

# Continuum theory for pedestrian traffic flow: Local route choice modelling and its implications.

HOOGENDOORN, Serge P., et al.

*Transportation Research Part C: Emerging Technologies*,  
2015, 59: 183-197.

2016理論談話会#2

2016/05/06(金)

近松京介

# 1 はじめに

## ■ 背景

- ・歩行者の交通操作のための総合的・巨視的な理論が提唱されていない

- ・既存モデルでは、以下の点で実用的でない

- ・ 計算時間が長い
- ・ 収束挙動が不安定
- ・ 非現実的な行動の仮定

- ・既存のマクロモデルは歩行者の流れの主要な機能である自己組織化※を表現できていない

※自己組織化：無数の歩行者の動線はおのずと一つの流れをつくり、その流れは時事刻々と変化はするものの、けっして至る所で衝突が起こるような分子的無秩序状態にはならない

# 1 はじめに

## ■ 目的

- 従前の問題をクリアする連続歩行者流モデルの開発
- Global route選択に Local route選択を含ませる
- Local route選択にlocal valueまたはポテンシャル関数を使用

# 1 はじめに

## ■ 研究成果

- ・二次元連続歩行者流の新しい数学的モデリング
- ・自己組織化のような現実的な歩行者特性を表現
- ・マクロモデルの効率的な解法による大規模範囲のシミュレーション

# 1 はじめに

## ■ 論文内容

Section2:Review

Section3:Generic first order pedestrian flow model

Section4:Local route choice model

Section5:Simulation

Section6:Conclusion

## ■ 経験上の特徴

- 自己組織化(レーン形成)

幅の違うたくさんのレーンが動的に通路に形成される現象

- Herding

状況の不明確さが人々に最適ルートよりも互いについていくようにさせるとき発生(主に避難時などに発生)

- Zipper効果

他人を自分のテリトリー内に許す(正面が空いているときに限る)

- Faster-is-slower効果

列の前がつまってしまう効果(前が詰まっても後ろがすこしずつ進んでくるからおきる)

## ■ モデルアプローチ

- Microscopic(個人の歩行者)とMacroscopic(密度・速度・流量)
- セルオートマトン
- Social forceモデル
- Velocity-basedモデル
- Continuumモデル
- Hybridモデル
- 行動モデル
- ネットワークモデル

いずれもMicroとMacroに大別される

## ■ Microscopic and mesoscopic walker models

- セルオートマトン(Blue and Adler, 1998・2001)

- Social forceモデル(Helbing and Molnar, 1995)

確定された相互作用と空間の連続表現が特徴

- Velocity-basedモデル(Paris et al., 2007, Karamouzas and Overmars, 2010 and Moussaid et al., 2010)

任意時点での他の歩行者及び障害物との衝突までの時間の最適化による衝突回避行動を表現



## ■ Macroscopic modelling approaches

### ・ネットワークモデル

グラフ理論により群集の動きを解く( Chalmet et al., 1982, Lovas, 1994 and Daamen, 2002)

### ・Hybridモデル(Banerjee et al., 2008 and Xiong et al., 2010)

マクロとミクロの組み合わせ(第1のレベルの出力が第2のレベルの入力になっている等)

### ・Continuumモデル

歩行者を粒子と捉え, Global movement effectsをシミュレートする. 質量保存則を使用.

## ■ Modelling challenges

Microシミュレーションを任意のインフラにおける大規模混雑状態のシミュレーションに使うのは計算量が大きい

Macroシミュレーションは計算量が小さく、必ずしも正確さが求められない状況において良い代替手段

ただし、群集の特徴をシミュレーションにおいて獲得できていない

わたしたちはこれを獲得するMacroシミュレーションを知っている！！

### 3 Generic multi-class pedestrian flow model

本論文では、クラス固有密度のダイナミクスを記述する

クラス固有密度

$$\rho_d(t, \vec{x})$$

$t$  : time

$x$  : space

$d$  : pedestrian class

本論文では、同じ目的地を持つ各歩行者が同じように動く仮定のもと、 $d$ は目的地を示すようになっている

ただし他の定義も同様に可能

(目的, 性別, 年齢によるクラス分けも可能)

### 3 Generic multi-class pedestrian flow model

#### ■ 歩行者量保存式と均衡速度

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q}_d = r_d - s_d$$

$\vec{q}_d$  : 二次元流量ベクトル

$r_d$  : source terms ( inflow at origin locations  $O_d$  )

$s_d$  : sink terms ( outflow at destination areas  $D_d$  )

$$u_d = U(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D)$$

$u_d : \vec{q}_d = \rho_d \cdot \vec{v}_d = \rho_d \cdot (\vec{\gamma}_d \cdot \boxed{u_d})$

$U$  : 均衡速度( $\rho_d$ と $\nabla \rho_d$ の関数)

ただし本研究では  $U = U(\rho)$  with  $\rho = \sum_d \rho_d$  と仮定

### 3 Generic multi-class pedestrian flow model

#### ■ 連続時空間内における歩行方向モデリング

$\vec{\gamma}_d = \vec{v}_d / \|\vec{v}_d\|$  : 歩行方向

既存の研究において歩行方向 $\vec{\gamma}_d(t, \vec{x})$ は動的計画法のアプローチによって決定される

動的計画法のアプローチでは, ハミルトンヤコビベルマン方程式を解くことにより価値関数 $\vec{\phi}_d(t, \vec{x})$ を求めることができる

価値関数 $\vec{\phi}_d(t, \vec{x})$ は $(t, \vec{x})$ から目的地 $d$ までの最小コストを指す

さすれば, 最適方向は  $\vec{\gamma}_d = -\frac{\nabla \phi_d}{\|\nabla \phi_d\|}$  によって求められる

## ■ ハミルトンヤコビベルマン(HJB)方程式とは

- ・偏微分方程式
- ・HJB方程式の解＝価値関数※
- ・動的計画法の研究結果
- ・離散時間版がベルマン方程式と呼ばれている
- ・連続時間版はハミルトンヤコビ方程式

### ※価値関数

ある力学系とそのコスト関数を与えられたとき, その最適コストを与える

## ■ 連続時空間内における歩行方向モデリング

価値関数  $\vec{\phi}_d(t, \vec{x})$  は場の密度  $\rho$  の直接的な関数ではなく、既往のシミュレーションでは価値関数を初期値として与え更新しない

しかし、

この仮定では、歩行者が低密度のエリアに進もうとする現象を考えていない

Boundary conditions:

$$\rho(t, 0, x_2) = \rho_0(t, x_2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U(\rho))}{\partial x_1} = 0$$

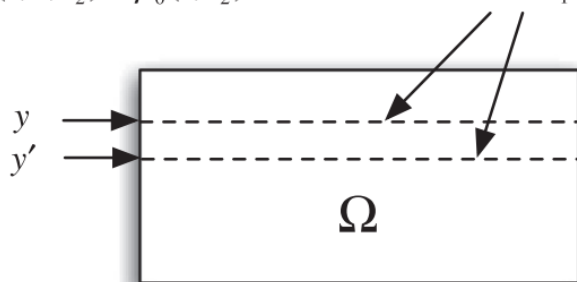
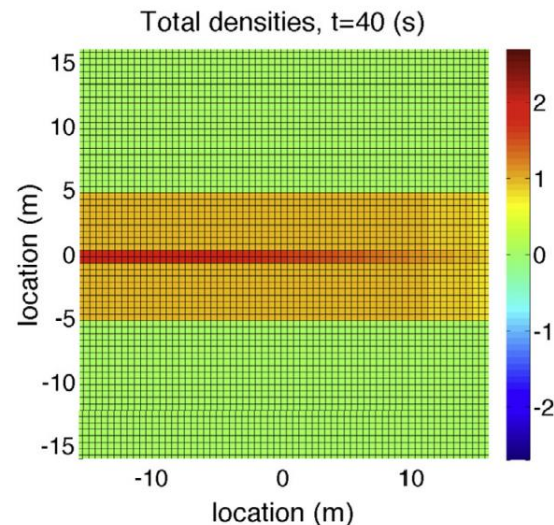


Fig. 1. Considered walking area  $\Omega$ .



### 3 Generic multi-class pedestrian flow model

- **連続時空間内における歩行方向モデリング**  
この問題を修正するためにlocal route cost関数 $\phi_d$ を考える

このとき $\phi_d$ はクラス固有密度とその勾配の関数であると仮定

以上の仮定により次の式が得られる

$$\vec{q}_d = \vec{\gamma}_d(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D) \cdot \rho_d \cdot U(\rho_1, \dots, \rho_D)$$

また、以下の4式は初期・境界条件を与えることで解ける

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q}_d = r_d - s_d \quad u_d = U(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D)$$

$$\vec{\gamma}_d = -\frac{\nabla \phi_d}{\|\nabla \phi_d\|} \quad \vec{q}_d = \vec{\gamma}_d(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D) \cdot \rho_d \cdot U(\rho_1, \dots, \rho_D)$$



■ Generic local route choice using the local value function

Global value functionの定義

$$\phi_d(t, \vec{x}) = \min_{\vec{v}_{[t,T]}} E \left\{ \int_t^T L(s, \vec{x}(s), \vec{v}(s)) ds + \theta_d(T, \vec{x}(T)) \right\}$$

Terminal Cost

Subject to

$$d\vec{x} = \vec{v}dt + \varepsilon d\xi$$

Global value functionは下式で与えられるハミルトンヤコビベルマン方程式を解くことで得る

HJB方程式

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial t} + H(t, \vec{x}, \nabla \phi_d, \Delta \phi_d) = 0$$

このとき、ハミルトニアンは次のように与える

$$H(t, \vec{x}, \nabla \phi_d, \Delta \phi_d) = \min_{\vec{v} \in \mathcal{V}_d} \{ L(t, \vec{x}, \vec{v}) + \nabla \phi_d \cdot \vec{v} + \varepsilon \Delta \phi_d \}$$

$\mathcal{V}_d$  : admissible velocities (admissible speeds and directions)

## ■ Generic local route choice using the local value function

These local cost can stem from local delays, or from the fact that costs are incurred when pedestrians walk in a region where the level of service is low due to high densities.

Local value functionの定義

$$\nabla \varphi_d = \sum_{\delta=1}^D \left\{ \beta_{\delta} - \alpha_d \eta_{\delta} \frac{1}{\tilde{U}(\tilde{\rho})^2} \frac{d\tilde{U}}{d\tilde{\rho}} \right\} \cdot \nabla \rho_{\delta} = \sum_{\delta=1}^D f_{\delta}(\tilde{\rho}) \cdot \nabla \rho_{\delta}$$

$\tilde{U}$  : perceived walking speed

$\tilde{\rho}$  : local effective density

Overall value functionの定義

$$\omega_d = \phi_d + \varphi_d$$

## 4 Local value function definition and application

- Local value function from microscopic principles

$$\varphi_d^{crowdedness} = \sum_{\delta=1}^D \beta_{\delta} \rho_{\delta}$$

$\beta_{\delta}$  : weights that a pedestrian of group  $d$  attaches to densities of his own ( $\delta = d$ ) and of other classes ( $\delta \neq d$ )

## ■ Specification of local value function based on local delays

local delays caused by reduced walking speeds due to high densities. To this end, consider a pedestrian walking into a certain direction for a very short time interval  $[t, t + dt)$ . The delay this pedestrian incurs during the interval is equal to:

$$\lambda_d(\rho_1, \dots, \rho_D)dt = \left( \frac{1}{\tilde{U}(\rho_1, \dots, \rho_D)} - \frac{1}{\tilde{U}(0)} \right) dt$$

このとき,  $\lambda_d$ は次の式で定義される $\tilde{\rho}$ の関数と仮定

$$\tilde{\rho} = \sum_{\delta=1}^D \eta_{\delta} \cdot \rho_{\delta}$$

$\eta_{\delta}$  : contribution of the density of group  $\delta$  to the effective density

仮定より

$$\varphi_d^{\text{delay}} = \lambda_d(\tilde{\rho})$$

## ■ Specification of local value function based on local delays

**仮定:** the local value function  $\varphi_d$  for pedestrians of group  $d$  is the weighted sum of the two terms proposed above

$$\varphi_d = \varphi_d^{\text{crowdedness}} + \alpha_d \cdot \varphi_d^{\text{delay}}$$

$\alpha_d$  : the weight that can be used to influence the relative importance of the two factors

crowdedness : the tendency to move to less dense areas (which may result in a small detour)

delay : the aim to choose a (local) route with the shortest travel time

Local direction choice **に関するのは価値関数の勾配のみ**

$$\nabla \varphi_d = \nabla \cdot \varphi_d^{\text{crowdedness}} + \alpha_d \cdot \nabla \varphi_d^{\text{delay}}$$

Crowdedness component **の勾配**

$$\nabla \varphi_d^{\text{crowdedness}} = \sum_{\delta=1}^D \beta_{\delta} \cdot \nabla \rho_{\delta}$$

■ Specification of local value function based on local delays

Delay component の勾配

$$\nabla \varphi_d^{delay} = \nabla \lambda_d(\tilde{\rho}) = \sum_{\delta=1}^D \frac{d\lambda_d}{d\tilde{\rho}} \cdot \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \rho_\delta} \cdot \nabla \rho_\delta = \frac{d\lambda_d}{d\tilde{\rho}} \cdot \sum_{\delta=1}^D \eta_\delta \cdot \nabla \rho_\delta$$

このとき

$$\frac{d\lambda_d}{d\tilde{\rho}} = - \frac{1}{\tilde{U}(\tilde{\rho})^2} \frac{d\tilde{U}}{d\tilde{\rho}} \geq 0$$

負

この結果と

$$\nabla \varphi_d = \nabla \cdot \varphi_d^{crowdedness} + \alpha_d \cdot \nabla \varphi_d^{delay}$$

$$\nabla \varphi_d^{crowdedness} = \sum_{\delta=1}^D \beta_\delta \cdot \nabla \rho_\delta$$

を組み合わせて

$$\nabla \varphi_d = \sum_{\delta=1}^D \left\{ \beta_\delta - \alpha_d \eta_\delta \frac{1}{\tilde{U}(\tilde{\rho})^2} \frac{d\tilde{U}}{d\tilde{\rho}} \right\} \cdot \nabla \rho_\delta = \sum_{\delta=1}^D f_\delta(\tilde{\rho}) \cdot \nabla \rho_\delta$$

# 4 Local value function definition and application

- Specification of local value function based on local delays

最終的には以下の四つの式が残る

$$\vec{\gamma}_d = -\frac{\nabla \omega_d}{\|\nabla \omega_d\|} = -\frac{\nabla \phi_d + \nabla \varphi_d}{\|\nabla \phi_d + \nabla \varphi_d\|}$$

$$\vec{q}_d = \vec{\gamma}_d(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D) \cdot \rho_d \cdot U(\rho_1, \dots, \rho_D)$$

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q}_d = r_d - s_d$$

$$u_d = U(\rho_1, \dots, \rho_D, \nabla \rho_1, \dots, \nabla \rho_D)$$

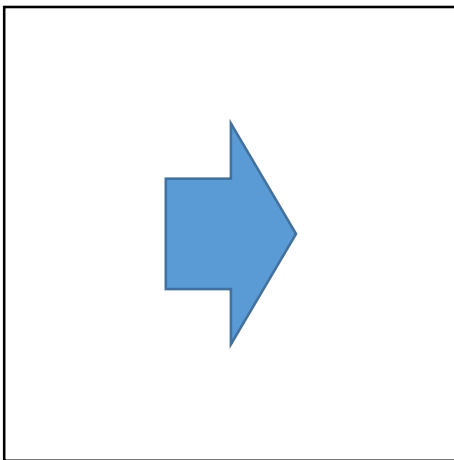
# 5 Simulation experiments

## ■ Introducing the base model and the scenarios

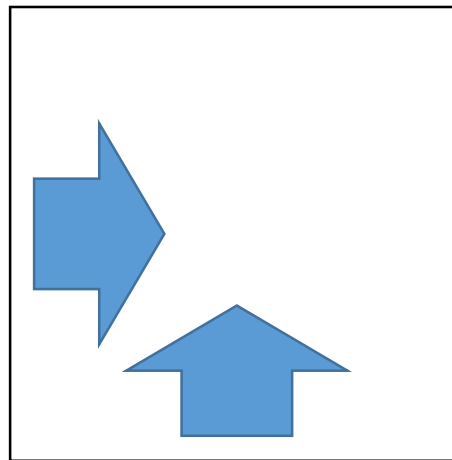
### 仮定

- $U(\rho) = v_0 \cdot (1 - \rho/\rho_{jam}) = 1.34 \cdot (1 - \rho/5.4)$
- $\beta_\delta = \eta_\delta = 1$  for  $\delta = d$  and  $\beta_\delta = \eta_\delta = 4$  otherwise.
- $\alpha_d = 0$  (Section 5.6のみで使用)

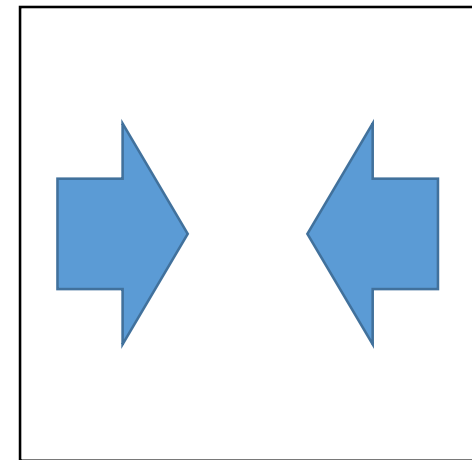
シナリオ1



シナリオ2



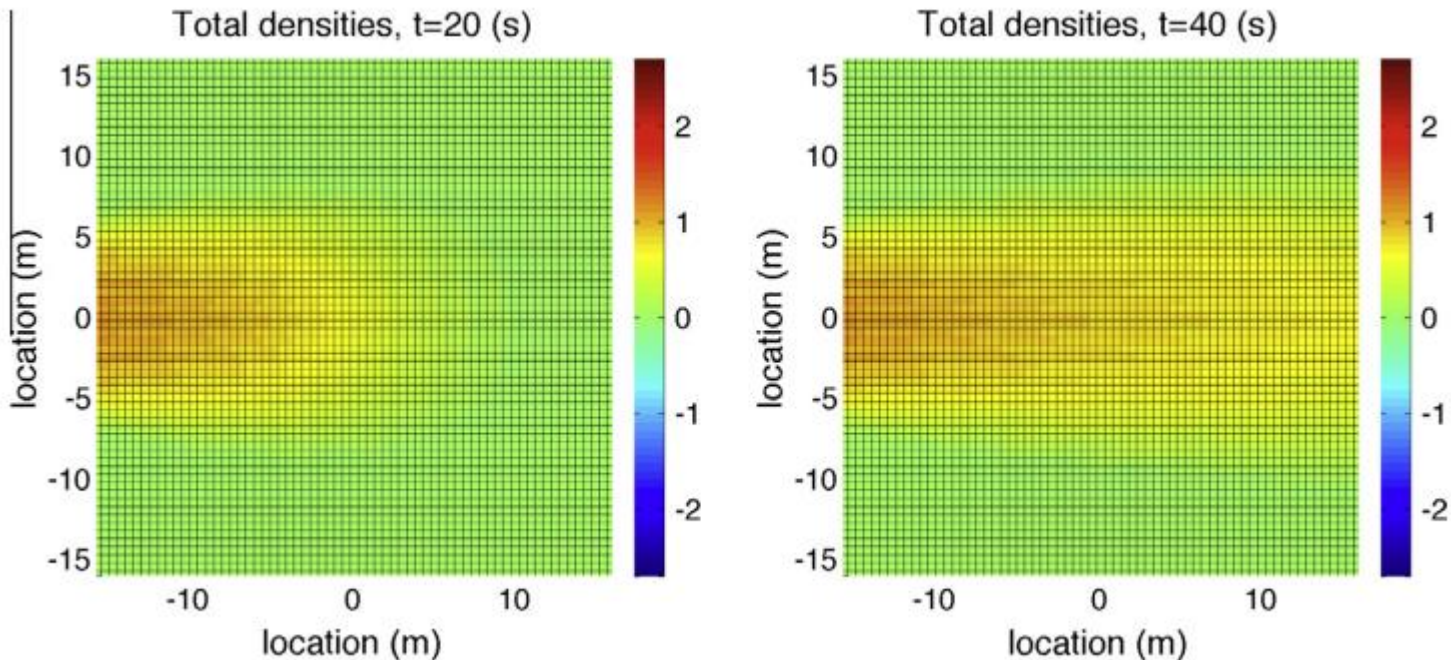
シナリオ3





# 5 Simulation experiments

## ■ Impact of local route choice of flow dispersion



the local choice term  $\varphi_d$  causes dispersion in a lateral sense!!!!  
分散

# 5 Simulation experiments

## ■ Self-organisation characteristics(シナリオ2)

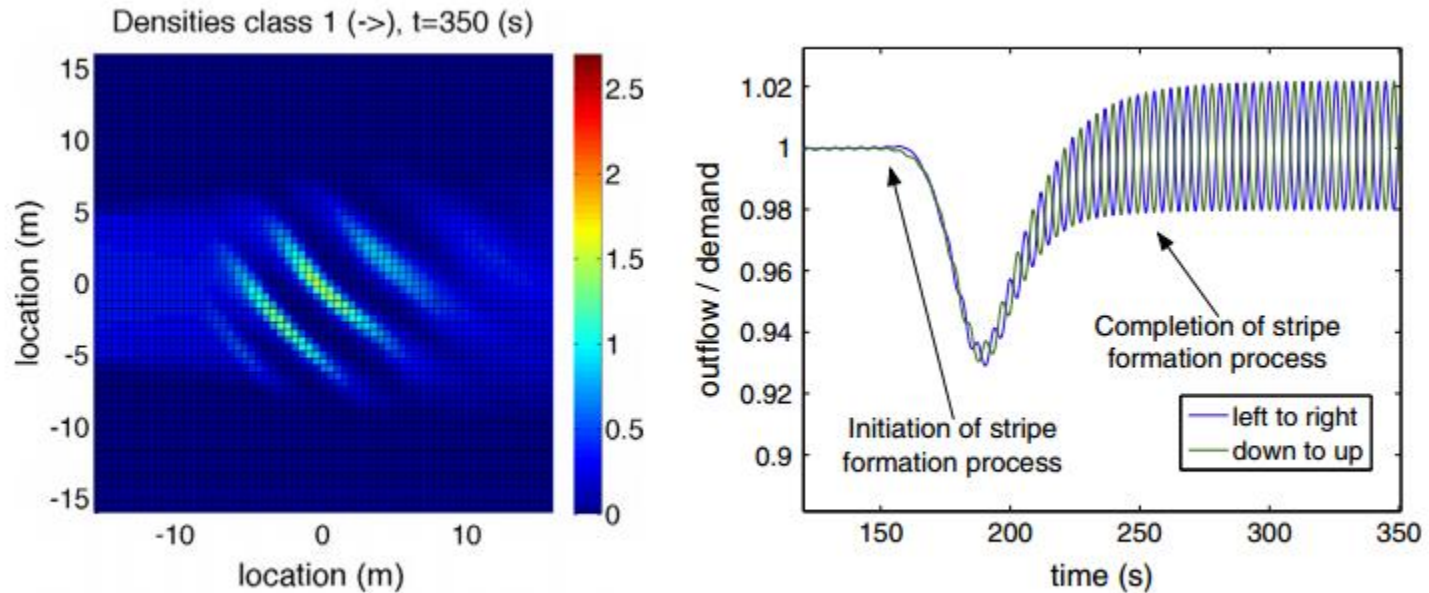


Fig. 4. Density contour plot (left) and scaled outflow rate (right) for crossing flows.

Let us note that we also tested the model without the local route choice. The simulation results do not reveal any type of self-organised patterns, which provides experimental evidence that the self-organisation is indeed caused by local route choice.

# 5 Simulation experiments

## ■ Self-organisation characteristics(シナリオ3)

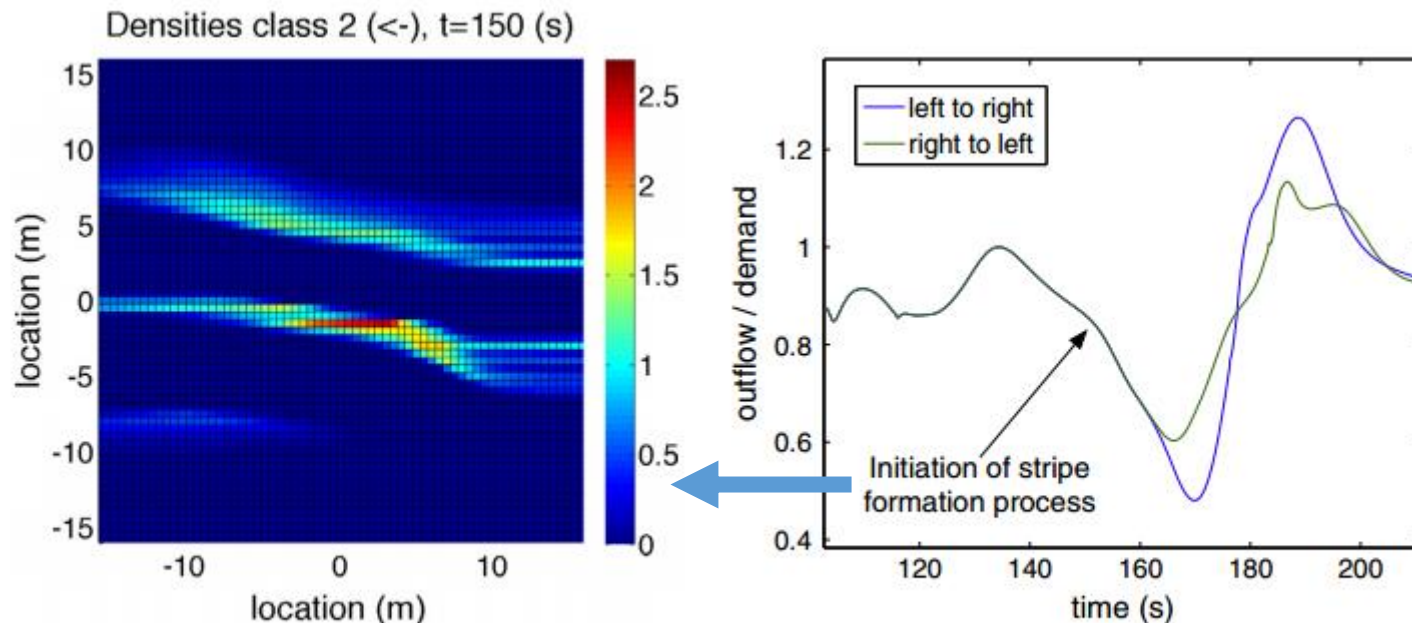


Fig. 5. Density contour plot (left) and scaled outflow rate (right) for bi-directional flows.

The patterns are resemblant of the dynamic lanes that have been shown to form in empirical bi-directional flows. Note that after some time, the situation stabilizes. Without the local route choice, the simulation results do not reveal any type of self-organization.

# 5 Simulation experiments

## ■ Self-organisation characteristics(シナリオ3)

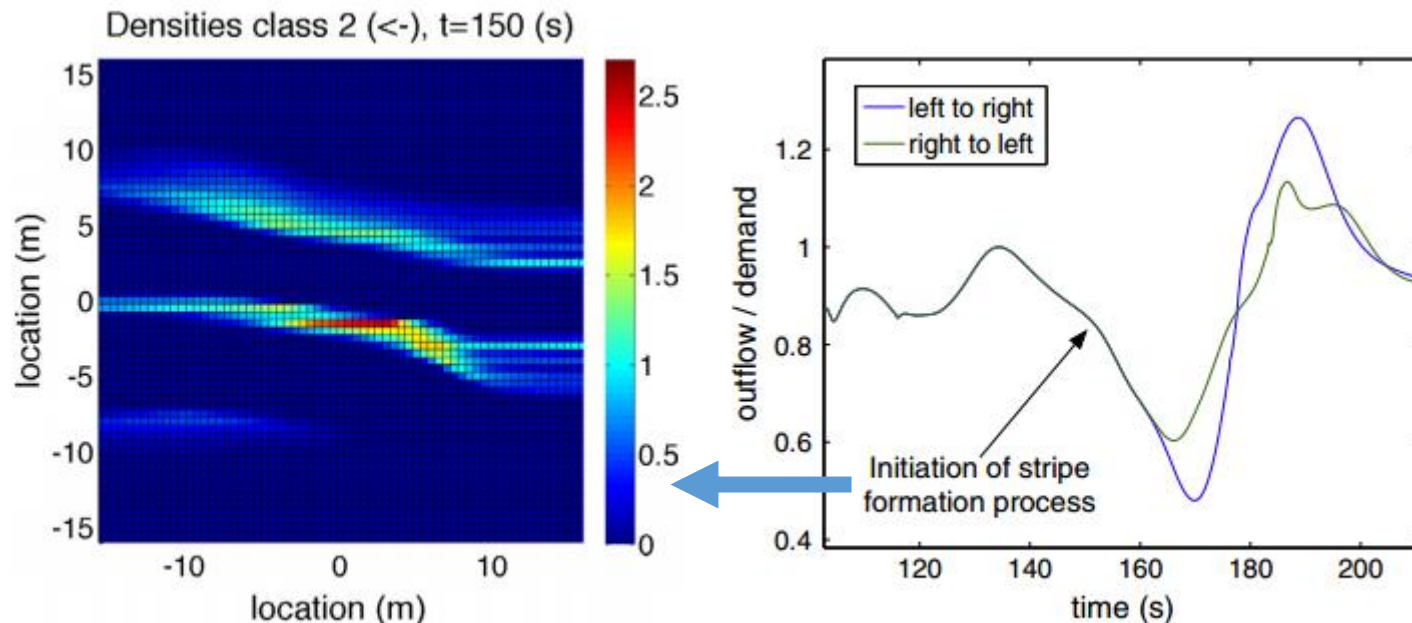


Fig. 5. Density contour plot (left) and scaled outflow rate (right) for bi-directional flows.

The patterns are resemblant of the dynamic lanes that have been shown to form in empirical bi-directional flows. Note that after some time, the situation stabilizes. Without the local route choice, the simulation results do not reveal any type of self-organization.

## ■ Influence of demand on self-organized pattern 歩行者の量を増やすと？

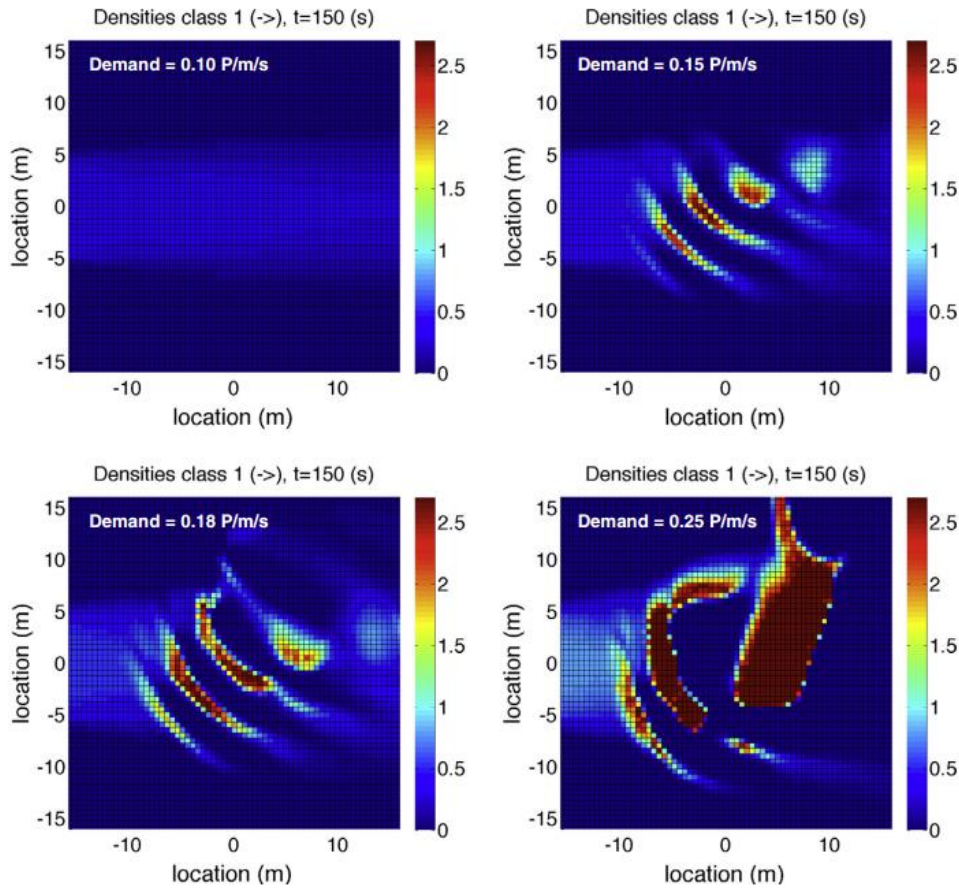


Fig. 6. Density contour plot with different inflow demands.

## 最初から400秒間の平均

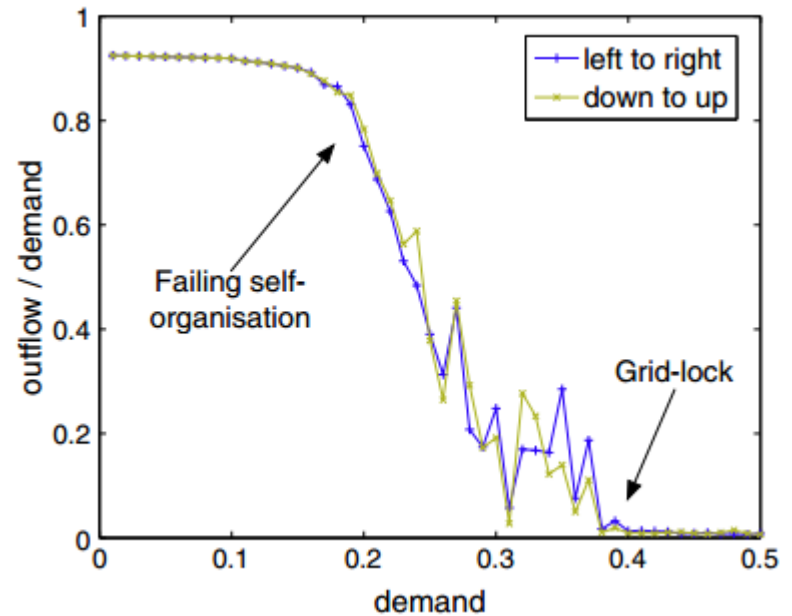


Fig. 7. Average outflow of the area for both walking directions as a function of the demand.

## ■ Influence of weight factors on model behavior

$$\varphi_d^{crowdedness} = \sum_{\delta=1}^D \beta_{\delta} \rho_{\delta}$$

この $\beta_{\delta}$ を変えてみる

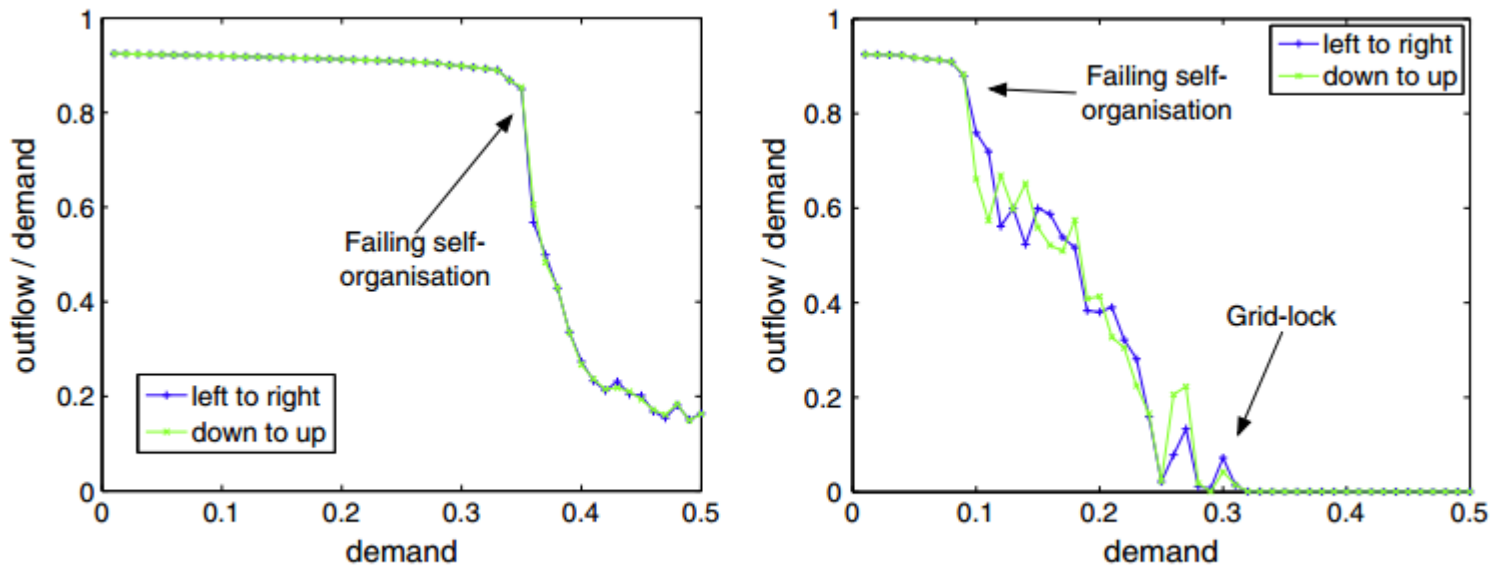


Fig. 8. Relation between demand and normalised outflow for  $\beta_{\delta} = 2$  for  $\delta = d$  (left) and for  $\beta_{\delta} = 8$  for  $\delta = d$ .

たぶんこれまちがってます( $\delta \neq d$ が正しい)

## ■ Influence of delay factor on model behavior

假定

$$\eta_\delta = 1 (\delta = d)$$

$$\eta_\delta = 4 (\delta \neq d)$$

In fact, self-organisation only occurs for demands between say 0.2 P/m/s and 0.3 P/m/s.

The self-organisation of diagonal stripes occurs for a very short period of time, after which it breaks up, and outflow stagnates.

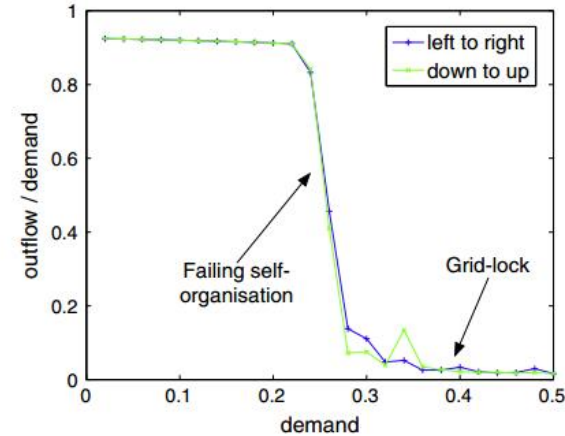


Fig. 9. Relation between demand and outflow for delay factor.

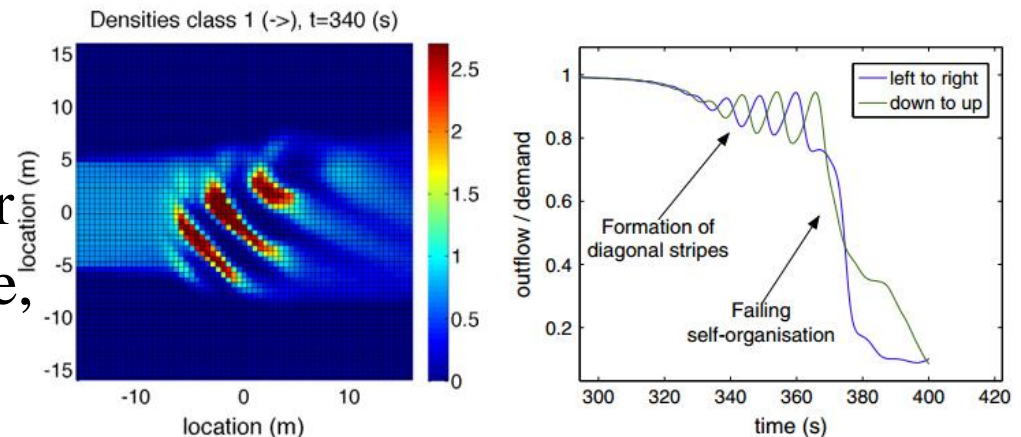


Fig. 10. Self-organisation of diagonal stripes for demand of 0.24 P/m/s.

# 31 Conclusions

- ・巨視的なマルチクラスの歩行者モデルを提案
- ・モデルの基礎は二次元歩行者の保存式
- ・特定の目的地と歩行者である特定のクラスに属する歩行者の速度は、平衡速度 - 密度関係によって与える
  
- ・歩行者の期待に基づいたグローバル経路選択
- ・流れの状態の実勢に基づいたローカル経路選択の記述
  
- ・ローカルルート選択は2つの要素によって支配
- ・ひとつが遅延の増加見込み、もうひとつが移動する歩行者の傾向を反映
  
- ・歩行者は、高濃度の領域から離れて移動
- ・自己組織化パターンを出現
  
- ・混雑や遅延の二つの条件のうちひとつ、またはその両方の組み合わせ、最も現実的な結果をもたらすモデルを決定する必要がある