2016/5/18（水）
BinN理論談話会＠409

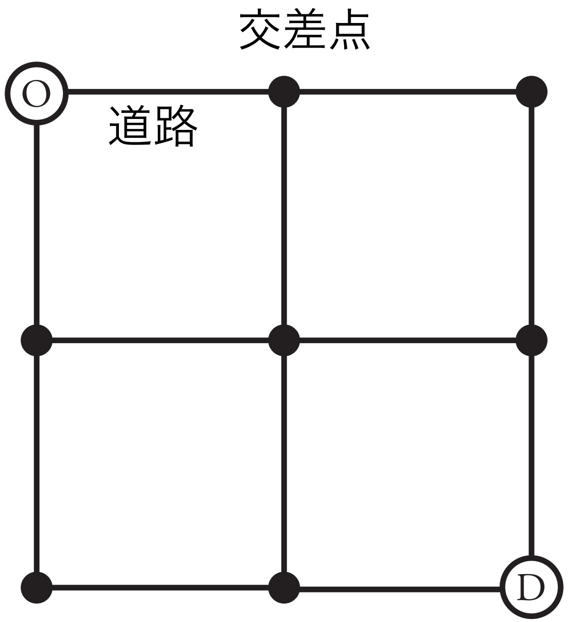
経路選択モデルのレビュー

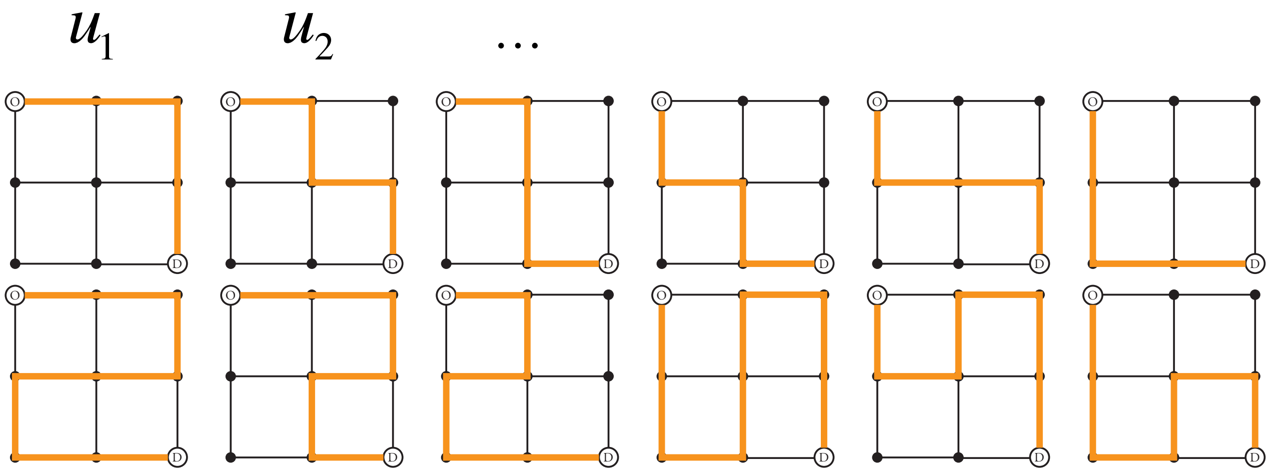
D3　大山雄己

はじめに

経路選択モデルと選択肢集合

起点(O)から終点(D)に至るまでに利用するルートを選択





$$i = \underset{i \in C}{\mathrm{argmax}}\{u_i\}$$

経路選択肢は12：実ネットワークでは**列挙不可能**

※n×nの格子経路数: 12 (n=2), 184 (n=3), 8,512 (n=4), 1,262,816 (n=5),…

はじめに

Pre-trip / En-route model

1. Pre-trip 型経路選択モデル

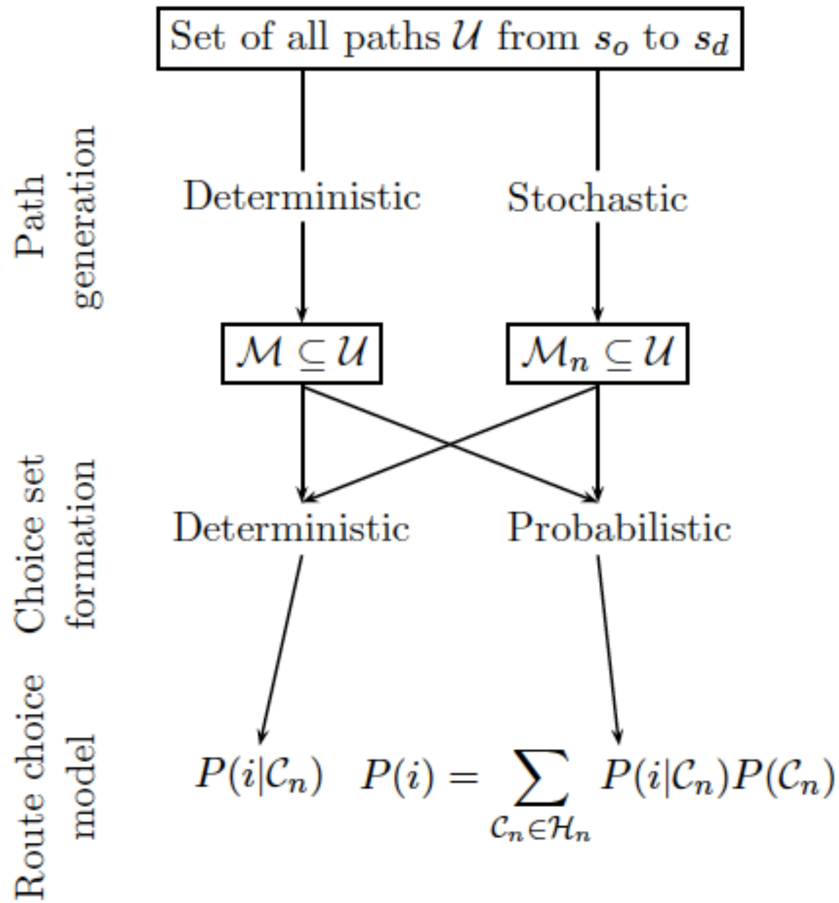
出発前にネットワーク情報を入手しているという仮定に基づいてOD間経路の選択を行なう.
→ **経路集合を明示的に定める**

2. En-route 型経路選択モデル

交差点に立つ度に，逐次的にリンクを選択していく.
→ **明示的な経路列挙を必要としない**

Pre-trip型経路選択モデル

選択肢集合の生成手法



確定的方法：

- K番目最短経路探索 (Eppstein, 1998)
  K番目までの最短経路を選択肢集合とする
- Link elimination (Azevedo et al., 1993)
  基準を満たさない経路を削除していく
- Branch-and-bound (Prato and Bekhor , 2006)
  制約条件を満たす範囲でリンクツリーを網羅的に列挙
- Labeling 法 (Ben-Akiva et al., 1984)
  経路長以外でいろいろ最小コスト比較

確率的方法：

- 選択肢のサンプリング補正
  : Frejinger et al. (2009)
- MCMCアプローチ
  : Flotterod and Bierlaire (2013)

Pre-trip型経路選択モデル

選択肢のサンプリング

- 無数ある経路から，サンプリングによって選択肢集合を生成する（例：目的地サンプリング）
- サンプリングバイアス補正項 $\ln q(\mathscr{C}_n|j)$ を入れたMNLによって選択確率を定式化

$$P(i|\mathscr{C}_n) = \frac{e^{\mu V_{in} + \ln q(\mathscr{C}_n|i)}}{\sum_{j \in \mathscr{C}_n} e^{\mu V_{jn} + \ln q(\mathscr{C}_n|j)}} = \frac{e^{\mu V_{in} + \ln\left(\frac{k_{in}}{q(i)}\right)}}{\sum_{j \in \mathscr{C}_n} e^{\mu V_{jn} + \ln\left(\frac{k_{jn}}{q(j)}\right)}}$$

- 補正項はどのように定式化すればいいのか？

Pre-trip型経路選択モデル

選択肢のサンプリング

- サンプリングバイアス補正項 $\ln q(\mathscr{C}_n|j)$
- 経路iを含む選択肢集合 $\mathscr{C}_n$ のサンプリング確率は以下.

（R回で経路jがそれぞれkjn回取り出される確率）

$$q(\mathscr{C}_n|i) = \frac{R_n!}{\frac{1}{k_{in}}\prod_{j\in\mathscr{C}_n} k_{jn}!}\frac{1}{q(i)}\prod_{j\in\mathscr{C}_n} q(j)^{k_{jn}} = K_{\mathscr{C}_n}\frac{k_{in}}{q(i)}$$

$$K_{\mathscr{C}_n} = \frac{R_n!}{\prod_{j\in\mathscr{C}_n} k_{jn}!}\prod_{j\in\mathscr{C}_n} q(j)^{k_{jn}}$$

- 結局 q(i)に基づく→q(i)をどのように定式化するか？

Pre-trip型経路選択モデル

選択肢のサンプリング

重み付きランダムウォーク

1. 初期化：起点ノードを定める
2. 接続リンク $\ell = (v, w)$ の迂回度による重み計算：

Kumaraswamy 分布

迂回度 $$x_\ell = \frac{SP(v, s_d)}{C(\ell) + SP(w, s_d)}$$ **重み** $$\omega(\ell | b_1, b_2) = 1 - (1 - x_\ell^{b_1})^{b_2}$$

3. リンクのサンプリング確率 $$q(\ell | \mathscr{E}_v, b_1, b_2) = \frac{\omega(\ell | b_1, b_2)}{\sum_{m \in \mathscr{E}_v} \omega(m | b_1, b_2)}$$
4. リンクサンプリング
5. 終点ノードまでステップを繰り返す.

経路jのサンプリング確率： $$q(j) = \prod_{\ell \in \Gamma_j} q(\ell | \mathscr{E}_v, b_1, b_2)$$

Pre-trip型経路選択モデル

Metropolis-Hasting Algorithm

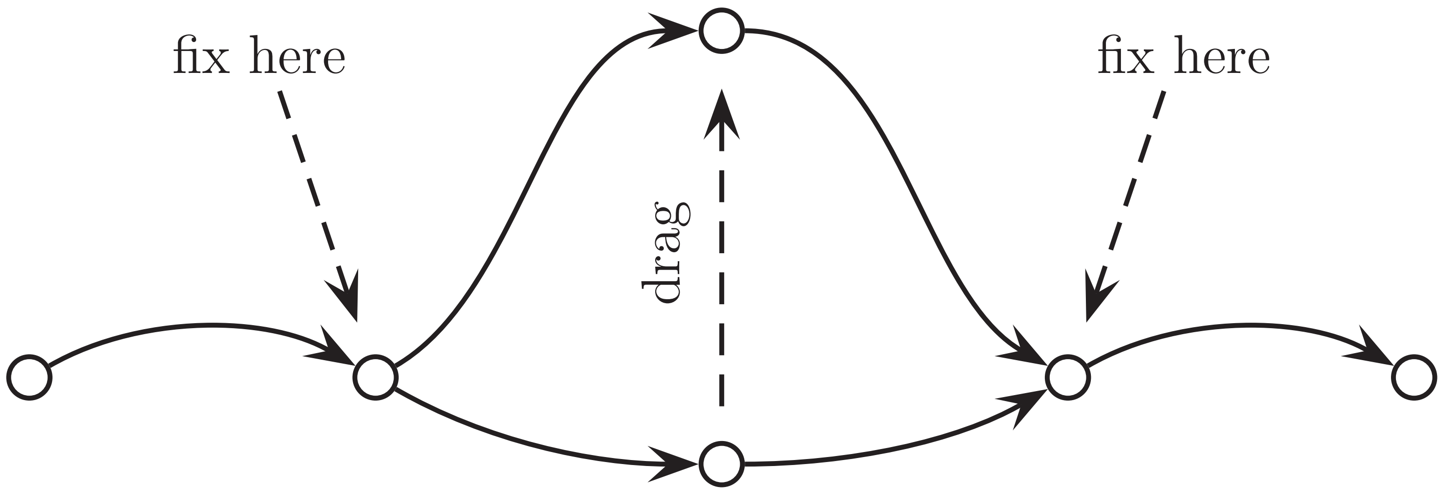


Fig. 1. “Rubber band”-like variation of a path.

- 二箇所の固定点(fix)を選定
- 一箇所の移動点を選定し，新しいポジションに移動(drag)
- すなわち，輪ゴム(rubber band)のように経路を変位させるが，その変位がネットワーク上に制限される

Pre-trip型経路選択モデル

経路の重複・相関

経路の相関構造を記述

- Link-Nested logit (CNL): Vovsha and Bekhor (1998)
- Paired Combinatorial logit (PCL): Chu (1989)
- Error Component model (EC): Bekhor et al. (2002)
- Multinomial probit (MNP): Daganzo and Sheffi (1977)

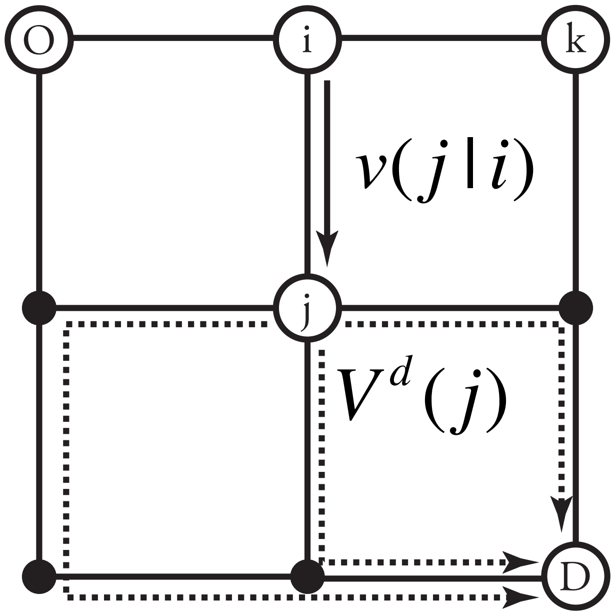
経路の重複による魅力度低下を考慮

- C-logit: Cascetta et al. (1996)
- Path-Size logit: Ben-Akiva and Bierlaire (1999)

$$\mathrm{PS}_{in} = \sum_{a \in \Gamma_i} \frac{L_a}{L_i} \frac{1}{\sum_{j \in \mathcal{C}_n} \delta_{aj}},$$

En-route型経路選択モデル

逐次リンク選択モデル



ノードiからjに遷移する効用：

$$u(j\,|\,i) = v(j\,|\,i) + V^d(j) + \varepsilon(j)$$

$v(j\,|\,i)$ ：リンク(i,j)の効用の確定項

$V^d(j)$ ：ノードjからDまでの期待効用

入れ子（再帰的）構造を利用

Dial(1971), Bell(1995), Akamatsu(1996)

選択肢集合列挙の必要性を回避

En-route型経路選択モデル

Recursive Logit model by Fosgerau et al. (2013)

誤差項：ガンベル分布

$$u_n(a|k) = \boxed{v_n(a|k)} + \mu\varepsilon_n(a) \boxed{+ V_n^d(a)} \quad \text{価値関数} \tag{1}$$

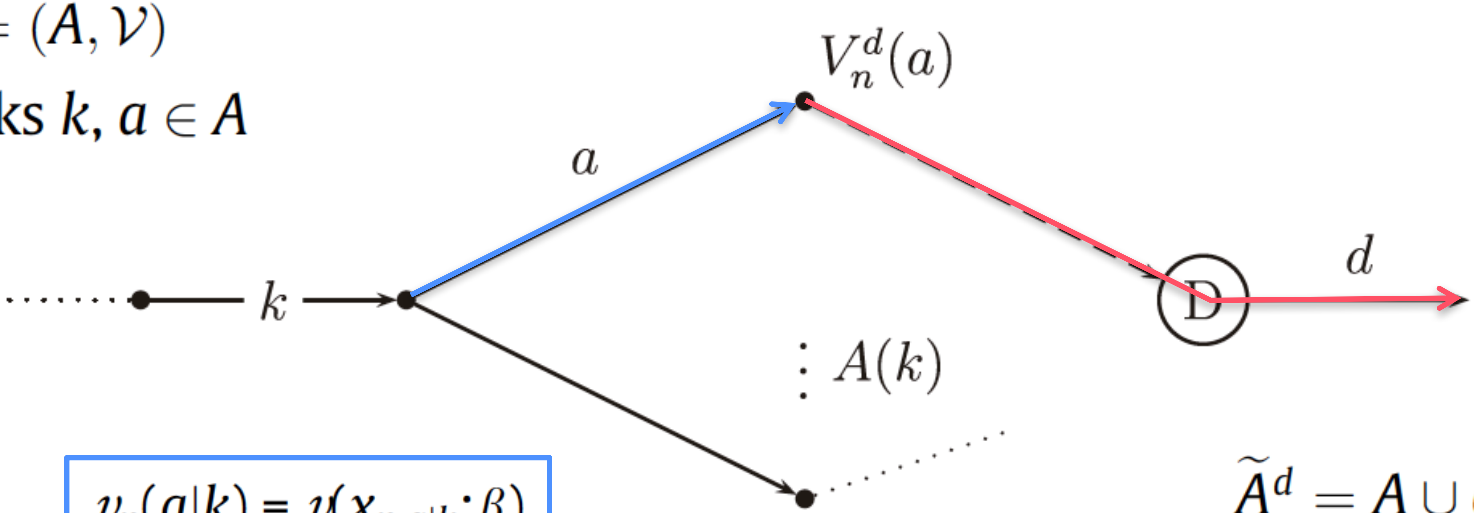
$$V_n^d(k) = E\left[\max_{a \in A(k)}\left(v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu\varepsilon_n(a)\right)\right] \quad \forall k \in A. \tag{2}$$

Bellman 方程式 (Rust,1987)

n ：意思決定者　μ ：スケールパラメータ

$G = (A, \mathcal{V})$

links $k, a \in A$



$$\boxed{v_n(a|k) = v(x_{n,a|k};\beta)}$$

リンクの説明変数

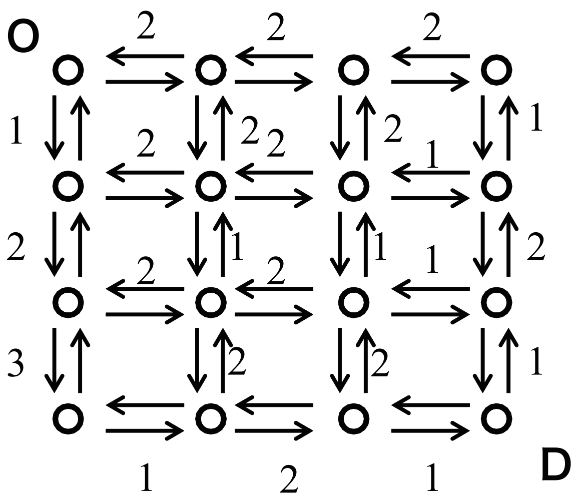
$$\widetilde{A}^d = A \cup d$$

En-route型経路選択モデル

Network-GEV model

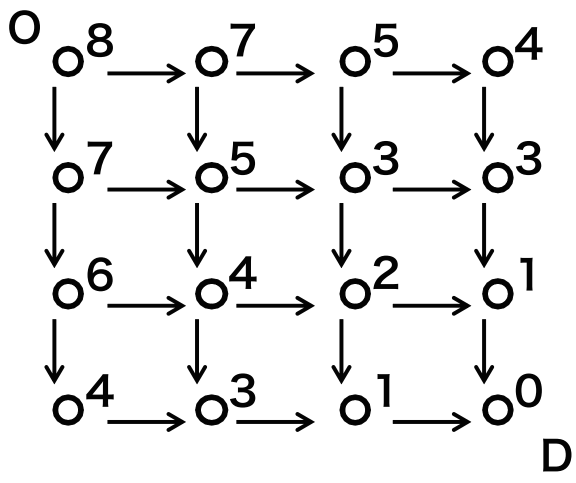
原・赤松 (2014), Papola and Marzano (2013)

道路ネットワーク構造



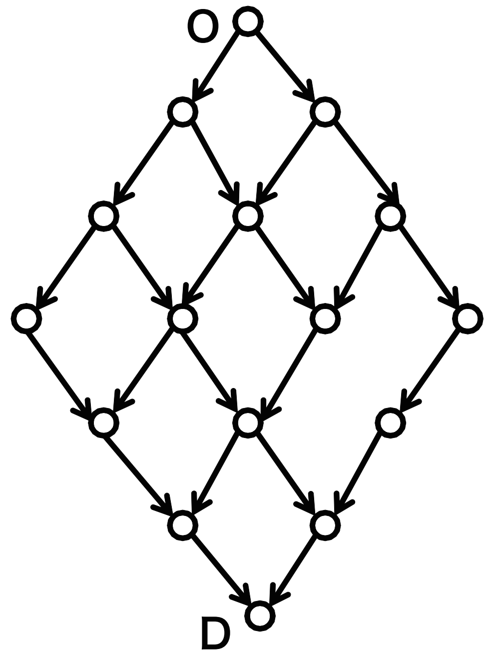
数字はリンクコスト

Dial ネットワーク



数字は終点からのコスト

選択肢の誤差構造を表す GEVネットワーク



$$p(j \mid i) = \frac{\alpha_{ij} G^{j}(y)^{\frac{\mu_j}{\mu_i}}}{\sum_{j \in N} \eta_{ij} G^{j}(y)^{\frac{\mu_j}{\mu_i}}}$$