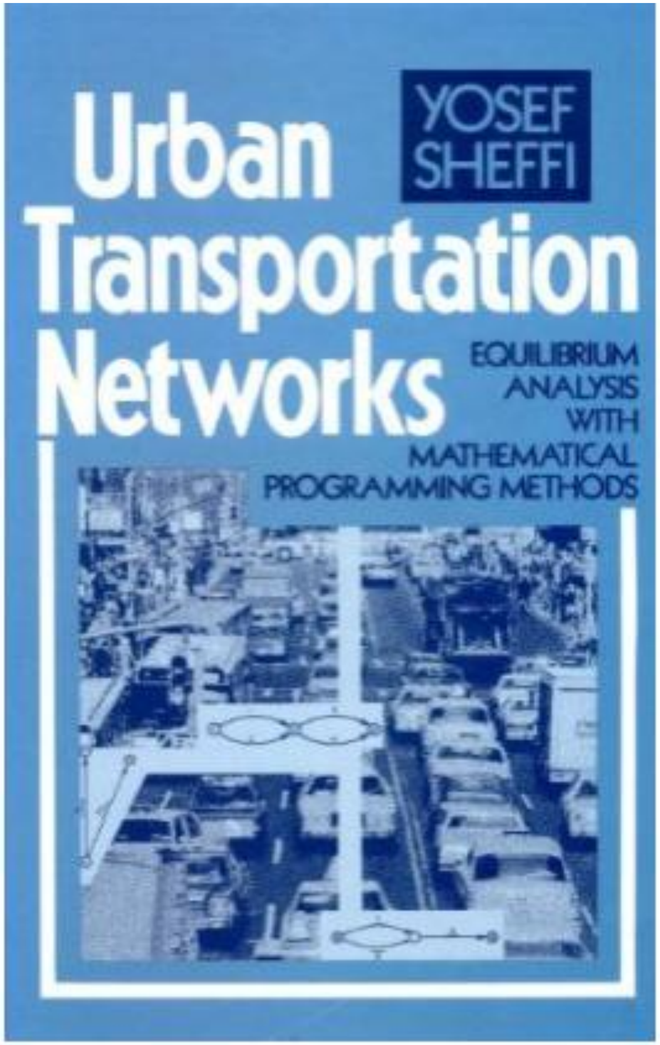
URBAN TRANSPORTATION NETWORKS

Author: Yossi Sheffi

: Prentice Hall, October 1985



M1　今泉孝章

Sheffiゼミ

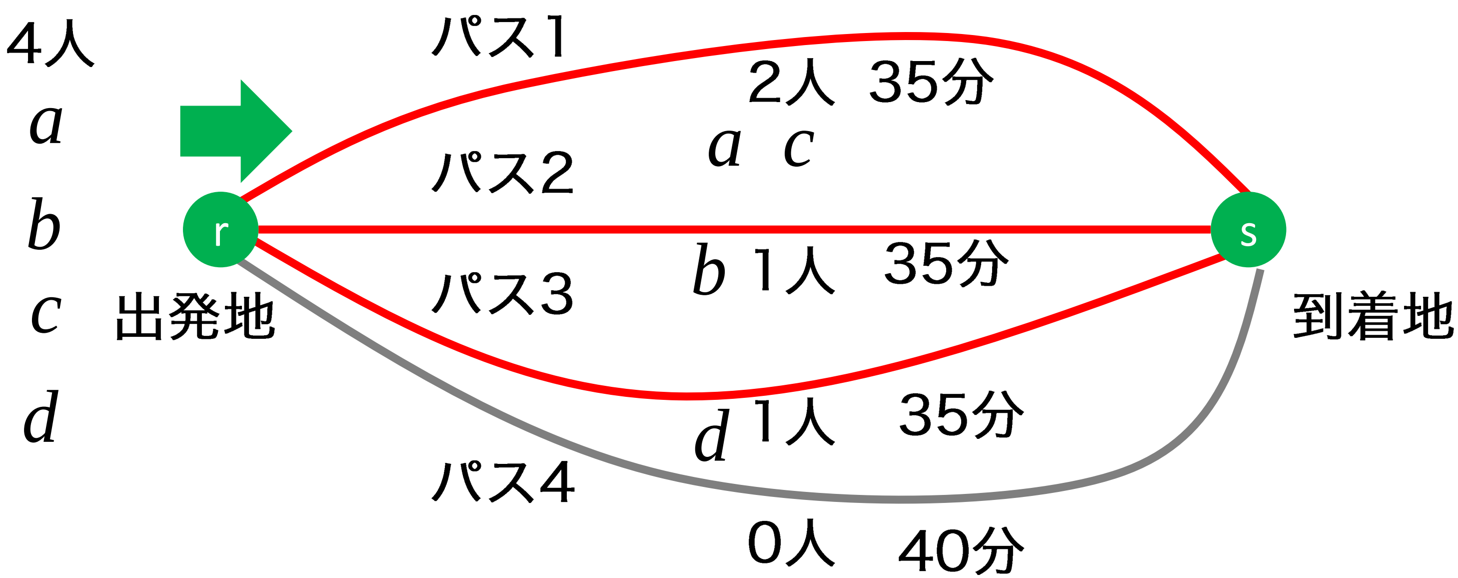
2013/5/22(水)

離散選択モデルと交通量配分

利用者均衡

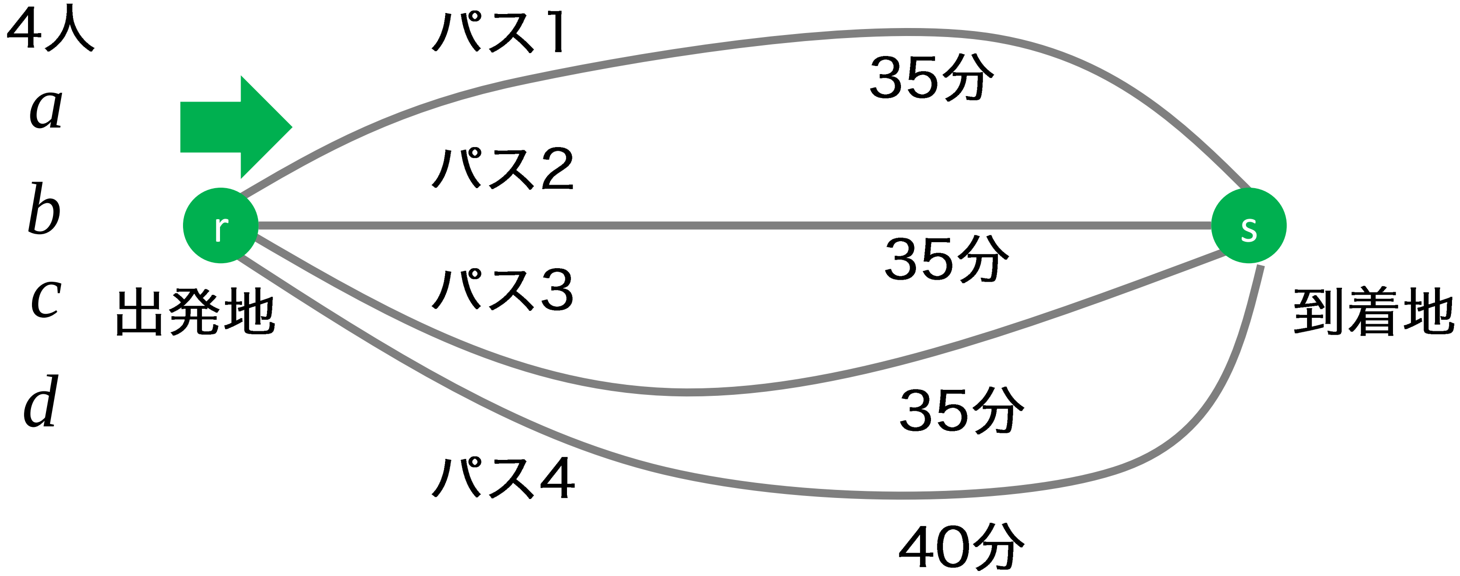
全ての旅行者は自分の旅行時間を最小とするように行動する

どの旅行者も経路を変えることによってこれ以上自分の旅行時間を短くすることができない(利用されている経路の旅行時間は同じで、利用されていない経路の旅行時間は利用されている経路の旅行時間より大きいか、せいぜい同じ)



全ての旅行者は最短経路を移動する

離散選択モデルと交通量配分



a 雪が降っててパス1を通るより少し回り道した方が速いかも　天気

b 夜だと街灯が少なくて見通しが悪くてあまりスピードがだせない　道路状況

c 今日はパス4沿いのスーパーに寄って行こう　活動目的

d 夜遅くだと空いているのでパス3の方が家に帰るには速い気がする　時間帯

観測できない要因により旅行者は確率的に経路を選択しているように見える
→旅行者によって旅行時間の知覚の仕方が確率的であると捉えられる

離散選択モデルと交通量配分

$$U_k = V_k + \xi_k \quad (10.1)$$

k を選択したときの効用

効用の確定項(実測旅行時間)

効用の誤差項(天気など観測できない要素の影響)

(旅行者が確定的に行動するとした場合
誤差項 $\xi_k = 0$ となる)

ξ_k は観測できないので確率変数とおく→U_k は確率的効用となる

確率的効用最大化理論

効用が最大となる選択肢k (経路)を選ぶ

$U_k > U_l \rightarrow k$ を選択する($k \neq l$)

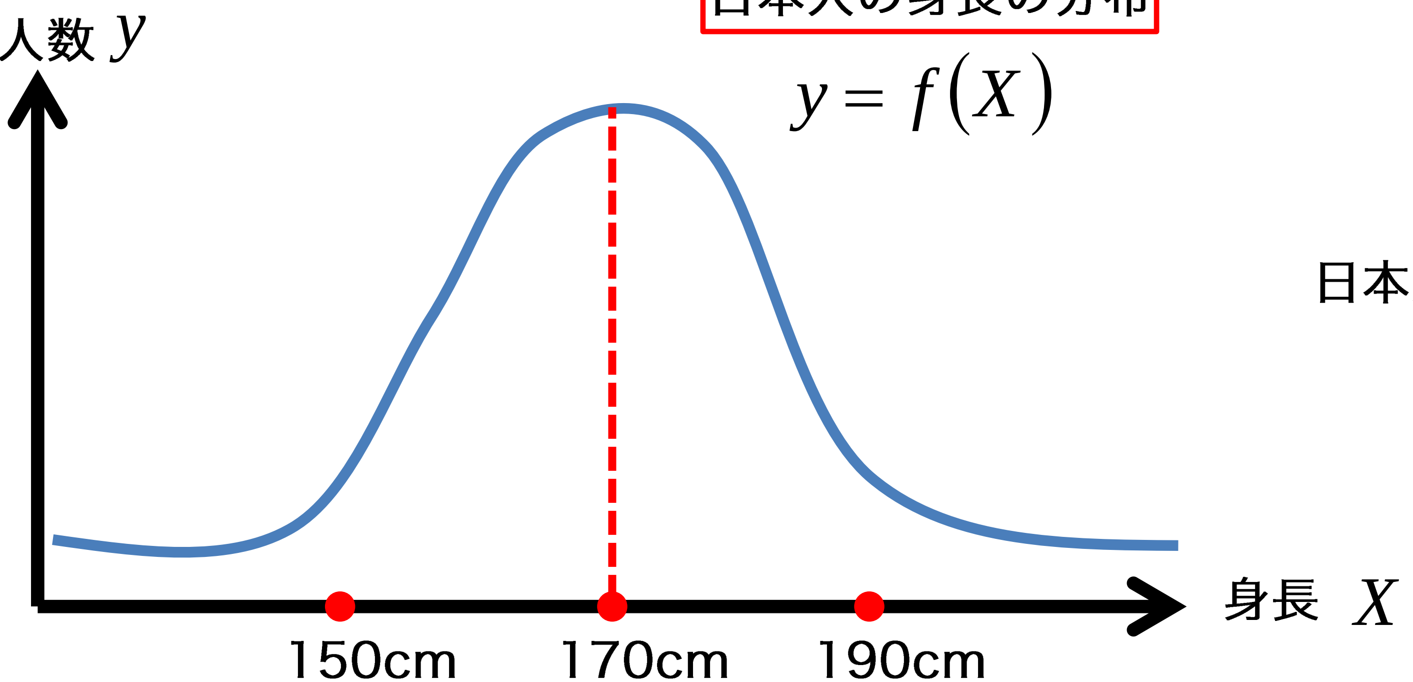
ξ_kが確率変数であるので場合によっては$U_k < U_l$ となる場合もある
$\rightarrow k$ を選択する確率 P_k は?

離散選択モデルと交通量配分

確率変数

日本人の身長の分布

$$y = f(X)$$



日本人の全人口＝ X^*

身長170cm以上の人の合計人数→ $\int_{170}^{\infty} f(X)dX$

身長170cm以上の人の割合(確率)→ $\dfrac{\int_{170}^{\infty} f(X)dX}{X^*}$

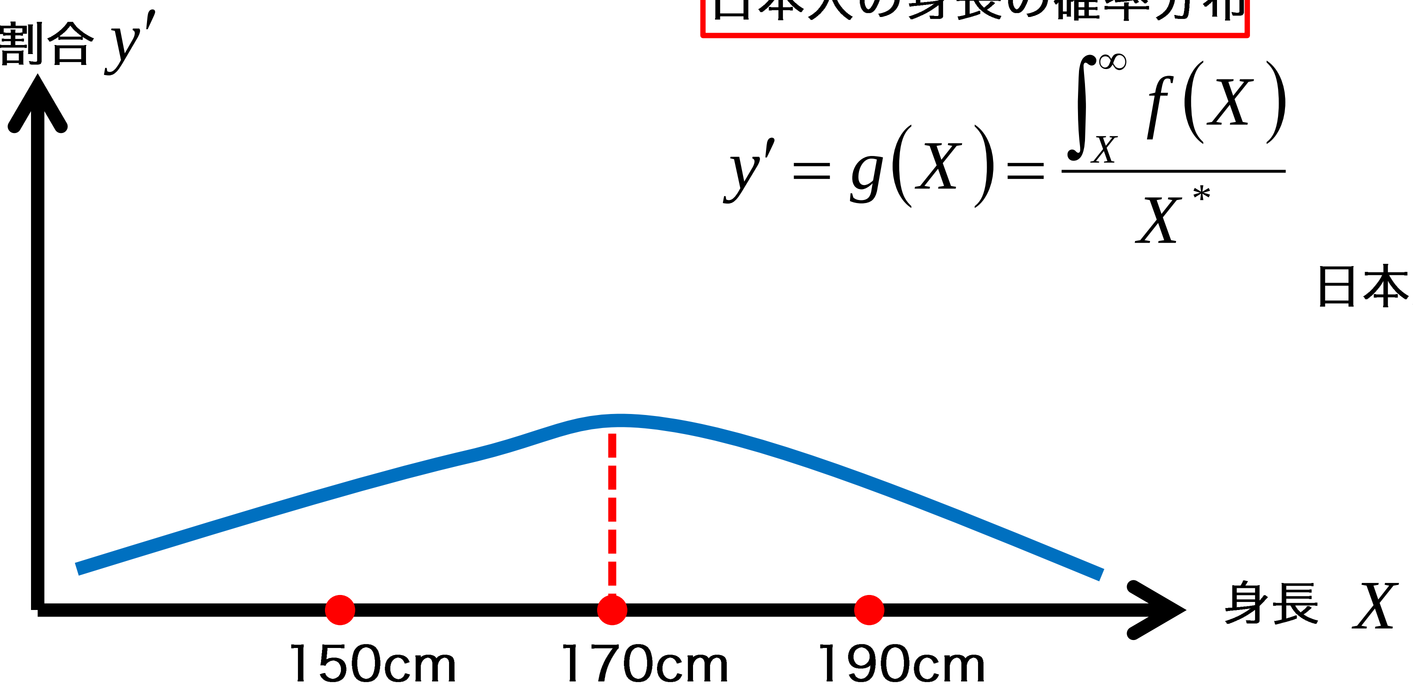
離散選択モデルと交通量配分

確率変数

日本人の身長の確率分布

$$y' = g(X) = \frac{\int_X^{\infty} f(X)}{X^*}$$

日本人の全人口＝ X^*



ある日本人の身長 X が分からない

⇔身長が170cm以上である確率→ $y' = g(X)$

それがとる値に対しそれぞれ確率が与えられているものを**確率変数**という
割合関数 $y' = g(X)$ を**確率密度関数**という

$$\int_{-\infty}^{\infty} f'(X)dX = 1 \quad (10.2)$$

離散選択モデルと交通量配分

$$P_k = \Pr[U_k \geq U_l] \ \forall l \in L \quad (10.3)$$

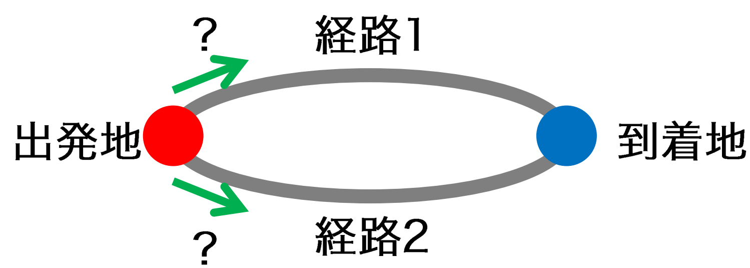
L:全ての選択肢(経路)を表す
$\Pr[\cdot]$: ・となる確率

$$0 \leq P_k \leq 1 \quad (10.4)$$

経路kを選んだときの効用が他の全ての経路を選んだときの効用より大きくなる確率

2つの経路を選択する問題

$$U_1 = 3 + \xi_1$$
$$U_2 = 2$$

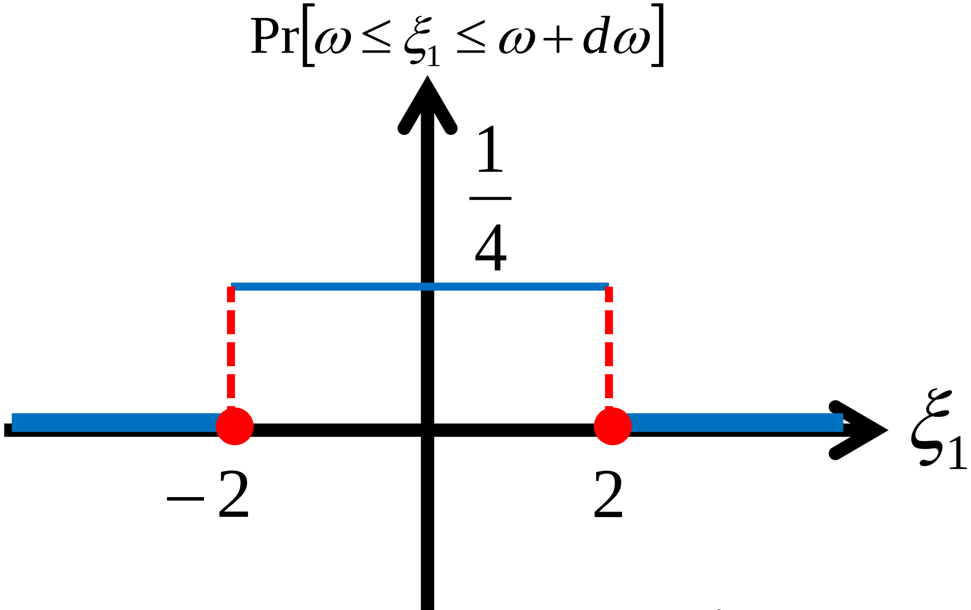


経路1を選択する確率

$$P_1 = \Pr[U_1 \geq U_2] = \Pr[3 + \xi_1 \geq 2] = \Pr[\xi_1 \geq -1]$$

確率変数ξ_1 の分布の仕方が分かれば確率が分かる

離散選択モデルと交通量配分



$$\Pr[\omega \le \xi_1 \le \omega + d\omega] = \begin{cases} \frac{1}{4} & -2 \le \omega \le 2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$P_1 = \Pr[\xi_1 \ge -1] = \int_{-1}^{2} \frac{1}{4} d\omega + \int_{2}^{\infty} 0 d\omega = \underline{\frac{3}{4}}$$

今まで(経路1旅行時間)>(経路2旅行時間)なら100人いれば100人全員が経路2を選択していた

(経路1旅行時間)>(経路2旅行時間)でも100人いれば誤差によって

$100 \cdot {}^{3}\!/_{4} = 75$ 人は経路1を選ぶことになる

離散選択モデルと交通量配分

誤差項がIIDガンベル分布にしたがうとき選択肢の確率はロジット型になる

$$P_k = \frac{e^{V_k}}{\sum_{l=1}^{K} e^{V_l}} \quad (10.5)$$

←選択肢(経路)がK本あったときにkを選択する確率

多項ロジットモデル(MNL(Multi Nominal Logit model))

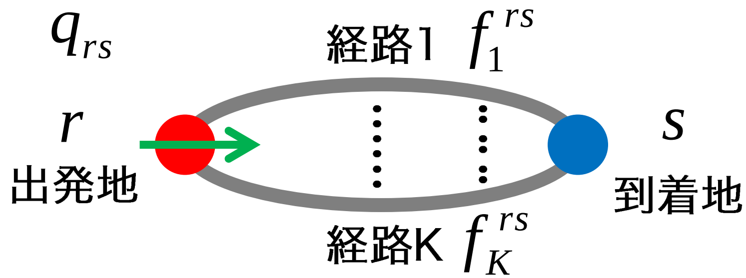
誤差項が正規分布にしたがうとき選択肢の確率はプロビット型になる
→各選択肢間の誤差項に相関がある

プロビット型では確率の計算に積分が残り煩雑になるのでロジット型を用いることが多い

離散選択モデルと交通量配分

経路選択

$$U_k = V_k + \xi_k \quad (10.5)$$



旅行者が知覚する旅行時間=実測旅行時間+観測できない誤差

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \xi_k^{rs} \quad (10.6)$$

$$P_k^{rs} = \Pr\left[C_k^{rs} \le C_l^{rs},\ l \in \{1,2,..,K\}\right] \quad (10.7)$$

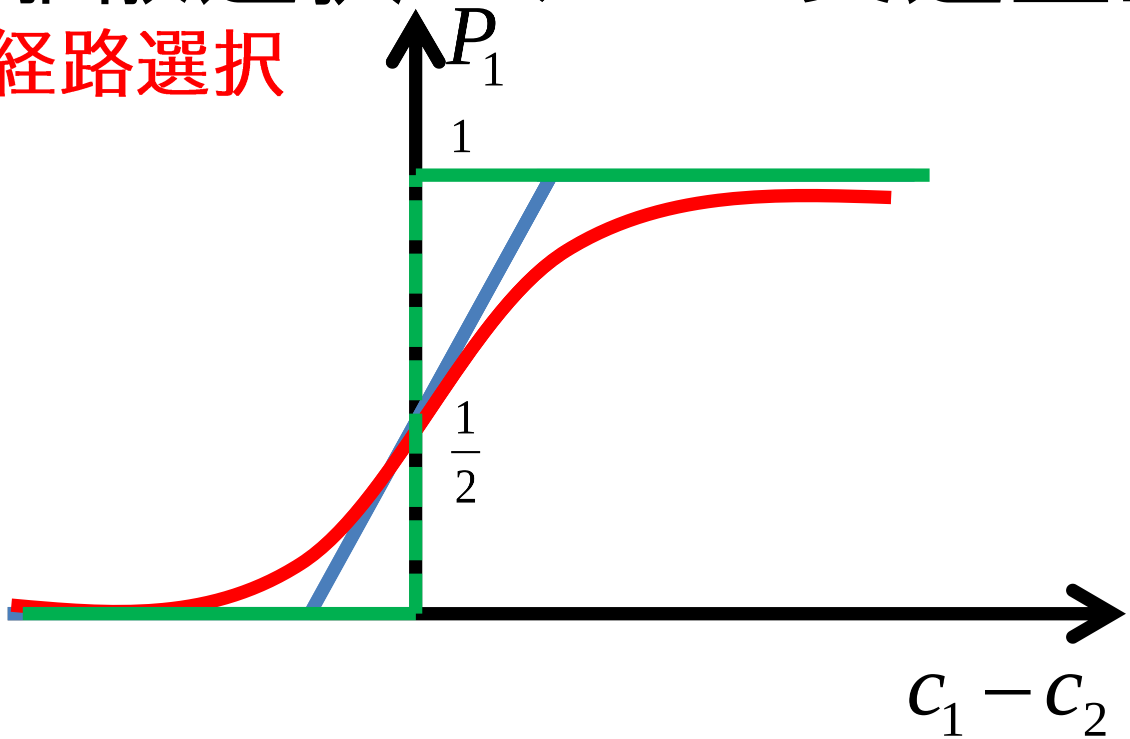
ルートkを選択する確率は旅行者が知覚する旅行時間が他のどのルートの知覚時間よりも小さい確率

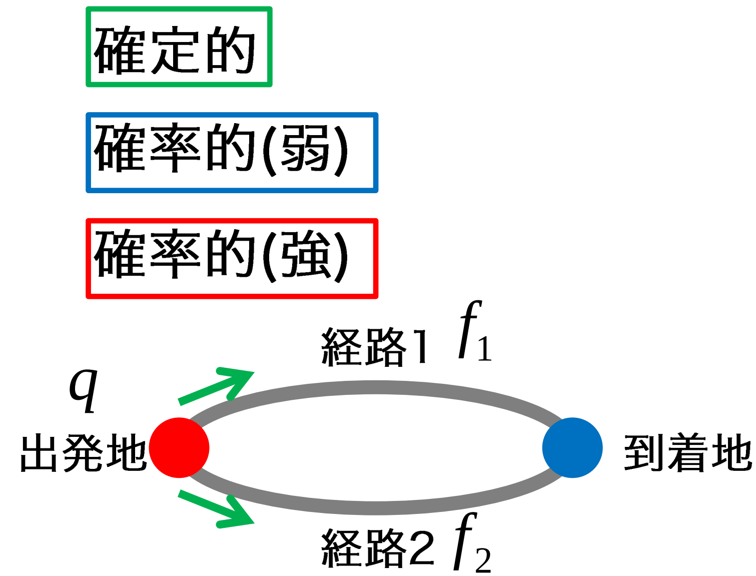
$$f_k^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad (10.8)$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_{k} f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad (10.9)$$

離散選択モデルと交通量配分

経路選択





$c_1 - c_2 = \underbrace{\Delta t}_{\text{微小量}} > 0$ のとき

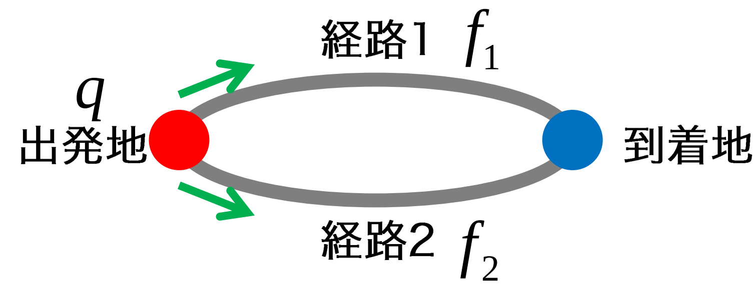
確定的→ $f_1 = 0 \qquad f_2 = q$

確定的→ $f_1 = qP_1 \quad f_2 = qP_2 = \left(1 - P_2\right)$

確率的に交通量を与えた方がより現実に近い結果が得られる

離散選択モデルと交通量配分

交通流パラドクス



$$f_1 = qP_1(C)$$

$$f_2 = qP_2(C) = q[1 - P_1(C)]$$

$$C = (c_1, c_2)$$ ←各パスフロー旅行時間のベクトル

$$c_T(C) = c_1 f_1 + c_2 f_2 = q[c_1 P_1(C) + c_2 P_2(C)] \quad (10.10)$$

ネットワーク上旅行時間総和

確率の関数が(10.5)のようにロジット型だと仮定する

$c_1 = 4.0$	$f_1 = 0.119$	改善	$c_1 = 3.0$	$f_1 = 0.269$
$c_2 = 2.0$	$f_2 = 0.881$		$c_2 = 2.0$	$f_2 = 0.731$
$q = 1.0$	$\boxed{c_T = 2.238}$	悪化	$q = 1.0$	$\boxed{c_T = 2.269}$

離散選択モデルと交通量配分

交通流パラドクス

$$c_T(C) = c_1 f_1 + c_2 f_2 = q\left[c_1 P_1(C) + c_2 P_2(C)\right] \quad (10.10)$$

$$\frac{\partial c_T(C)}{\partial c_1} = q\left[c_1 \frac{\partial P_1(C)}{\partial c_1} + P_1(C) + c_2 \frac{\boxed{\partial P_2(C)}}{\partial c_1}\right] = q\left[(c_1 - c_2)\frac{\partial P_1(C)}{\partial c_1} + P_1(C)\right]$$

$P_2(C) = 1 - P_1(C)$

(10.11)

$\frac{\partial c_T(C)}{\partial c_1} > 0$ ならばc_1が小さくなれば(道路が改善されれば)ネットワーク全体での旅行時間も小さくなる

$$\frac{\partial P_1(C)}{\partial c_1}(c_1 - c_2) > P_1(C) \rightarrow (c_1 - c_2) < -\boxed{\frac{P_1(C)}{\partial P_1(C) / \partial c_1}} \rightarrow c_1 - c_2 < \boxed{K(C)}$$

(10.12)

$C = (c_1, c_2)$についての式になってる

離散選択モデルと交通量配分

(10.12)が成り立たない→ $c_1 - c_2 > K(C)$ (10.13)

このときc_1 が小さくなれば(道路が改善されれば)ネットワーク総旅行時間が大きくなる

(10.13)はもとのネットワークで経路1の方が自由旅行時間が大きいことを意味している

→より時間がかかる道路が改善されたときにネットワーク総旅行時間が大きくなる

なぜか?

実際の旅行時間はそれほど変化がない(あるいは改善後も経路2よりも時間がかかっている)にも関わらず”改善された”という効果で大勢が時間のかかる経路に集中することで発生する

一方で各旅行者は最短だと思っている経路を移動しておりかつ最大の効用を得ている→期待知覚旅行時間

離散選択モデルと交通量配分

$$\boxed{\tilde{S}_{rs}} = E\left[\max_{k\in\{1,2,..,K\}}\left\{U_k^{rs}\right\}\right] \quad (10.14)$$

$E[\cdot]$：・の期待値を表す

満足関数: 全ての選択肢の効用関数で一番大きいものの期待値

$$U_k^{rs} = -\boxed{\theta} C_k^{rs} \quad (10.15)$$

スケールパラメータ

期待知覚旅行時間

$$\tilde{S}_{rs} = E\left[\max_{k\in\{1,2,..,K\}}\left\{U_k^{rs}\right\}\right] \rightarrow E\left[\min_{k\in\{1,2,..,K\}}\left\{C_k^{rs}\right\}\right] = \boxed{S_{rs}\left(\boxed{C^{rs}}\right)}$$

実測旅行時間ベクトル

$$\left(c_1^{rs}, c_2^{rs}, \dots, c_K^{rs}\right)$$

$$\frac{\partial S_{rs}\left(C^{rs}\right)}{\partial c_k^{rs}} = P_k^{rs}\left(C^{rs}\right) > 0 \quad (10.15)$$

→道路が改善されれば期待知覚旅行時間は必ず減少する

$$S_{rs}\left(C^{rs}, c_l^{rs}\right) \le S_{rs}\left(C^{rs}\right) \quad (10.16)$$

→実際の旅行時間に関わらず期待知覚旅行時間をもとに行動することでパラドクスがおこる