t…選択肢aと意志決定者tの属性値ベクトル
  - 実数値関数wが存在するとき、効用関数U_{at}は以下の式で表される。

$$U_{at} = w(x_a, s_t) \quad all \;\; a \in \mathrm{a}\,,\, t \in T$$

B. The Decision Rule

- 考察：

1. Xがaに対する属性表現であるとすれば、Γ（選択肢集合空間）も対応する表現をもつ。
   - Γの対応表現として、
     r_cを要素に持つ順序集合クラス$R = (r_C, C \in T)$、 r_Cは$r_C = [(x_a, all\ a \in C)]$

2. 分析者は無限にあるaとTに関する属性表現の中から選択しなければならない。
   - Ex.) 交通手段選択における効用は、物質的特性と快適性や利便性といった質的特性の関数として明示される。
   - 分析者が表現として何を選択するかは、属性データの特徴とw関数を記述する自身の能力による。※ここでは、表現間の選択ではなく、ランダム効用モデルを所与の表現から導くことに焦点をあてるので、明記しない。

C. The Generation choice problems

- 従来の選択理論の枠組みでは、選択行動を2段階の再帰的処理の結果として説明する。
  - 1step: 外生的に選択問題が与えられる。（意思決定者と選択肢集合の発生）→個人が選択可能な選択肢集合を確定的に定める。
  - 2step: 意思決定者が利用可能な選択肢を選ぶ。
- 2段階目に関する研究が多い。
  - 意思決定ルールクラスの特性、選択肢集合構造の形式化、明示された構造の選択肢集合に意思決定ルールが適応された時の出力結果etc.
  - しかし、多くの場合個人の持つ真の選択肢集合は、分析者には不明であり、謝った選択肢集合を仮定する恐れがある。

- ここでは選択問題の発生メカニズムである1段階目にも焦点をあてる。
  - 効用最大化理論を意思決定ルール、選択肢集合の構造を有限な点集合と仮定し、選択肢問題生成を①形式的に②考察を加えて説明していく。

C. The Generation choice problems

- 定義など。
- (C, t)…選択問題。$M_{\Gamma T}$に従いΓ×Tから引き出される。
- $M_{\Gamma T}$…選択問題生成プロセス
- M_T…意志決定者生成プロセスとし、T全体に分布する。

$$M_T(t) = \sum_{C \in \Gamma} M_{\Gamma T}(C, t)$$

- $M_\Gamma(C \mid t), t \in T$…選択肢集合生成プロセス

$$M_\Gamma(C/t) = \frac{M_{\Gamma T}(C, t)}{M_T(t)}$$

- 選択肢集合内の選択肢の順位付けは任意なので、Cと $\tilde{C}$ が同じときは、$M_{\Gamma T}(C, t) = M_\Gamma(\tilde{C}, t)$とする。

C. The Generation choice problems

- 考察：
- $M_{\Gamma T}$とU_{at}は、その形式化における簡潔さが魅力だが、暗示的に制約を含み、明示的ではない。そこで、以下の考察において直感的に理解しやすく、選択問題生成モデルの制約を明示的にすることを試みる。

1. $M_{\Gamma T}$の構成要素M_{Γ},M_{T}についてそれぞれ説明する。

- 選択集合生成M_{Γ}(C , t)は、選択肢集合をコントロールしている選択者集合TTによって選別された選択肢集合の中から、各意思決定者に関してあり得る意志決定集合を導出する。
  - 各tにとって選択肢a（$a \in$a）が利用可能かどうかという二項選択となる。
    - Ex1.)Tが生徒の集合、aが大学の集合とする。Tにとっての選択肢集合は、aを統制する大学の管理者集合TTが入学許可の決定を経て生成される。
  - Ex2.)Tを被雇用者、aを仕事の集合、TTが企業の集合。TTは選択肢の利用可能性に制限をかけるなどの操作をし、Tの選択肢集合生成に関わる。

- M_{T}は意思決定者生成プロセスであり、M_{T}の分布に従って、Tは意思決定ルール集合を明示する。
  - 分析者がサンプリングした観測にあうようにMTを説明するか、
  - ランダム効用の心理学的モデルから引き出される。

C. The Generation choice problems

2. $M_{\Gamma T}$は$\Gamma \times T$の中から、あるひとつの選択をとってくる分布を表している。
   - $\Gamma \times T$からある一つの選択問題を連続的にとってくることを考えると、
     - そこで$M_{\Gamma T}$は選択問題が互いに独立に生成した時のみ十分であるとする。
     - 一般化すると、$(C, t)_n$, $n=1,\ldots,N$が連続する選択問題とすると、確率は（$(\Gamma \times T)^N$にわたり測定される。

D. The Observer's Information Base

- 仮定：分析者は、選択プロセスに関し限定的な情報をもつ。

- 以下の仮定をおく。

1. U_{at}（a∈a, t∈T)について、分析者は直接的な知識をもたない。
2. Uに関連する属性表現XとSは、効用関数wをもつ。
3. 属性値x_a (a∈a)とs_t (t ∈T)は、断片的にしかわからない。
   - Xは観測可能な属性と非観測な属性に分割され（$X=[X_O:X_u]$）、Sもまた、$S=[S_O:S_u]$に分割される。※X_uとS_uは観測されず、不確実性をもつ。
4. 全ての選択問題（C, t)について、測定可能な属性$r_{co}=(x_{ao}$, a ∈C)とs_t、測定されない属性$r_{cu}=(x_{au}$, a∈C)とs_{tu}（これらはある値　$\bar{r}_{cu}, \bar{s}_{tu}$ をとる）。これらは以下の確率で与えられることがわかっている。

$$\Pr\left(\bar{r}_{cu}, \bar{s}_{tu} \middle| r_{co,}\, s_{to}\right) = \frac{\Pr(\bar{r}_c, \bar{s}_t)}{\Pr(r_{co}, s_{to})}$$

$$= \sum_{\substack{(\tilde{C},\tilde{t}):r_{\tilde{C}}=\bar{r}_C \\ s_{\tilde{t}}=\bar{s}_t}} M_{\Gamma T}(\tilde{C},\tilde{t}) \Big/ \sum_{\substack{(\tilde{C},\tilde{t}):r_{\tilde{C}o}=r_{Co} \\ s_{\tilde{t}o}=s_{to}}} M_{\Gamma T}(\tilde{C},\tilde{t})$$

※￣は、確率変数

E. The Random Utility Model

- B～Dでは、ランダム効用モデルを導出するために、意思決定ルール、選択問題生成プロセス、分析者の情報についての仮定を示してきた。

$$\Pr(\bar{W}_{ct} \mid r_{co}, s_{to}) = \Sigma_{(\bar{r}_c, \bar{s}_t): W = \bar{W}_{ct}} \Pr(\bar{r}_c, \bar{s}_t)/\Pr(r_{co}, s_{to})$$

$$= \frac{\Sigma_{\substack{(\tilde{C}, \tilde{t}):\, r_{\tilde{c}o} = r_{co} \\ s_{\tilde{t}o} = s_{to} \\ W_{\tilde{c}\tilde{t}} = \bar{W}_{ct}}} M_{\Gamma T}(\tilde{C}, \tilde{t})}{\Sigma_{\substack{(\tilde{C}, \tilde{t}):\, r_{\tilde{c}o} = r_{co} \\ s_{\tilde{t}o} = s_{to}}} M_{\Gamma T}(\tilde{C}, \tilde{t})}$$

- 全選択問題 *(C, t)*について、効用を表すベクトル$W_{ct} = w((x_{ao}, x_{au}), (s_{to}, s_{tu})), a \in C$は、不確実性をもつ属性$x_{au}$と$s_{tu}$の関数である。
- 効用は、左の分布に従う測定可能な不確実性（*observationally random*）をもつ。

- 各々の選択問題 *(C, t）*について、以下の条件を満たすとき、*t*は、*C*から*a*を選択する。

$$w\big((x_{ao}, xau), (s_{to}, stu\ )\big) \geq w\big((x_{\tilde{a}o}, x_{\tilde{a}u}), (s_{to}, stu\ )\big), all\ \tilde{a} \in C$$

$w_{at} = (x_a, s_t)$とすると、*a*の選択確率*Pr(a)*は、

$$\Pr{}_t(a \in^C C) = \sum_{\bar{W}_{ct}: \bar{w}_{at} \geq \bar{w}_{a\tilde{t}}, \tilde{a} \in C} \Pr(\bar{W}_{ct} | r_{co}, s_{to})$$

選択はランダム効用モデルに一致する。

E. The Random Utility Model

- 考察：
- モデルの適用例を示す。選択問題生成プロセスは次のような確率で定義される。
- 選択肢α, β, γは、属性x_1, x_2を、意志決定者σ, τは属性sを持つ。

$$\mathrm{a} = (\alpha, \beta, \gamma) \qquad T = (\sigma, \tau)$$

$$x = \begin{array}{c|ccc} & \alpha & \beta & \gamma \\ \hline x_1 & 1 & 1 & 2 \\ x_2 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{array} \qquad S = \begin{array}{c|cc} & \sigma & \tau \\ \hline s & 1 & 0 \end{array}$$

- 効用関数$w(x, s) = x_1 + x_2 s$と仮定する。
- さらに、仮に次の確率で選択問題生成プロセスが定義されるとする。

$M_{\Gamma T}\,[(\alpha, \beta, \gamma), \sigma] = \frac{2}{36}$ $\qquad M_{\Gamma T}\,[(\alpha, \beta, \gamma), \tau] = \frac{1}{36}$ α, β, γを要素に持つ選択肢集合

$M_{\Gamma T}\,[(\alpha, \beta), \sigma] = \frac{1}{12}$ $\qquad M_{\Gamma T}\,[(\alpha, \beta), \tau] = \frac{2}{12}$ α, β, を要素に持つ選択肢集合

E. The Random Utility Model

- x1とsが観測可能で、x2が不確実性をもつとき、各々の選択確率は以下の式で記述できる。

$$\Pr_\sigma(\alpha \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \tfrac{1}{2} \qquad \Pr_\tau(\alpha \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = 0$$

$$\Pr_\sigma(\beta \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \tfrac{1}{2} \qquad \Pr_\tau(\beta \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = 0$$

$$\Pr_\sigma(\gamma \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = 0 \qquad \Pr_\tau(\gamma \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = 1.$$

- しかしながら、sも不確実性をもつ時は以下の式になる。

$$\Pr_\sigma(\alpha \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \Pr_\tau(\alpha \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \tfrac{1}{3}$$

$$\Pr_\sigma(\beta \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \Pr_\tau(\beta \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \tfrac{1}{3}$$

$$\Pr_\sigma(\gamma \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \Pr_\tau(\gamma \in^c (\alpha, \beta, \gamma)) = \tfrac{1}{3}.$$

F. The Outcome of the Choice Process

- 確率$Pr_t(a \in^c C)$は、2段階で導出されるが、古典的な選択プロセスでは、所与の意志決定者によって定義された選択肢集合から選択行動を考えている。
- そこで、二段階目のプロセスを定式化する。$Pr(a)$は、aが選択結果となる確率である。

$$\Pr(a) = \sum_{C\in\Gamma} \sum_{t\in T} \boxed{Pr_t(a \in^c C)} \boxed{M_{\Gamma T}(C,t)}$$

選択肢集合Cから選択肢aを選ぶ確率　　tがCという選択肢集合を選ぶ確率

- 考察
  1. 集計的な市場のシェア等の予測ではなく、例えば、大学入学者の人種構成や居住立地の社会経済パターンなどを予測したい時。
  - これらを予測する為に、aとTをカテゴリライズし、確率を構築する。
  - 仮に

$$\mathscr{A} = \bigcup_{n=1}^{N} \mathfrak{a}_n,\ T = \bigcup_{m=1}^{M} T_m,$$

選択肢集合aの和集合、Tの和集合

  - ここで

$$\mathfrak{a}_n \cap \mathfrak{a}_{n'} = \phi \text{ if } n \neq n' \text{ and } T_m \cap T_{m'} = \phi \text{ if } m \neq m'.$$

選択肢集合aも、意思決定集合Tも互いに重複しない

  - すなわち

$$\Pr(a \in \mathfrak{a}_n,\ t \in T_m) = \Sigma_{a\in\mathfrak{a}_n} \Sigma_{t\in T_m} \Sigma_{C\in\Gamma} \Pr_t(a \in^c C) M_{\Gamma T}(C,\ t).$$

F. The Outcome of the Choice Process

- 2. ランダム効用関数のパラメーター導出に際して、連続的選択問題において前の観測（各意志決定者、選択肢集合、選択結果）が必要とされる。しかしながら、意志決定者とその選択結果以外の他の選択肢についてはデータが提供されていないことが多い。そのような場合の確率は、

$$Pr_t(a) = \sum_{C\in\Gamma} Pr_t(a \in^C C) M_\Gamma(C|t, a \in C)$$

  - $M_\Gamma(C|\ t, a\in C)$ は選択肢aが含まれる選択肢集合Cが導出される確率。

3. 選択肢数が多いときは、計算が事実上不可能になる。そこで、実証的研究ではありふれたものとなっている、不確定の選択肢を帰属し、帰属された選択肢集合から作り出されたものとして選択肢を見なす。つまり、$\tilde{C}$が帰属された集合ならば、観測結果の確率は$Pr_t(a)$ではなく、$Pr_t(a \in^c C)$という形をとる。

2. Special Models

- 1.では、効用最大理論に従う意志決定者で、かつその人がもつ選択肢属性・個人属性の不足を補うプロセスが明示されている場合、ランダム効用モデルは選択行動を説明できることを示した。
- 2. では、この基本結果に基づいて、3タイプの異なる分布特性をもつランダム効用モデルを解説する。
    - 以下の式が観測された選択行動を特徴づけられるように、仮定を設定する。

$$\Pr\left(\bar{W}_{cr} \,\middle|\, r_{co}, s_{to}\right) = \sum_{\substack{(\tilde{C},\tilde{t}):r_{\tilde{c}o}=r_{co}\\ s_{\tilde{c}o}=s_{co}\\ W_{\tilde{c}\tilde{t}}=W_{ct}}} M_{\Gamma T}(\tilde{C},\tilde{t}) \Big/ \sum_{\substack{(\tilde{C},\tilde{t}):r_{\tilde{c}o}=r_{co}\\ s_{\tilde{c}o}=s_{co}}} M_{\Gamma T}(\tilde{C},\tilde{t})$$

    - 一般的なランダム効用モデルでは、W_{ct}の確率分布は、
    - ①効用関数w(x, s)の形、
    - ②選択問題生成プロセス$M_{\Gamma T}$の特性、
    - ③データの情報量、これら３つの要因で決定する。

2. Special Models

- $w(x, s)$, $M_{\Gamma T}$, x_{ao}, s_{to}の状態や条件が、如何にしてランダム効用モデルの配分構造を説明しているのか。モデルが潜在的にもつ制約条件をいかにして明らかにするのか。
- 上記の疑問を、3タイプのランダム効用モデルのクラスに焦点をあて分析していく。

A. The Independent Random Utility Models（独立ランダム効用モデル）
B. The Independent and Identically Distributed Random Utilities Models
C. The Random Coefficients Models（ランダム係数モデル）

各モデルクラスの定義、定理を説明し、定理を考察する。

A. The Independent Random Utility Models

- 選択問題(C, t)を考える。
- 次の式で表される、ランダム効用ベクトルW_{ct}はIRUの特性を持つ。

$$\Pr(\tilde{W}_{ct} \mid r_{co}, s_{to}) = \prod_{a \in C} \Pr(\tilde{w}_{at} \mid x_{ao}, s_{to})$$

- 定理：

i. 選択確率$P(a|t)$：aがtの選択肢集合に含まれている確率。※少なくとも一つのa∈aはP(a | t)=1 であるとする。

$$P(a \mid t) = \Sigma_{\tilde{C}:\, a \in \tilde{C}} M_{\Gamma T}(\tilde{C}, t) \Big/ \Sigma_{\tilde{C} \in \Gamma} M_{\Gamma T}(\tilde{C}, t)$$

$$(C, t) \in \Gamma \times T,\ M_{\Gamma}(C \mid t) = (\Pi_{a \in C} P(a \mid t))\,(\Pi_{\beta \notin C}\ (1 - P(\beta \mid t)))$$

各意志決定者の選択肢集合は、aから独立的にとってきた選択肢で構成される。

ii. 属性が等しい意志決定者の選択確率$P(a|t)$は等しい。
全ての$(a,t) \in a \times T$, $P(a|t)=P(a|s_t)$

iii. 意志決定者の個人属性は全てわかっているものとする。
全ての $\bar{W}_{ct}$ について、

$$\Pr(\bar{W}_{ct} | r_{co}, s_{to}) = \prod_{a \in C} Pr(\bar{w}_{at} | r_{ao}, s_{to})$$

A. The Independent Random Utility Models

- 考察：定理について４つの考察を行う。

1. 定理の仮定について
   - 仮定i及びiiは、選択問題生成プロセスにおいて制約を、仮定iiiは分析者のもつ情報に関する前提を示す。
   - 仮定i：各意志決定者の選択肢集合は、aから独立的にとってきた選択肢の集合である。
     - 選択肢をとってくる行為に相互依存性がないことを仮定する。意志決定者母集団TTが仮定されていれば説明は容易になる。
     - 例えば、仕事を選択する時、企業間の話し合い等により求人（仕事、選択肢）に相互依存性があることを禁止している。
   - 仮定ii：選択肢集合の多様性を限定的にしている。

2. 定理は、属性が異なる選択肢集合におけるIRU特性のみを実証している。※$(x_{ao},a \in C)$ が異なっている。
   - 一般的な場合、$(x_{ao},a \in C)$ が必ずしも異ならない。→選択肢は相互に依存した効用をもつ。
   - 一方、異なる属性ベクトルで構成される場合、効用は独立して分布する。

A. The Independent Random Utility Models

3. IRU特性をもつ選択肢の仮定について
   - これらの定理はIRU特性の十分条件であり、必要条件ではない。それ故、ⅱとⅲは以下の定理でも置き換え可能。

   ii’ 全ての$(a,t) \in a \times T$について, $P(a|t)=P(a|s_{tO})$

   iii’ 写像$a \rightarrow x_a$、$t \rightarrow s_t$、$(x, s) \rightarrow w(x, s)$は一対一で対応する。

4. IRU特性について
   - IRU特性は、単独でランダム効用モデルを表せない。次で説明するIIDRU特性をもつランダム効用モデルが、実際に応用可能なものとして知られている。（B.参照）

B. The Independent and Identically Distributed Random Utility Models

- ランダム効用ベクトルW_{ct}が以下の式に従う時、IIDRU特性を備えていると言える。

$$\Pr(\bar{W}_{ct} \,|\, r_{co}, s_{to}) = \prod\nolimits_{a\in C} \Pr(\boxed{V_{at}} + \boxed{\bar{\epsilon}_{at}}) \,,$$

$$w(x,s) = V(x_o, s_o) + \epsilon(x,s)$$

$$V_{at} = V(x_{ao}, s_{to})$$

  - $\bar{\epsilon}_{at}$ はIIDR特性に従う。

- 定理
  - 前述したⅰ、ⅱまたはⅱ’、ⅲまたはⅲ’が満たされている、とする。

  iv. $w(x_a, s_t) = V(x_{ao}, s_{to}) + \delta(x_{au})$となるような実関数$\delta(x_u)$が存在する。→ $\delta(x_u)$は個人で変化しない。

  v. x_o, $\bar{x}_u$, s_o のすべての値について、$\Pr(\bar{x}_u \mid x_o, s_o) = \Pr(\bar{x}_u)$
  → x_u（選択肢の不確実な属性）は、s_O（個人属性）に依らず分布している。

  - 選択問題(C, t)が、互いに異なる観測属性$(x_{aO}, a \in C)$をもつとする。ここで、ε_{at}はi.i.d.をもつ.

$$\bar{W}_{ct}, \Pr(\bar{W}_{ct} | r_{co}, s_{to}) = \prod\nolimits_{a\in C} \Pr(V_{at} + \bar{\epsilon}_{at})$$

B. The Independent and Identically Distributed Random Utility Models

2. 以下の仮定を満たす選択プロセスを考える。

i. 全ての選択問題（*C, t*） ∈ *Γ*∗*T*において

$$M_\Gamma(C|t) = \left(\prod_{a\in C} P(a|t)\right)\left(\prod_{\beta\notin C}(1-\Pr(\beta|t))\right)$$

iv’. 以下の式を満たす実数値関数$\delta(x_u, s_o)$がある。

$w(x_a, s_t) = V(x_{ao}, s_{to}) + \delta(x_{au}, s_t)$, *all* $a \in$ a, $t \in T$

v’. 以下の式のW_{ct}は、*conditionally independent and identically distributed random utilities*(CIIDRU)特性を満たす。

$$\Pr(\bar{W}_{ct}|r_{co}, \underline{t}) = \prod_{a\in C}\Pr(V_{at} + \bar{\epsilon}_{at}|\underline{t})$$

- CIIDRU特性は、IIDRU特性を大きく弱めた形になっている
- この特性をもつモデルは、既存の方法で検証しやすい。
  ※詳しくは、Manski(1975)

C. The Random Coefficient Models

- 選択問題（C, t）∈Γ×Tを考える。仮に $\widehat{W}(C,t,\bar{s}_u)=(w(x_a,s_{to},\bar{s}_u),a\in C)$ とすると、以下の式であれば、W_{ct}はランダム係数特性を有する。

$$\Pr(\bar{W}_{ct}\mid r_{co},s_{to})=\sum_{\bar{s}_u:\,\hat{W}(C,t,\bar{s}_u)=\bar{W}_{ct}}\boxed{\Pr(\bar{s}_u\mid s_{to}),}$$

  - ここで、

$$\Pr(\bar{s}_u\mid s_{to})=\sum_{\substack{\tilde{t}:\,s_{\tilde{t}o}=s_{to}\\ s_{\tilde{t}u}=\bar{s}_u}}M_T(\tilde{t})\Big/\sum_{\tilde{t}:\,s_{\tilde{t}o}=s_{to}}M_T(\tilde{t}).$$

- 定理：Wctがランダム係数特性をもつかどうか、以下を仮定する

vi. (C,t)に関して、$M_\Gamma(C|t)=M_\Gamma(C|s_{to})$ →tの選択肢集合は、s_{tu}の値に無関係である

vii. *All a* ∈a, $x_{ao}=x_a$, W_{ct}の全ての値について

$$\Pr(\bar{W}_{ct}\mid r_{co},s_{to})=\sum_{\bar{s}_u:\,\hat{W}(C,t,\bar{s}_u)=\bar{W}_{ct}}\Pr(\bar{s}_u\mid s_{to}).$$

→ランダム係数モデルでは、s_u（不確定な意思決定者属性）がW_{ct}内で唯一確率的

C. The Random Coefficient Models

- 考察：

1. 定理ⅶより、ランダム係数モデルでは、s_u（不確定な意思決定者属性）がW_{ct}内で唯一確率的である。また、定理ⅵより、tの選択肢集合は、s_{tu}の値に無関係であると言える。

2. 心理学の分野で発達したランダム効用モデルは、ランダム係数モデルに含まれる。※Tbersky's elimination by aspects model.
    - 複数の状況で見られた意思決定ルールは非観測であり、選択肢集合に無関係に引き出される。

Some Observation

- 本研究は、計量経済学の論文において、U=V+εのVの関数形にばかり注目がよせられ、εの確率分布に関する実証的分析がおろそかにされていることに対する疑問から始まっている。
- 古典的な選択プロセスは（1Cで述べたように）帰納的であり、始めに選択問題が生成されてから意志決定者が選択肢集合から選択するという形式をとっている。
- 本論では、意志決定者は効用最大化理論に基づき、選択肢生成過程はΓ×Tの確率分布にのみで表される。

- 今後の課題
- $M_{\Gamma T}$の説明は有用なものであるが、まだ完全ではない。選択問題生成にかかる分布についての問題が残されている。