2016/03/26 春の理論合宿 #6

William S. Vickrey

Congestion theory and transport investment

The American Economic Review, Vol.59, pp.251-260,1969

新M1 庄司

0. 目次

導入

本論

まとめ

1. 交通への投資

新しい交通サービスの評価
→過大または過小評価が起こりがち

正しい評価のためには
→利用者の便益を正しく計上すること

従来，容量拡大の施策が検討・実施されてきた
→間違った結果（逆効果）を生むことがある

本論文では，渋滞（特にボトルネック現象）のメカニズムを定式化し，対策案を検討する

2. 「混雑」の分類

６種の混雑

- [1]Simple interaction
- [2]Multiple interaction
- [3]Bottle neck
- [4]Triggerneck
- [5]Network and control
- [6]General density

2. 「混雑」の分類

[1]Simple interaction

二者が近く衝突リスク回避のための減速が生じる．　低密度の時．

[2]Multiple interaction

交通密度が高い時，容量不足の時

[3]Bottle neck

短い区間が，続く区間と比較して，需要に対して極端に小さい容量しか持っていない場合

[4]Triggerneck

ボトルネックから続く待ち行列が，そのボトルネック区間へ行こうとしていない車両へも直接影響を及ぼす

[5]Network and control

ピーク時の交通量に対しての規制措置（経路制限，信号機等）が平時にかえって逆影響を及ぼす.

[6]General density

長期的な混雑コストは，対象地域内のすべての交通手段，すべての経路を考えた交通密度で測られるべき.

3. 混雑のコストとしての事故

混雑コスト

→１）遅れ　２）事故

２）が混雑コストとして挙げられている理由

混雑→車車間相互作用の増加→事故リスク増加

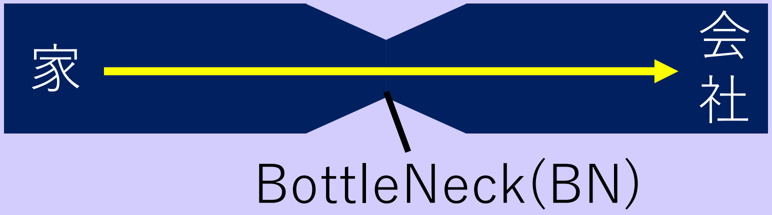
ただし２）定量化が難しい

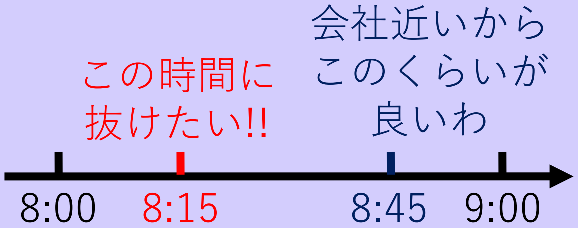
4. ボトルネック緩和のための施策

主な混雑がボトルネック由来，というわけではないが，
深刻な混雑はこれに起因する場合が多く，重要である．
以下，数理的アプローチで説明する．

設定

✤ $N = 7200$(台)の通勤トリップがボトルネックを通過
✤ ボトルネックの「待ち」以外に時間はかからない
✤ 各個人ごとに会社の始業時間が決まっている（遅刻はアカンけど，早く着きすぎるのももったいないなあ）
✤ 各個人は「この時間にBNを脱出できれば始業時間ちょうどに会社に着くことができる」というBN希望通過時刻T^*を持つ
✤ このT_n^*は，8時から9時の間で一様に分布する





4. ボトルネック緩和のための施策

さらに設定

✤ボトルネック容量はv(台/分)

$v_m = \frac{N}{t_b - t_a} = \frac{7200}{60} = 120$(台)より容量$v$が大きければ待ち行列はできない

<u>以下，常に$\mathrm{v} < v_m$（混雑時）を考える</u>

「遅刻ダメ」「早すぎるのもヤダ」を「時間価値」で定量化

✤皆等しく以下の時間価値をもつ

家 $\mathrm{w}_{home} = 2$(cent/minutes)

オフィス(始業時間前) $w_o = w_{pre} = 1$

オフィス(始業時間後) $w_o = w_{late} = 4$

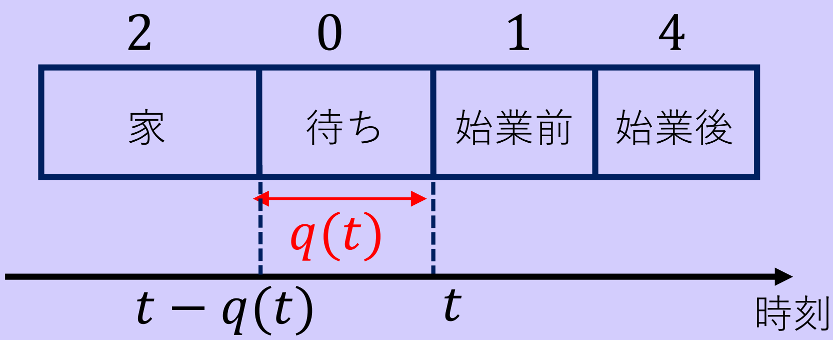
待ち行列 $w_{queue} = 0$

利用者は自分の時間価値を最大化しようとする

4. ボトルネック緩和のための施策

本論文のkeyとなる設定（見通しを良くする）

✤時刻tにBNを抜けるために待ち行列で待たなければならない時間を$q(t)$とする



✤各個人は，自身の時間価値を最大化するようなBN脱出時刻を選択するとする．

✤どう考えても待ち行列が発生して$q(t)$が生じるので，（非混雑時の）希望BN脱出時刻T_n^*に合わせればよいとは言いきれない．

4. ボトルネック緩和のための施策

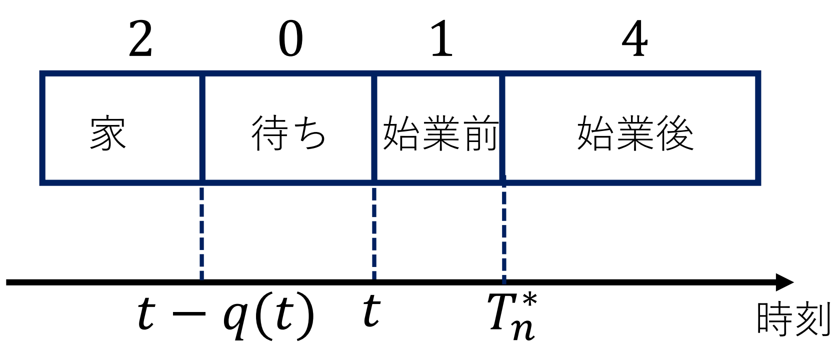
個人の戦略としては以下の２パターン
1)T_n^*を過ぎてもいいから，家に長くいるor少し遅れる
2)家をはやめにでてT_n^*に間に合うようにする
これが，予測される待ち行列の程度$q(t)$の塩梅で決定される
これを定量化すると，BNを時刻tに脱出する時の時間価値は

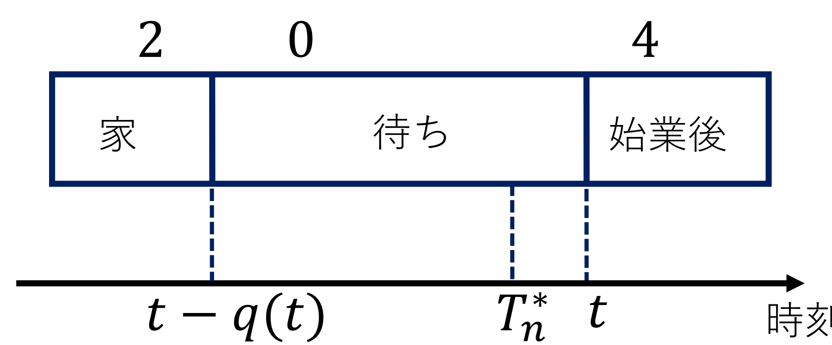
$t < T_n^*$のとき

$$2 \times \left(t - q(t)\right) + 0 \times q(t) + 1 \times (T_n^* - t) + 4 \times (-T_n^*)$$
$$= t - 2q(t) - 3T_n^*$$

$t > T_n^*$のとき

$$2 \times \left(t - q(t)\right) + 0 \times q(t) + 4 \times (-t)$$
$$= -2t - 2q(t)$$





(1) $t < T_n^*$のとき $t - 2q(t) - 3T_n^*$
(2) $t > T_n^*$のとき $-2t - 2q(t)$

✤利用者の最適化行動の一階条件は,
(1)$t^* < T_n^*$のとき $q'(t^*) = 0.5$
(2)$t^* > T_n^*$のとき $q'(t^*) = -1$ (☆)

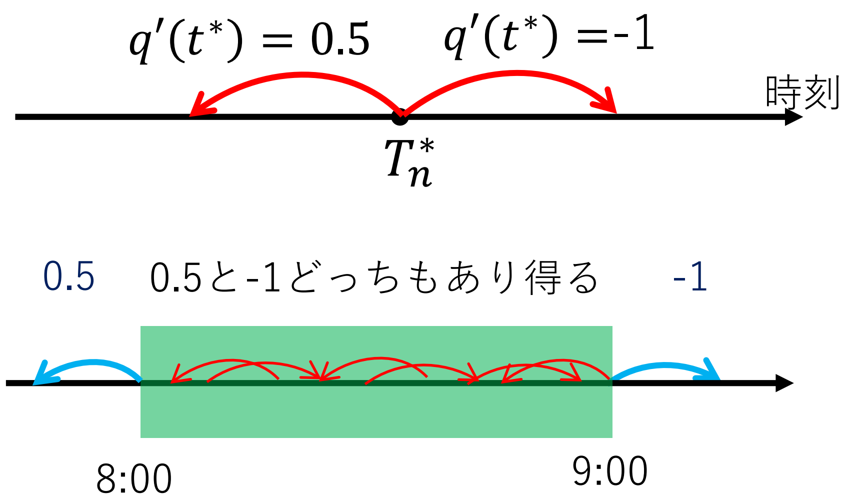
✤最適解はすべて(☆)を満たすはずである．さらにいうと，初めの通勤者がBNを通過してから，最後の通勤者がBNを通過し終えるまでの任意の時刻は誰かの最適解であるから，その間の任意のtに対して $q'(t) = 0.5$ または $q'(t) = -1$である．

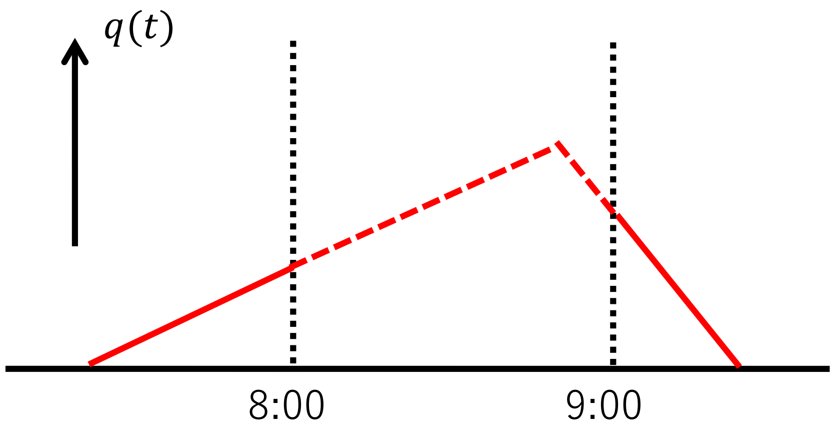
4. ボトルネック緩和のための施策

(1) $t^* < T_n^*$のとき $q'(t^*) = 0.5$
(2) $t^* > T_n^*$のとき $q'(t^*) = -1$
(☆)

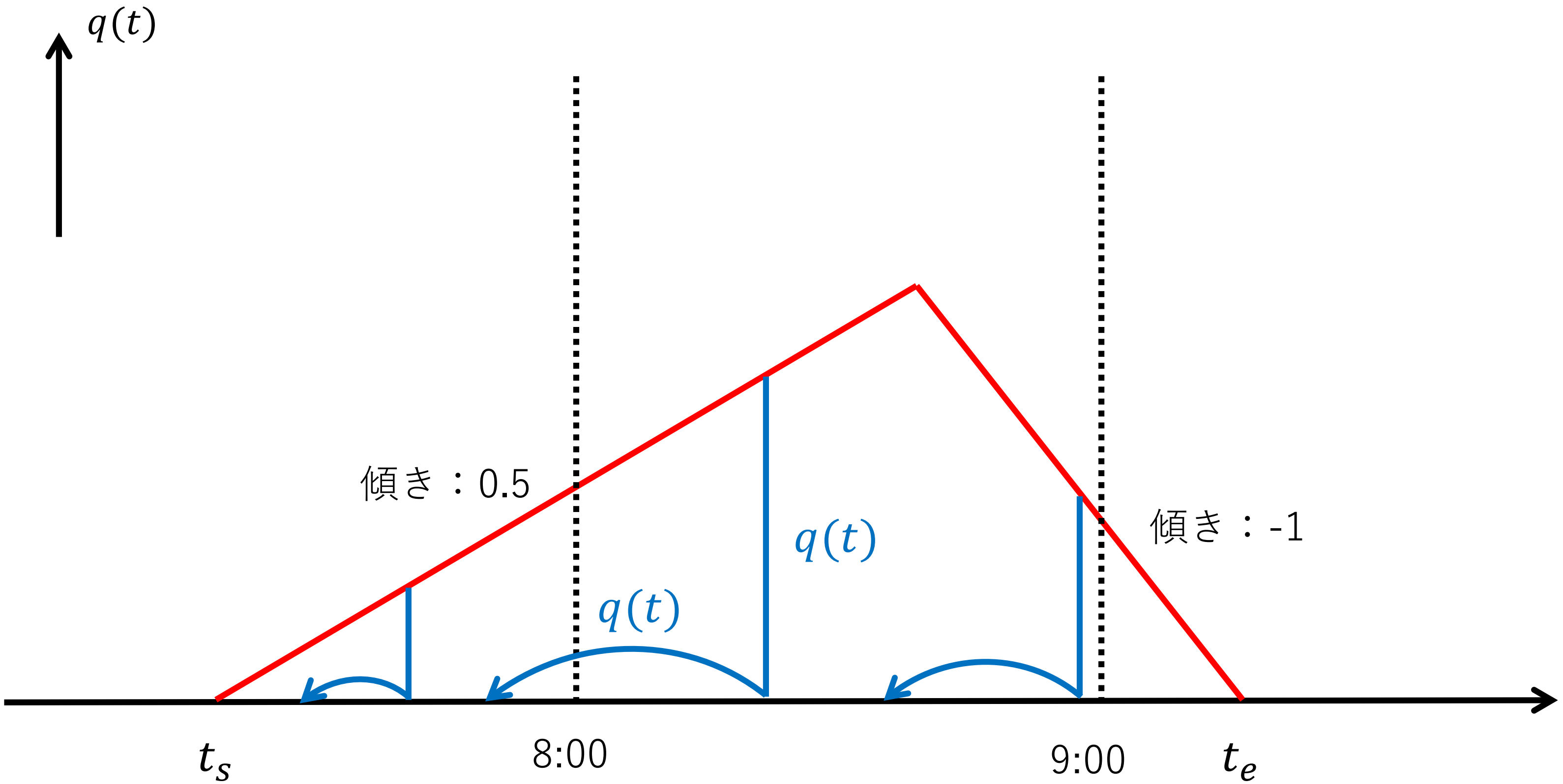
任意のtに対して $q'(t) = 0.5$ または $q'(t) = -1$

これより，適切な$q(t)$の形を推測していく
✤（☆）を以下のように解釈する



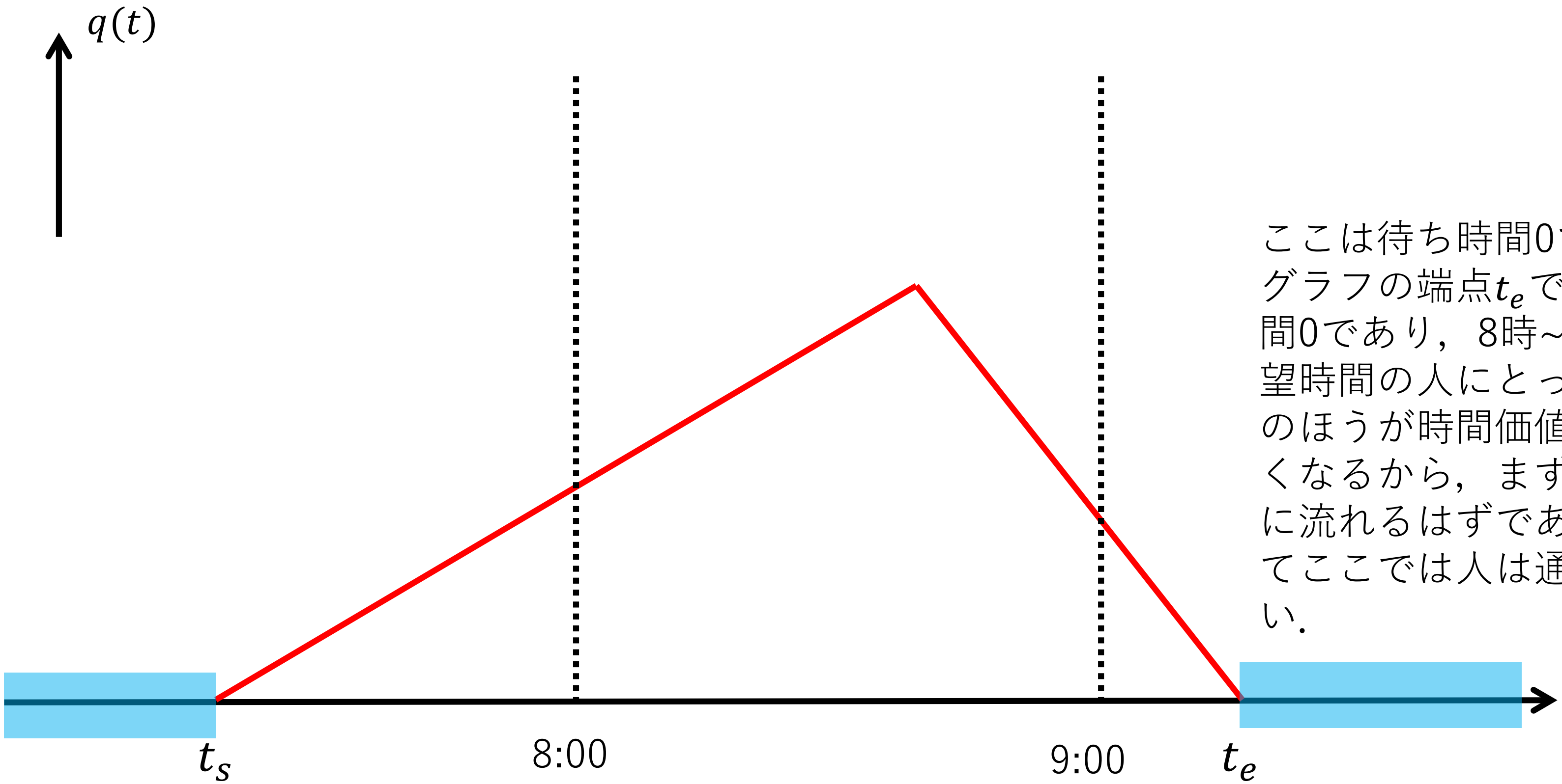


✤$t-q(t)$グラフの解釈
（確認）時刻tに出発するためには$q(t)$を待ち行列で過ごさねばならない



tに脱出したい人は$t-q(t)$から並んでいる

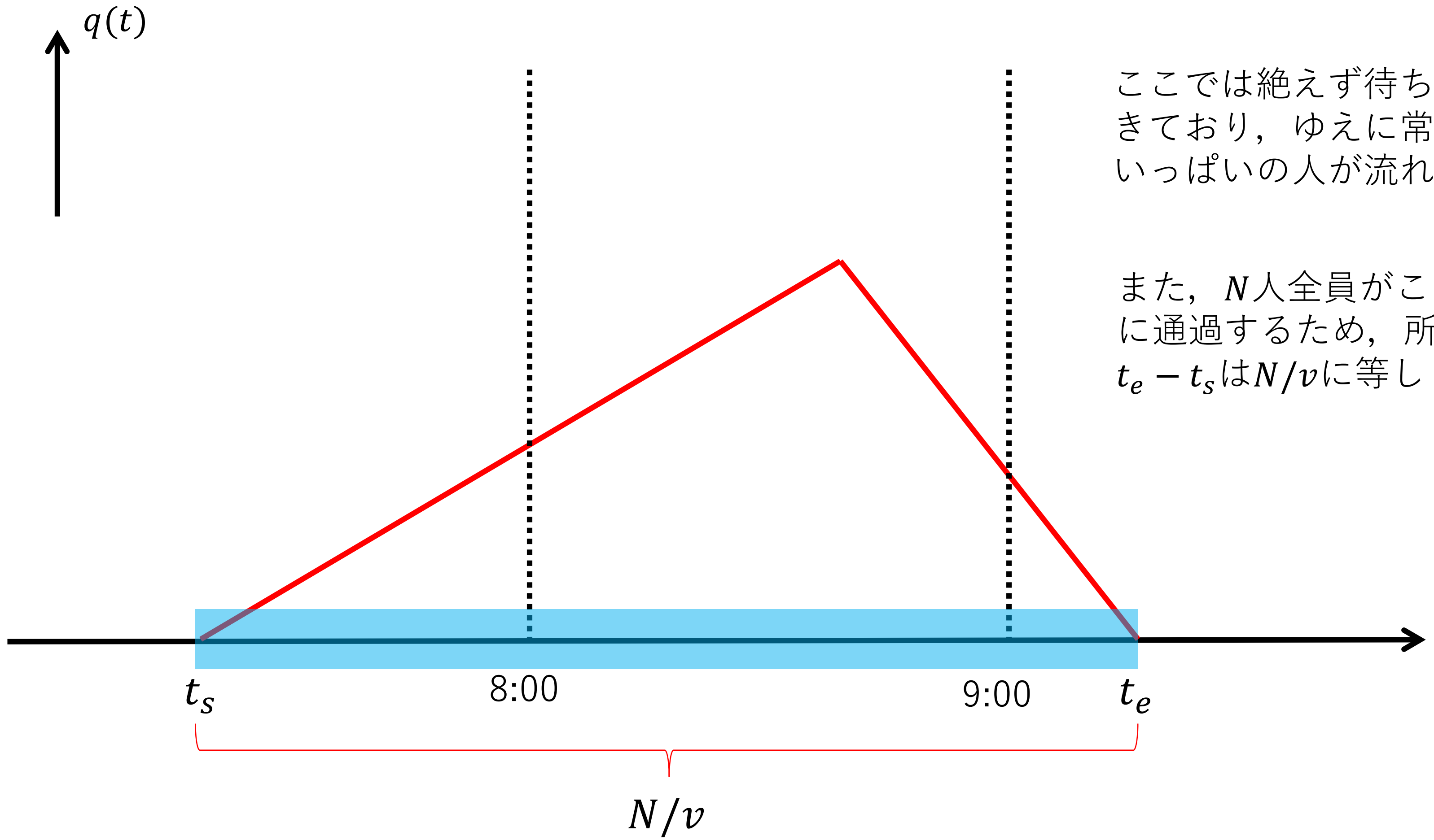
✤$t-q(t)$グラフの解釈
（確認）時刻tに出発するためには$q(t)$を待ち行列で過ごさねばならない



ここは待ち時間0であるが，グラフの端点t_eでも待ち時間0であり，8時~9時が希望時間の人にとってはt_eのほうが時間価値は必ず高くなるから，まずはそっちに流れるはずである．よってここでは人は通っていない．

✤$t-q(t)$グラフの解釈

（確認）時刻tに出発するためには$q(t)$を待ち行列で過ごさねばならない

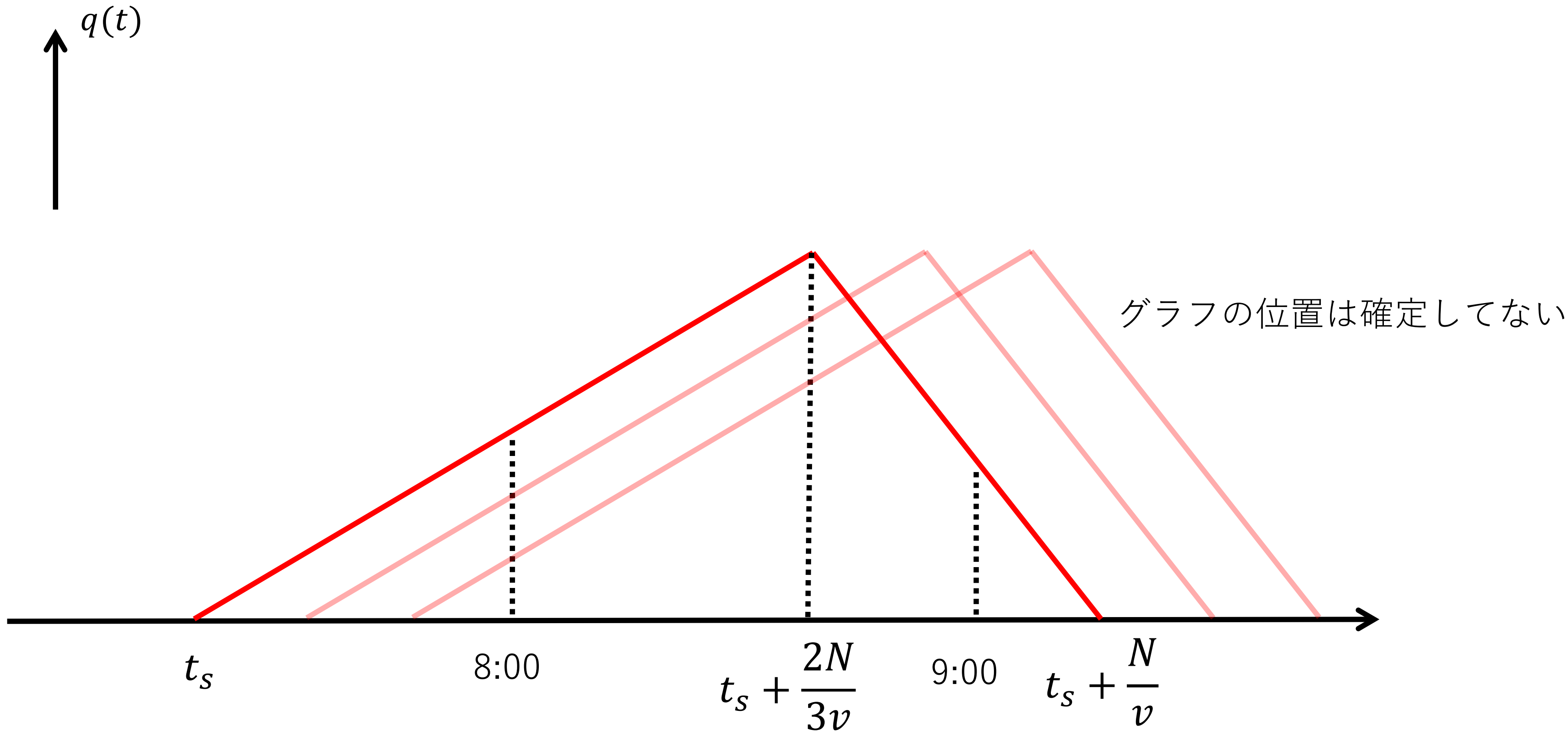


ここでは絶えず待ち行列ができており，ゆえに常に容量vいっぱいの人が流れ続ける

また，N人全員がこの時間内に通過するため，所要時間$t_e - t_s$はN/vに等しくなる

✤$t-q(t)$グラフの解釈

（確認）時刻tに出発するためには$q(t)$を待ち行列で過ごさねばならない



✤グラフを確定させるために，個人の行動に立ち返る

4. ボトルネック緩和のための施策

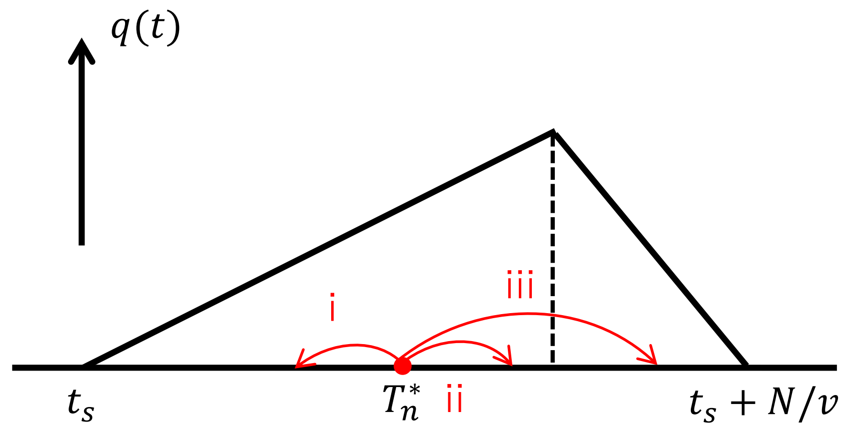
✤一階条件を満たす$q(t)$のもとで，個人の最適脱出時間を精査

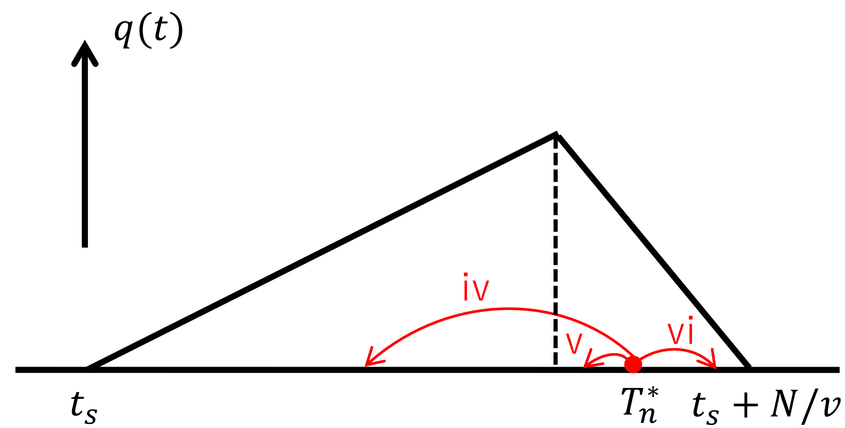
(1) $t < T_n^*$のとき $t - 2q(t) - 3T_n^*$
(2) $t > T_n^*$のとき $-2t - 2q(t)$

$$q(t) = \begin{cases} 0.5(t - t_s) & if\ t < t_s + 2N/3v \\ -(t - t_s - \frac{N}{v}) & if\ t > t_s + 2N/3v \end{cases}$$

時間価値は,

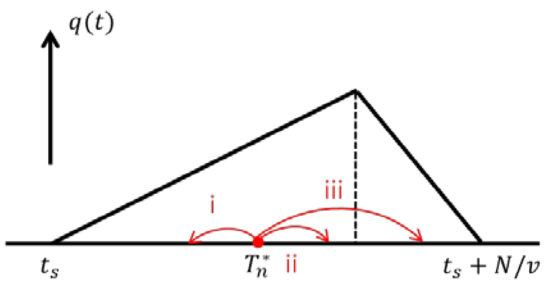
i) $t_s - 3T_n^*$
ii) $-3t + t_s$
iii) $-2t_s - \frac{2N}{v}$
iv) $t_s - 3T_n^*$
v) $3t - 2t_s - 3T_n^* - \frac{2N}{v}$
vi) $-2t_s - \frac{2N}{v}$





4. ボトルネック緩和のための施策

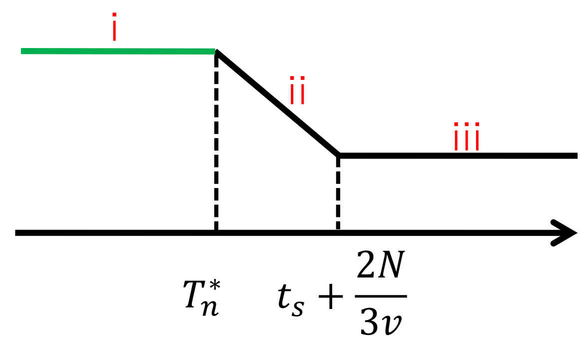
✤一階条件を満たす$q(t)$のもとで，個人の最適脱出時間を精査



i) $t_s - 3T_n^*$

ii) $-3t + t_s$

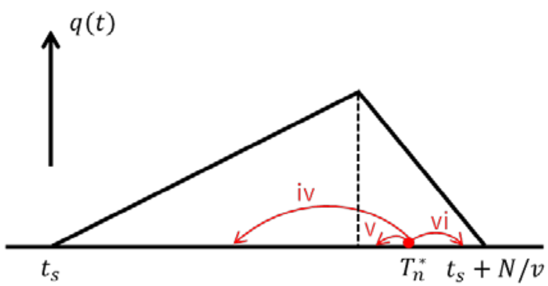
iii) $-2t_s - \frac{2N}{v}$



最大！

というか，ここの間

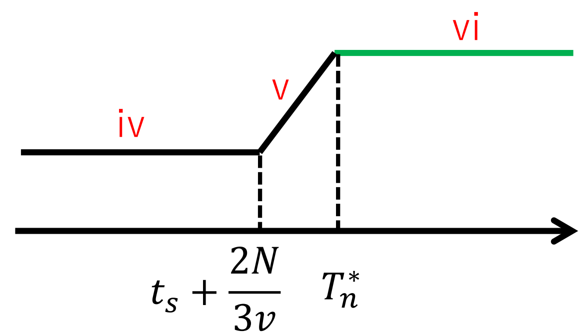
ならいつでもよい



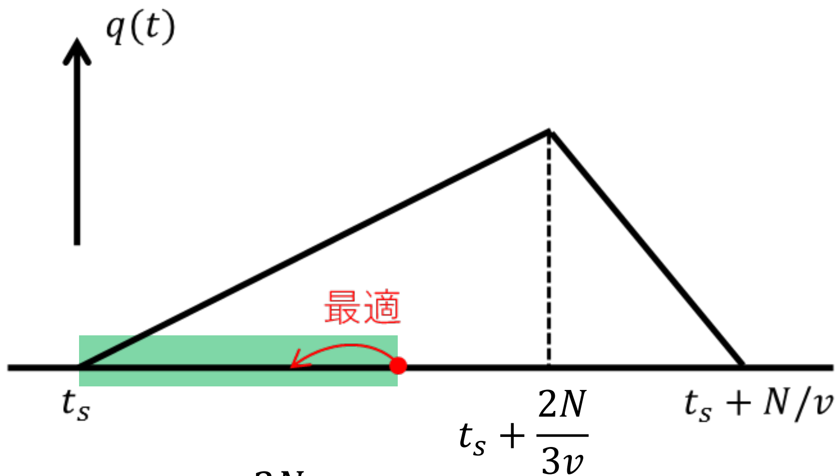
iv) $t_s - 3T_n^*$

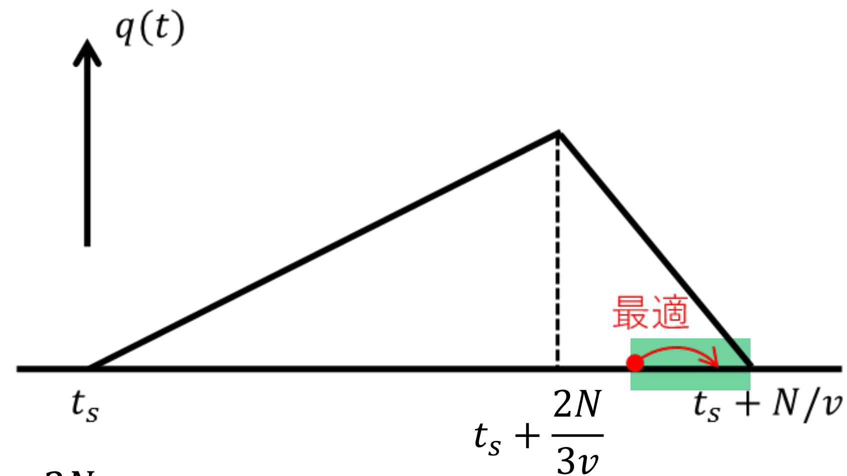
v) $3t - 2t_s - 3T_n^* - \frac{2N}{v}$

vi) $-2t_s - \frac{2N}{v}$



✤一階条件を満たす$q(t)$のもとで，個人の最適脱出時間を精査





✤T_n^*が$t_s + \frac{2N}{3v}$以下ならT_n^*以前，T_n^*が$t_s + \frac{2N}{3v}$以上ならT_n^*以降の時刻に脱出できさえすれば，最適である．（★）

✤（★）⇒ $t_s \sim t_s + \frac{N}{v}$で脱出する人の$T_n^*$は必ず$t_s \sim t_s + \frac{N}{v}$であり，$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$で脱出する人の$T_n^*$は$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$である

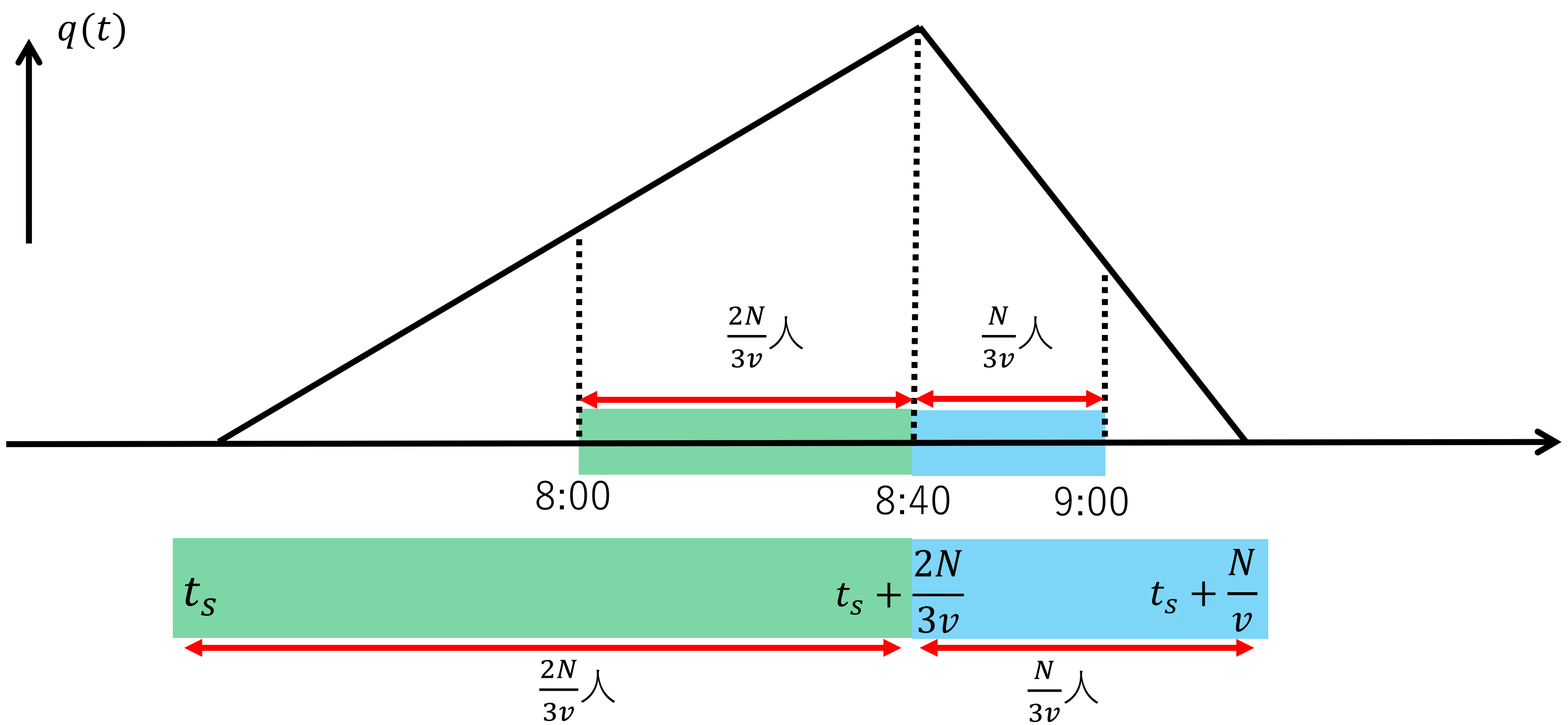
✤$t_s \sim t_s + \frac{N}{v}$の間では，常に容量いっぱいの$v$だけ脱出している⇒$t_s \sim t_s + \frac{2N}{3v}$では$\frac{2N}{3}$だけ，$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$では$\frac{N}{3}$だけ脱出

4. ボトルネック緩和のための施策

$t_s \sim t_s + \frac{N}{v}$で脱出する人の$T_n^*$は必ず$t_s \sim t_s + \frac{N}{v}$であり，
$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$で脱出する人の$T_n^*$は$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$である

$t_s \sim t_s + \frac{2N}{3v}$では$\frac{2N}{3}$だけ，$t_s + \frac{2N}{3v} \sim t_s + \frac{N}{v}$では$\frac{N}{3}$だけ脱出

✤グラフの位置が定まる！！



✤混雑税を導入する
先ほどのモデルで，
１）待ち行列無し ⇔ q(t)=0　２）結果が変わらない
が満たされる場合を求める

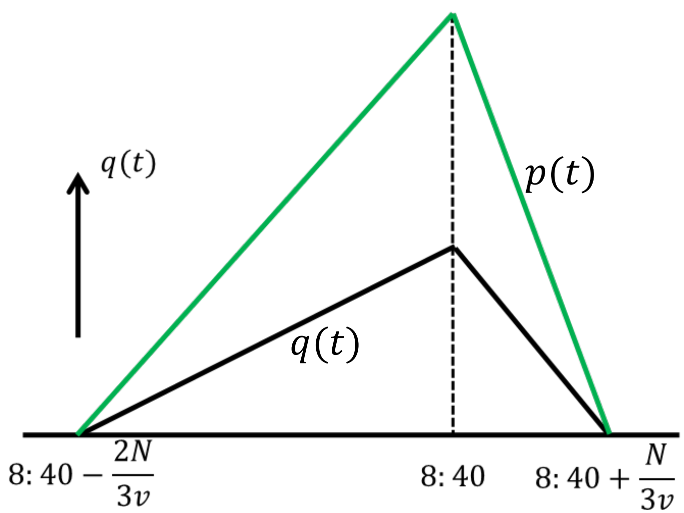
$p(t)$を時間帯別の課金金額とする

$t < T_n^*$のとき $t - 2q(t) - 3T_n^*$
$t > T_n^*$のとき $-2t - 2q(t)$

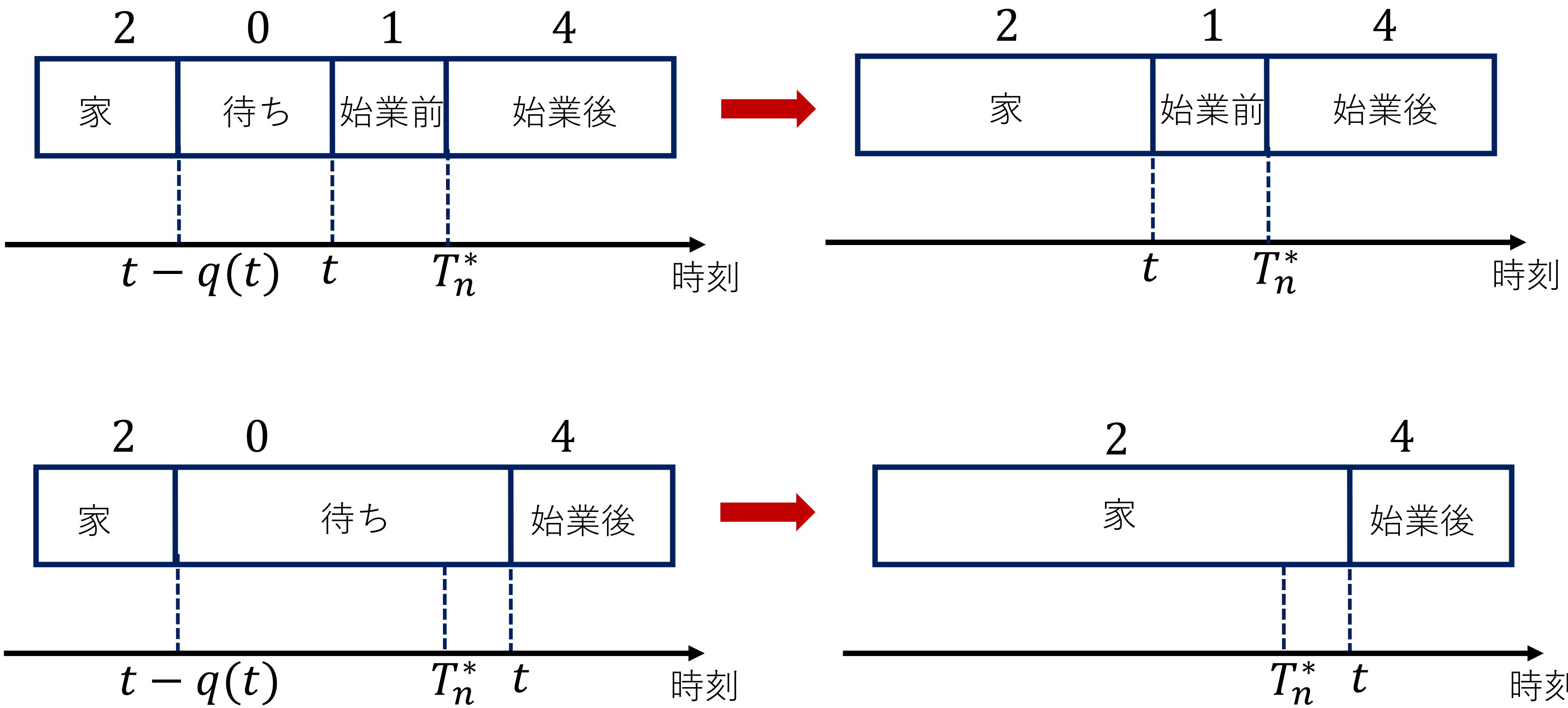
→

$t < T_n^*$のとき $t - 3T_n^* - p(t)$
$t > T_n^*$のとき $-2t - p(t)$

✤個人の行動を課金前と同じにするためには，$2q(t) = p(t)$とすれば十分であることがわかる



✤課金による個人の総時間価値の変化



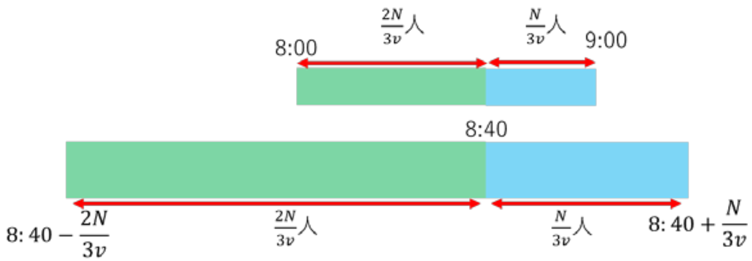
✤待ち行列のコスト＝$2q(0)$　が定性的に理解できよう

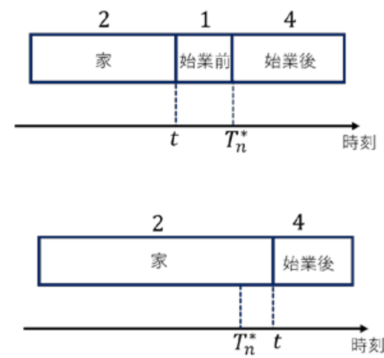
4. ボトルネック緩和のための施策

混雑費用（混雑がもたらすコストの総和）

1）到着時間の変位によるコスト

→課金では変化せず，容量の拡幅により改善できる

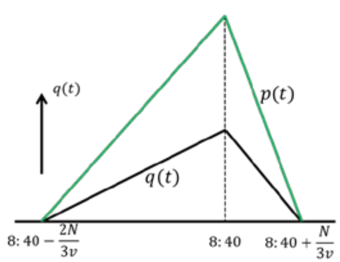




$$\frac{2N}{3}\frac{\left(8{:}00-\left(8{:}40-\frac{2N}{3v}\right)\right)}{2}(2-1)+\frac{N}{3}\frac{\left(\left(8{:}40+\frac{N}{3v}\right)-9{:}00\right)}{2}(4-2)=\frac{N}{3}\left(\frac{N}{v}-60\right)$$

2）待ちコスト

→課金により無くなり，元のコスト＝税収となる



$$\int 2q(t)\times v dt=2v\left(\frac{1}{2}\times\frac{N}{v}\times\frac{N}{3v}\right)=\frac{N^2}{3v}$$

4. ボトルネック緩和のための施策

容量を動かす

Table 1

Capacity (cars per minute)	Equivalent Number of Lanes	Duration of Queue or Toll (minutes)	Maximum Wait in Queue (minutes)	Average Toll Rate (cents)	Congestion Cost ($/day)		
					Displaced Arrival +	Waiting in Queue (=toll rev.) =	Total without Pricing
50	1.67	144.00	48.00	48.00	2016	3456	5472
60	2.00	120.00	40.00	40.0	1440	2880	4320
70	2.33	102.9	34.29	34.3	1029	2469	3498
80	2.67	90.0	30.00	30.0	720	2160	2880
90	3.00	80.0	26.67	26.7	480	1920	2400
100	3.33	72.0	24.00	24.0	288	1728	2016
110	3.67	65.6	21.91	21.9	131	1571	1708
115	3.83	62.6	20.87	20.9	63	1503	1566
118	3.93	61.0	20.33	20.3	24	1464	1488
119	3.97	60.5	20.17	20.2	12	1452	1464
119.999	4.00−	60.0	20.00	20.0	0.12	1440	1440
120.001	4.00+	0	0	0	0	0	0

$2000

$4000

$1920減

$4320減

到着遅れ　総待ち時間　混雑費用

↓

課金時の歳入

- 容量を30増やすのに$2000かかるとする
- 容量を増やす施策は高々$320のプラス
- プライシングで，混雑費用を2/3 ($4320→$1440) となり，さらに$2880の歳入が得られる

まとめ

容量拡大だけの実施は適切ではない

ボトルネックを通過するルートに代替ルートがある場合,
ボトルネック容量を拡大しても，代替ルートからの転換
が起こり，待ち行列が解決しない問題がある

“Traffic often behaves like population”

人口増加が「窮乏と飢餓」以外では止まらないならば,
「窮乏と飢餓」が起こるまで人口は増える.
交通需要・「混雑と遅れ」として対応させることができよう

プライシングは貧困者を差別する？

本当に貧しくて，ピーク時に混雑した道路を毎日運転しなければいけないような人は，極まれであり無視できる.
混雑コストを考えれば，補助金を考えた方が良いかもしれない

時間価値のvariation（同時点の異なる人/同一人物の異時点）

表現できていない
プライシング分析に必須ではないが重要だろう

まとめ

需要自体の変化

実際は，待ち行列の発生により，個人のタイミングが移動するだけではなく，移動需要自体にも影響を及ぼすだろう（交通需要の弾性）

また，課税や容量拡大等の施策によっても需要は変わる

単一ボトルネックのみの表現

複数ボトルネックへの拡張は難しく課題であるが，
近年ではKuwahara(1990), Akamatsu et al. (2015)などがある
この場合，複数均衡解の解析的導出がネックとなる

まとめ

なぜそもそも待つのか？

課税した場合の行動を，課税なしの状態でとる方がよさそうだが？
⇒個人の時間価値最適化を考えると，そのような状態にはならない（均衡点じゃない）

本論文を一言で表すと

ボトルネック混雑を考慮した

動学的な交通均衡モデル（出発時刻選択モデル）の提案