理論談話会#1

INCENTIVES IN TEAMS

Theodore Groves. Econometrica, Vol. 41, No. 4 (July, 1973)

M1 飯塚卓哉

目次

1. Introduction

インセンティブ問題の起こり

組織

- 多数の人で構成されていて，
- それぞれの持つ情報が異なり，
- それぞれの持つ決定権限も異なる

組織の目的 vs 個人の目的

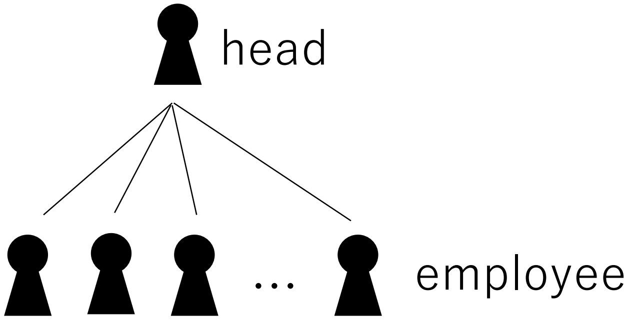
例) 社会主義国家
大企業

- 末端の人間の働きまで監視することはできない
- 各部局長の報告には嘘があるかもしれない

チーム理論（Theory of teams）

ペイオフ（各個人の成果）などの情報が不明な不完全情報下において，各個人（被雇用者）の目的を組織の目的に一致させるための理論.

→ 被雇用者に，チームとして行動するインセンティブを与える



2. The incentive problem in a general organization

チームモデル

チーム問題

複数人が，それぞれ異なる情報に基づいて，共通の目標に向かって行動するよう設計

- **情報源**
  - 環境の観察
  - メンバー間のコミュニケーション　の２つのみ

- **最適な状態**
  - メンバーが，得られた情報に基づき，組織のpayoff関数を最大化するように行動する

    ＝組織の長の選好

  - 一般に，各メンバーの選好 ≠ 長の選好

↓

各メンバーがチームとしてふるまう最適な報酬ルール＝**インセンティブ構造**を見つける
（従業員がn人の場合，n人ゲーム）

定式化

i. 意思決定者集合は，$I = \{0,1,\ldots,n\}$. 0は組織の長，$1 \sim n$は従業員.

ii. 組織の決定問題に関する環境の代替状態の確率空間を$(S, \mathscr{S}, P)$とする

iii. $\{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}$ を意思決定者の代替戦略の組とする（n+1セット）

iv. $\omega_0 : \boldsymbol{B} \times S \to R$ を，戦略族 $\boldsymbol{B} \equiv \times_{i=0}^{n} \boldsymbol{B}_i$と状態空間 S の下で定義される実数値payoff関数とする

※戦略の組 $\boldsymbol{B}_i, i \in I$ は各個人の戦略 β_i で構成される.

β_i は例えば，環境 s の観察のルールや，他の意思決定者とのコミュニケーションのルールや，得られた情報に基づいて意思決定するルール.

チームモデル*T*

$$T = [I, (S, \mathscr{S}, P), \{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}, \omega_0]$$

最適戦略 $\beta^* \in \boldsymbol{B}$ が存在するとき，これはチームのpayoff関数の期待値を最大化する

$$\bar{\omega}_0(\beta^*) \equiv \int_S \omega_0(\beta^*, s)\, dP(s) = \max_{\beta \in \boldsymbol{B}} \int_S \omega_0(\beta, s)\, dP(s)$$

$$\equiv \max_{\beta \in \boldsymbol{B}} \bar{\omega}_0(\beta).$$

well-definedにするため，次の仮定を置く

最適戦略 β^* は少なくとも一つ存在し，
β_j^*，$j \neq i$ が決まっているとき β_i^* は一意

定式化

$\omega_i: \boldsymbol{B} \times S \to R, i = 1, \dots, n$ を個人 i のpayoff関数とすると，(n+1)人ゲームの標準形は，

$$\boxed{G = [I, (S, \mathscr{S}, P), \{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}, \{\omega_i, i \in I\}]}$$

→ 非協力ゲームと仮定

＝ **Nash均衡** $\hat{\beta}$ に収束

$$\boxed{\bar{\omega}_i(\hat{\beta}) = \max_{\beta_i \in \boldsymbol{B}_i} \bar{\omega}_i(\hat{\beta}/\beta_i) \quad \text{for all } i \in I \quad \text{where } \hat{\beta}/\beta_i \equiv (\hat{\beta}_0, \dots, \beta_i, \dots, \hat{\beta}_n)}$$

被雇用者のpayoff関数の組（= 報酬ルール） $W = \{\omega_i, i = 1, \dots, n\}$ を**インセンティブ構造**と呼ぶ.

最適インセンティブ構造 $W^* = \{\omega_i^*, i = 1, \dots, n\}$は

$$\boxed{\bar{\omega}_i^*(\beta^*) = \max_{\beta_i \in \boldsymbol{B}_i} \bar{\omega}_i^*(\beta^*/\beta_i) \quad \text{uniquely}^6 \text{ for all } i = 1, \dots, n}$$

チームとしての最適戦略が個人の
payoff関数を最大化する

組織の長は最適インセンティブ構造 W^*を見つけることが至上命題

インセンティブ構造の例

paid worker incentive structure

：もっとも簡単な報酬ルール

$W^0 = \{\omega_i^0, i = 1, \ldots, n\}$ by

$$\omega_i^0(\beta, s) = \begin{cases} 1 \text{ if } \beta_i = \beta_i^*, \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases} \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

チームのために仕事をすれば報酬 (1)
仕事をしなければ報酬 (0)

性質

1. 個人iの報酬は個人iの戦略のみに依存，他者の戦略は関係なし
2. 支払われた報酬の値で，最適／非最適な戦略を取った従業員を区別可能
3. 組織の長は従業員の最適戦略と，従業員が実際に取った戦略についての**完全な情報が必要**

大きい組織では困難

インセンティブ構造の例

profit sharing incentive structure

：利益分配方式

$W^I = \{\omega_i^I, i = 1, \ldots, n\}$ by

$$\omega_i^I(\beta, s) = \underbrace{\alpha_i \omega_0(\beta, s)}_{\text{組織の利益の分配額}} + \underbrace{A_i}_{\text{固定給}} \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

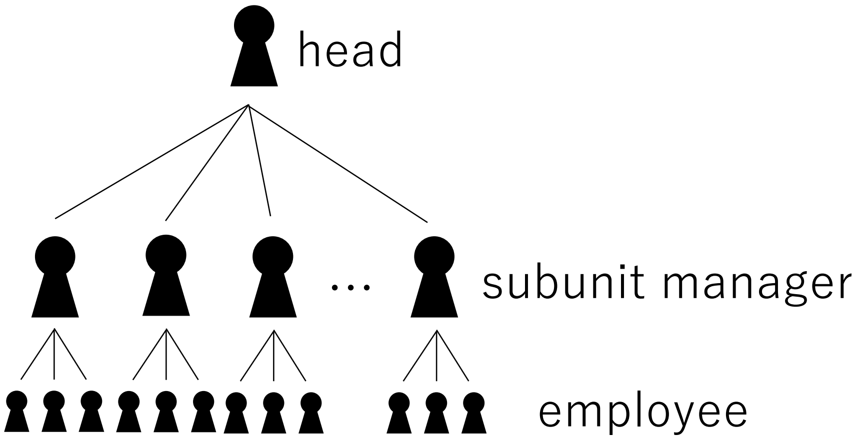
α_i: 正の定数
A_i:定数

性質

1. 組織の長は各従業員についての情報を必要としない
2. 最適／非最適な戦略を取った従業員を区別できない＝組織の利益は非最適な従業員にも分配される

・完全な情報を必要としないこと
・最適な戦略を取る従業員を区別すること　の二つを兼ね備えたい

→コングロマリットについて考える



3. The incentive problem in a conglomerate

コングロマリットのモデル

ルール

1. サブユニットはそれぞれ**独立** → 直属のmanagerとheadの決定のみによってサブユニットのパフォーマンスが決定する
2. サブユニットのpayoffはmanagerの戦略と環境変数のみに依存．組織のpayoffは各サブユニットのpayoffの総和.
3. head，managerは観察からは自身の情報しか得ることができず，行われるコミュニケーションはhead-manager間のみ
   - headは観察により，組織全体についての環境変数を知ることができる
   - managerは観察により，自分のsubunitについての環境変数を知ることができる
   - 情報を得るためのコミュニケーションはheadとmanagerとの間のみで，manager間の直接のやり取りはできない

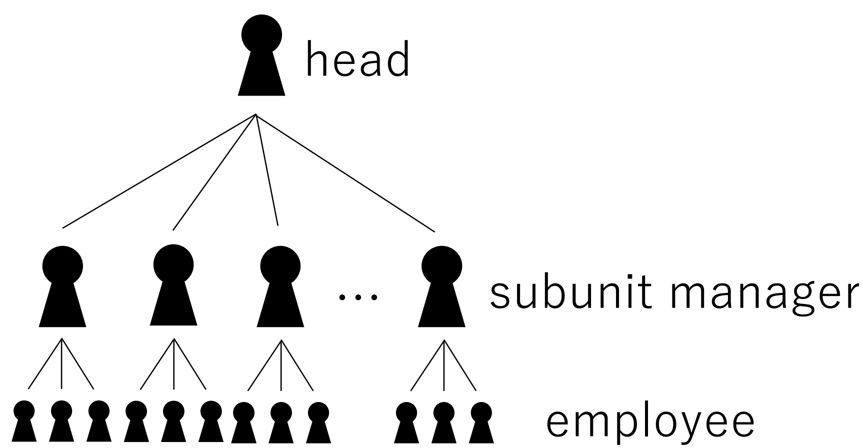
managerによる観察

↓

managerとheadの間のコミュニケーション

↓

managerとheadがそれぞれ意思決定を行う



定式化

チームモデルに条件を追加する

$$T = [I, (S, \mathscr{S}, P), \{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}, \omega_0]$$

条件

1. $I = \{0,1,\dots,n\}$において，0はhead，1~nはsubunit manager
2. $(S, \mathscr{S}, P) = (\bigtimes_{i=0}^{n} S_i, \sigma[\bigtimes_{i=0}^{n} \mathscr{S}_i], \prod_{i=0}^{n} P_i)$ において，$(S_i, \mathscr{S}_i, P_i)$ は i 番目のサブユニットの環境状態変数とする．ここで，$\sigma[\bigtimes_{i=0}^{n} \mathscr{S}_i]$ は，σ −集合代数 $\mathscr{S}_i$ によって生成された S の部分集合族の σ −集合代数（完全加法族）である．

簡単に言うと…

サブユニットの環境状態変数の確率空間は相互に独立.

もっと簡単に言うと…

サブユニットi, jの環境変数s_i, s_jは無相関だから，i は j →headのメッセージをheadを介して聞いても，j についての情報はhead以上には得られない.

定式化

$$T = [I, (S, \mathscr{S}, P), \{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}, \omega_0]$$

条件

3. 各戦略 $\boldsymbol{B_i}$ は，戦略の組　$\beta_i = (\zeta_i, \gamma_i, \delta_i)$ を含む.

ζ_i ：観察戦略（S_i上で定義）
γ_i ：メッセージ戦略
δ_i ：意思決定戦略

情報集合 $Y_i, i = 0, \ldots, n$ 上で定義

ここで情報源＝コミュニケーション＋観察だったので

subunit　$y_i(s) = [\zeta_i(s_i), \gamma_0^i(y_0(s))] \in Y_i \qquad (i = 1, \ldots, n)$

head　$y_0(s) = [\zeta_0(s_0), \{\gamma_i(y_i(s))\}_{i=1}^n] \in Y_0$

γ_0^iはheadからi番目のサブユニットへのメッセージを表す関数

定式化

$$\boxed{T = [I, (S, \mathscr{S}, P), \{\boldsymbol{B}_i, i \in I\}, \omega_0]}$$

条件

4. 組織のpayoff関数は以下とする

$$\omega_0(\beta, s) = \sum_{i=1}^{n} \underbrace{v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i]}_{\text{サブユニットiのpayoff関数}} + \underbrace{v_0[\delta_0(y_0(s)), s_0]}_{\text{headのpayoff関数}}$$

5. 組織のpayoffの $v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i]$ の部分はサブユニットiに直接発生する

コングロマリットのインセンティブ

サブユニットのpayoff関数最大化 ≠ 組織のpayoff最大化

⇨ 最適メッセージ戦略 γ_i^* よりも$\hat{\gamma}_i$ の方が ν_i を大きくできるかもしれない

<u>headの目標</u>

：報酬ルールの設定により

・subunitに最適な決定δ^*を下させ,

・subunitに嘘をつかせない（γ^*を引き出す）　ことが必要

基本的な方針は利益分配方式（profit sharing）と同じ

→ headは完備情報を必要としない

コングロマリットのインセンティブ構造

- headが完備情報を必要としないインセンティブ構造（報酬）の一般系（class）

$$\mathscr{I} = [W = \{\omega_i, i = 1, \ldots, n\}]$$

where

$$\omega_i(\beta, s) = v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i] + C_i(y_0(s)) \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

金銭移転 $C_i(y_0(s))$ が正：headからのボーナス
が負：headからの罰金

この時，最適な戦略 β^* を誘発する $C_i(y_0(s))$ を見つけたことが本論文の最大の成果

コングロマリットの最適インセンティブ構造

$$C_i^{\mathrm{II}}(y_0) = \underline{\sum_{j \neq i} E[v_j[\delta_j^*(y_j^*(s)), \delta_0^*(y_0^*(s)); s_j] \mid y_0^*(s) = y_0]} - \underline{A_i}$$

where

$$y_j^*(s) = [\zeta_j^*(s_j), \gamma_0^{j*}(y_0^*(s))] \qquad (j = 1, \ldots, n)$$

$$y_0^*(s) = [\zeta_0^*(s_0), \{\gamma_j^*(y_j^*(s))\}_{j=1}^n], \quad \text{and}$$

$$A_i \text{ is any constant} \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

右辺第1項：headの真の情報y_0が与えられたときに，最適戦略 $\beta^* = (\zeta^*, \gamma^*, \delta^*)$ がとられた場合のｉ以外のサブユニットのpayoffの条件付期待値の総和

右辺第2項：定数（例えば **franchise charge**）

最適インセンティブ構造

$$W^{\mathrm{II}} = \{\omega_i^{\mathrm{II}}, i = 1, \ldots, n\} \quad \text{where}$$

$$\omega_i^{\mathrm{II}}(\beta, s) = v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i] + C_i^{\mathrm{II}}(y_0(s))$$

サブユニットのpayoff = 組織のpayoffへの自身の貢献 + 他者の貢献による期待利得

− franchise charge

最適であることの証明

←1

W^{I} が最適であることを示すには、

β_i^* が $\overline{w_i}^{\mathrm{II}}(\beta^*/\beta_i)$ を最大化することを示せば良い。

仮定より、β_i^* は $\overline{w_0}(\beta^*/\beta_i)$ を最大化するので、

$$\text{(A.1)} \quad \overline{w_i}(\beta^*/\beta_i) + A_i = \overline{w_0}(\beta^*/\beta_i) \quad \forall \beta_i \in B_i$$

を示せば良い。

$$\overline{w_i}(\beta^*/\beta_i) + A_i = \underline{E\{v_i[\delta_i(\hat{y}_i), \delta_0^*(\hat{y}_0); s_i]\}} + E[E\{v_j[\delta_j^*(y_j^*), \delta_0^*(y_0^*); s_j] \mid y_0^*(s) = \hat{y}_0\}]$$

かつ、

$$\overline{w_0}(\beta^*/\beta_i) = \underline{E\{v_i[\delta_i(\hat{y}_i), \delta_0^*(\hat{y}_0); s_i]\}} + \sum_{j \neq i} E[v_j[\delta_j^*(\hat{y}_j), \delta_0^*(\hat{y}_0); s_j]]$$

なので、

$$\text{(A.2)} \quad E[v_j[\delta_j^*(\hat{y}_j), \delta_0^*(\hat{y}_0); s_j]] = E[E\{v_j[\delta_j^*(y_j^*), \delta_0^*(y_0^*); s_j] \mid y_0^*(s) = \hat{y}_0\}]$$

を示せば良い。

←2

全ての $s \in S$ について、以下を定義

$$A(s) = \{s' \in S \mid \hat{y}_0(s') = \hat{y}_0(s)\},$$

$$B(s) = \{s' \in S \mid y_0^*(s') = \hat{y}_0(s)\}$$

また、$A_j(s)$, $B_j(s)$ を $A(s)$, $B(s)$ の S_j への射影とする。

ここで、以下を示す。

LEMMA

$$A_j(s) = B_j(s), \quad \forall s \in S, \ j = 0, \dots, n, \ j \neq i$$

証明.

(i) $j=0$ のとき、

$\zeta_0^*(s_0') = \zeta_0^*(s_0)$ ならば $s_0' \in A_0(s)$.

$\zeta_0^*(s_0') = \zeta_0^*(s_0)$ ならば $s_0' \in B_0(s)$

よって、$A_0(s) = B_0(s)$

(ii) $j = 1, \dots, n$ のとき、

$\gamma_j^*[\zeta_j^*(s_j'), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))] = \gamma_j^*[\zeta_j^*(s_j), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))]$

ならば、$s_j' \in A_j(s)$

$s_j' \in B_j(s)$ も同様。 よって、$A_j(s) = B_j(s)$ ▨

↓3

(A.2) の右辺

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*(y_j^*(s')), \delta_0^*(y_0^*(s')); s_j'] \mid y_0^*(s') = \hat{y}_0(s)\}]$$

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*\{\zeta_j^*(s_j'), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))\}, \delta_0^*(\hat{y}_0(s)); s_j'] \mid s' \in B(s)\}]$$

確率分布の独立性

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*\{\zeta_j^*(s_j'), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))\}, \delta_0^*(\hat{y}_0(s)); s_j'] \mid s_j' \in B(s)\}]$$

(A.2) の左辺 ※ the law of total expectations を用いる.

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*(\hat{y}_j(s')), \delta_0^*(\hat{y}_0(s')); s_j'] \mid s' \in A(s)\}]$$

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*[\zeta_j^*(s_j'), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))\}, \delta_0^*(\hat{y}_0(s)); s_j'] \mid s' \in A(s)\}]$$

〃

$$= E[E\{v_j[\delta_j^*\{\zeta_j^*(s_j'), \gamma_0^{j*}(\hat{y}_0(s))\}, \delta_0^*(\hat{y}_0(s)); s_j'] \mid s_j' \in A_j(s)\}]$$

Lemma より、$A_j(s) = B_j(s)$ なので、

(A.2) の左辺 = 右辺

▨

W^{II}の派生形

条件

5’. サブユニットの貢献分 $v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i], i = 0, 1, \ldots, n,$ はheadに直接発生する.

→ headは自身の情報 y_0 以外に，サブユニットのpayoff v_i を見て報酬ルールを設定できる

条件 5’ での報酬ルールの一般系（class）

$$\mathscr{I}' = [W = \{\omega_i, i = 1, \ldots, n\} \mid \omega_i(\beta, s) = g_i(y_0(s), v_0(\beta, s), \ldots, v_n(\beta, s))]$$

g_i : $Y_0 \times R^n$ 上で定義される任意の実数値関数

profit-sharing(W^I), own-profit(W^{II})は共に，条件 5’ の下でも最適インセンティブ構造となっている

W^{I} と W^{II} の比較

$W^I = \{\omega_i^I, i = 1, \ldots, n\}$ by

$$\omega_i^I(\beta, s) = \underbrace{\alpha_i \omega_0(\beta, s)}_{\text{組織の利益の分配額}} + \underbrace{A_i}_{\text{固定給}} \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

$W^{\mathrm{II}} = \{\omega_i^{\mathrm{II}}, i = 1, \ldots, n\}$ where

$$\omega_i^{\mathrm{II}}(\beta, s) = v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i] + C_i^{\mathrm{II}}(y_0(s))$$

組織のpayoffへの自身の貢献 + 他者の貢献による期待利得

headが必要とする情報　　$W^{\mathrm{I}} < W^{\mathrm{II}}$

トレードオフ

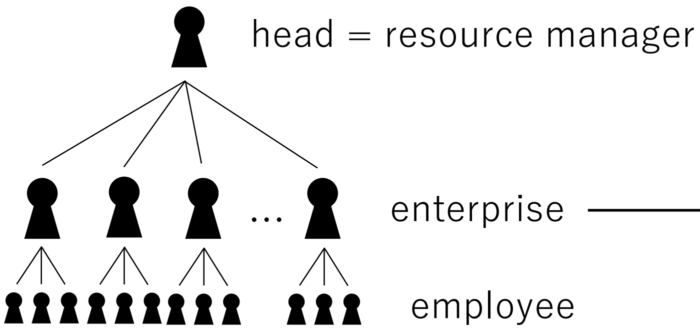
サブユニットの受け取る報酬に対する
他のサブユニットの戦略の影響　　**ある**　　**ない**

報酬の，サブユニットマネージャー
によるメッセージ戦略への依存性　　**両方ある** → 避けられない

情報の真偽　　**両方確かめる必要はない**

4. An example: resource allocation in a team

資源配分モデル



→ 資源から，二次の生産関数 f_i に基づき output θ_i を生産

$$\theta_i = f_i(L_i, K_i; s_i) = 2(\mu_{iK}, \mu_{iL})\begin{pmatrix} K_i \\ L_i \end{pmatrix} - (K_i, L_i)Q_i\begin{pmatrix} K_i \\ L_i \end{pmatrix} \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

K_i：企業 i への資源配分

L_i：企業 i 企業のmanagerによる意思決定

$s_i \equiv (\mu_{iK}, \mu_{iL}) \equiv \mu_i$：ランダム変数

Q_i：2×2 正定値行列

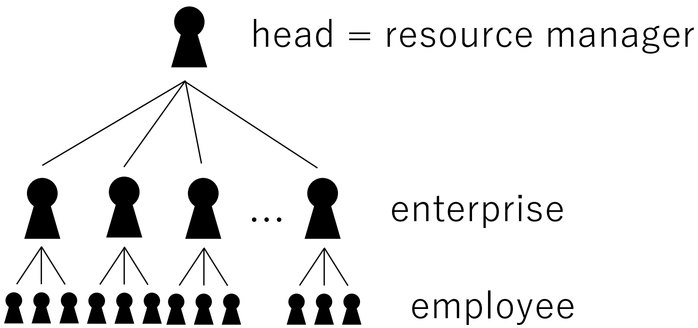
総資源供給量$\kappa \equiv s_0$はランダム変数とする

→ 資源配分モデルの環境状態

$$s = [s_0, s_1, \ldots, s_n] \equiv [\kappa, \mu_1, \ldots, \mu_n].$$

$\kappa, \mu_1, \ldots, \mu_n$ はそれぞれ，有限な平均と分散共分散行列を持つ確率分布に互いに独立に分布しているとする

資源配分モデル



組織のpayoffは各企業のoutputの重みづけSUM

$$\omega_0(\beta, s) = \sum_{i=1}^{n} w_i\theta_i = \sum_{i=1}^{n} w_i f_i(L_i, K_i; s_i)$$

重み(定数)

payoffの内，$w_i f_i(L_i, K_i; s_i)$ は企業 i に直接発生するとする（gross profit = 粗利益）

<u>意思決定の流れ</u>

1. 企業のmanagerは自社の技術係数 $\mu_i \equiv s_i$ を観察
2. resource managerは資源供給量 $\mu_i \equiv s_0$ を観察
3. resource manager，企業のmanager間でメッセージをやり取り
4. 企業のmanagerは決定変数 L_i を決定．resource managerは資源配分 $(K_1, \ldots, K_n)$ を決定.

資源供給量制約

$$\sum_{i=1}^{n} K_i \leqslant \kappa .$$

資源配分モデルにおける最適インセンティブ構造

仮定 1 ～ 5 は資源配分モデルにおいても適用可能 → 最適インセンティブ構造も同様

定理：

資源配分モデルにおいてメッセージ戦略 $\hat{\gamma} = [\{\hat{\gamma}_i(\cdot)\}_{i=1}^n, \{\hat{\gamma}_0^i(\cdot)\}_{i=1}^n]$ を

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_i(y_i) &= \mu_i \\ \hat{\gamma}_0^i(y_0) &= \kappa,\end{aligned} \quad and\ y_i = (\mu_i, \kappa),\ y_0 = \kappa, \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

と捉えると，戦略 $\hat{\beta} = (\hat{\gamma}, \hat{\delta})$ が最適となるような意思決定戦略 $\hat{\delta}$ が存在し，

個々の戦略 $\widehat{\beta_j} = (\widehat{\gamma_j}, \widehat{\delta_j})$ はpayoff $\overline{\omega_0}(\hat{\beta}/\beta_j)$ を一意に最大化する

※ 企業managerによる技術係数の観察
resource managerによる資源供給量の観察をそれぞれのメッセージ戦略と解釈

<u>証明</u>

- Groves, Radner: ”The Allocation of Resources in a Team”, *Journal of Economic Theory*, 4(1972), 415-441.
- “Teams”, Chapter 10 of *Decision and Organization*, Radner and McGuire, eds. Amsterdam: North Holland, 1972.

に書いてあるそうです…

$\widehat{\beta}$ 以外の最適戦略

The One-Stage Lange-Lerner Message Strategy

：需要と価格のメッセージを交わして得られる戦略

手順

1. 観察終了後，resource manager が供給量 κ に基づいて，価格 ψ を知らせる

$$\gamma_0^{i*}(\kappa) = \Psi(\kappa) = \psi$$

2. 企業managerは価格のメッセージを受け取り利潤関数を作成

$$\Pi_i(L_i, K_i) = w_i f_i(L_i, K_i; s_i) - \psi K_i$$

3. 企業はL_i, K_iについてΠ_iを最大化する → 関数 $\widehat{L_i}$ と， $\mu_i \equiv s_i, \psi$の関数 $\widehat{K_i}$ を得る．この時の $\widehat{K_i}$ を利潤を最大化するために必要な資源量としてresource managerに知らせる

$$\gamma_i^*(y_i) = \hat{K}_i(y_i) \quad \text{where} \quad y_i = (\mu_i, \psi)$$

$\gamma^* = [\{\gamma_i^*, i = 1, \ldots, n\}, \{\gamma_0^{i*}, i = 1, \ldots, n\}]$ が最適メッセージ戦略であり，

最適意思決定戦略 δ^* は一意に定まる　→　**最適戦略** $\boldsymbol{\beta}^* = (\boldsymbol{\gamma}^*, \boldsymbol{\delta}^*)$

※ 1-round のタトヌマン過程（市場が均衡に至るまでの試行錯誤プロセス）

資源配分モデルにおける解釈

$C_i^{\mathrm{II}}(y_0)$ を支払うことで，真の需要情報を獲得し，企業も組織にとって最適な意思決定ができる

→ $C_i^{\mathrm{II}}(y_0)$ **が負** = 割り当てた資源の「**コスト**」をresource managerに支払う

各企業が判断する
資源の**価格** $p_i^*(y_0) = \dfrac{-C_i^{\mathrm{II}}(y_0)}{\kappa_i^*(y_0)}$ for all $y_0 \in Y_0$ を考えて，

$\boxed{C_i^{\mathrm{II}}(y_0) = -p_i^*(y_0)\kappa_i^*(y_0)}$ とすれば事実上最適インセンティブ構造となる

<u>注意</u>

- resource managerの情報 y_0 から価格を決める関数 p_i^* は企業によって異なる
  = 差別独占的（価値関数の高い企業に資源が集中する）

無限に小さい企業の集合 or **すべての企業が同一** のとき，価格の関数はすべての企業で同一

= **数量割引ルール**

$$p_i^*(y_0) = a(y_0) - \underset{\uparrow\ \text{正の定数}}{b}\kappa_i^*(y_0)$$

補足

グローブスメカニズム

$$W^{\mathrm{II}} = \{\omega_i^{\mathrm{II}}, i = 1, \ldots, n\} \quad \text{where}$$

$$\omega_i^{\mathrm{II}}(\beta, s) = v_i[\delta_i(y_i(s)), \delta_0(y_0(s)); s_i] + C_i^{\mathrm{II}}(y_0(s))$$

：複数人での意思決定において，**パレート効率性**と**耐戦略性**を満たす特別なメカニズム

ポイント

1. $C_i^{\mathrm{II}}(y_0) = \sum_{j \neq i} E[v_j[\delta_j^*(y_j^*(s)), \delta_0^*(y_0^*(s)); s_j] \mid y_0^*(s) = y_0] - A_i$

には，i の意思決定についての条件は入っていない

→ i が自身の報酬を増やすためには，自身のpayoffを最大化するしかない
＝**パレート効率性**

2. $C_i^{\mathrm{II}}(y_0)$ という金銭の移転によって，正直な情報を引き出すことができる

→ ちゃんと働いた分だけ申告させるにはボーナスをあげなくてはいけない
→ ちゃんと必要な資源に感じている価値を正直に申告したら，少し安くしてあげないといけない

詳しくは http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/summercamp2018/

分かりやすい例

■ 3人の学生がいる部屋に加湿器（30000円）を，お金を出し合って導入する．

- 3人の加湿器に対する価値の合計が30000円以上なら買う
- 加湿器が欲しい学生は購入する方向にもってくために価値を過大申告する可能性がある
- 加湿器がそんなに要らない学生は価値を過小申告する可能性がある

A君は加湿器に20000円の価値を感じている．B君，C君の感じている価値は分からないのでy円，z円とする．
ここで，$C_i^{\mathrm{II}}(y_0)$ は
「もし，購入することになったらA君には，（B君とC君の申告額の合計）−30000円をあげます」という意味.

この時，加湿器が購入された時のA君の得る正味の価値は $20000 + (y + z - 30000)$ 円.
ここで，A君がx円の価値を申告したとすると，$x + y + z - 30000 \geq 0$なら実際に加湿器が購入される.
つまり，

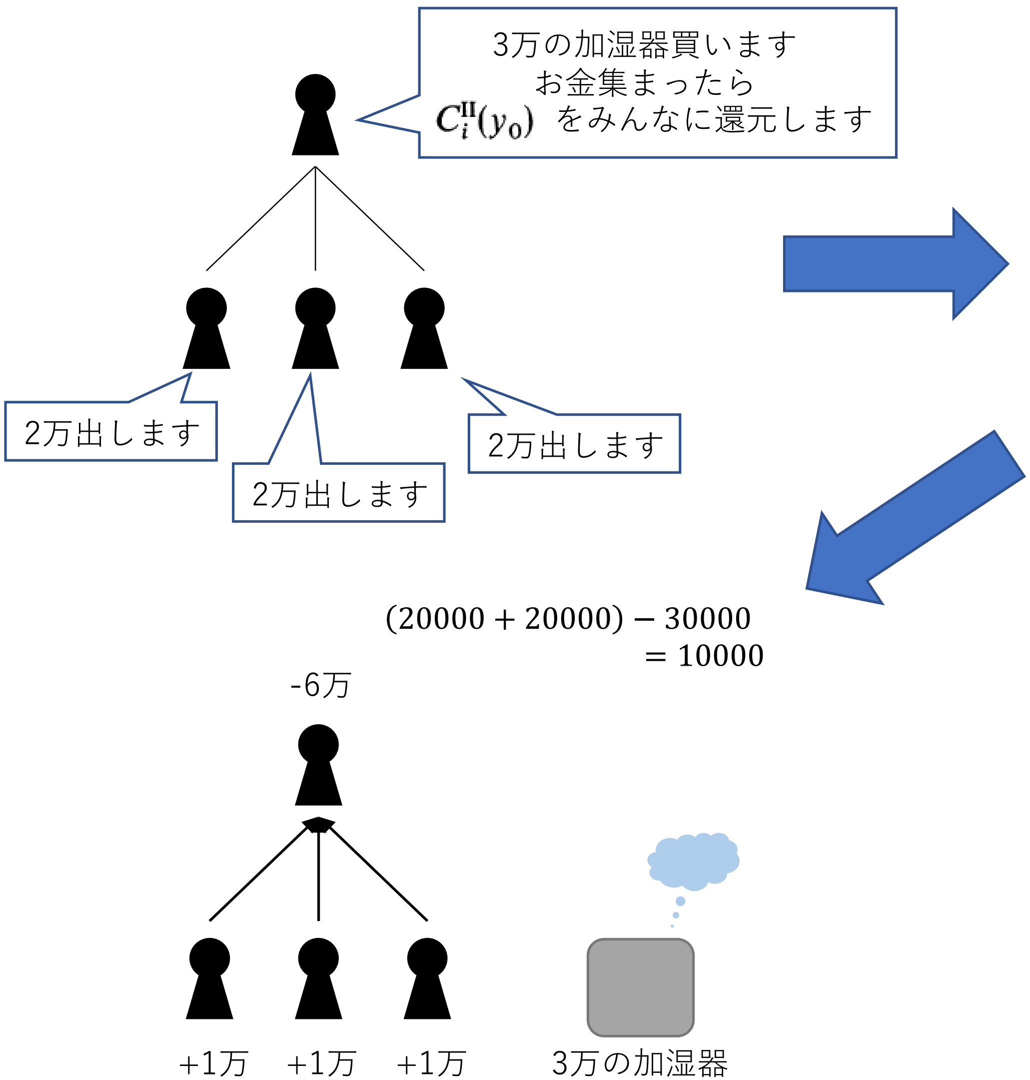
$$\begin{cases} 20000 + (y + z - 30000) \geq 0 \text{ なら } x \geq 30000 - (y + z) \text{ となる} x \text{ を申告した方がいい} \\ 20000 + (y + z - 30000) \leq 0 \text{ なら } x < 30000 - (y + z) \text{ となる} x \text{ を申告した方がいい} \end{cases}$$

$y + z$ の値に関わらず，両方を常に満たす x は $x = 20000$ のみと分かる.

A君はどんな状況でも得をするには，正直に自分の価値を申告するしかない.

分かりやすい例

もし3人とも感じている価値が20000円だったら...



実際は

- 取引コストがかかる
- 価値の申告が困難な場合がある