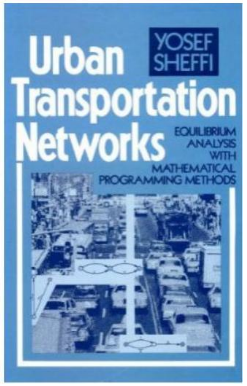
Yossi, S.: Urban Transportation Networks, Prentice Hall, 1985.

Chapter 11
Stochastic Network Loading Models



2013年5月22日(水)　　M2 伊藤 創太

確率的配分モデルの課題：

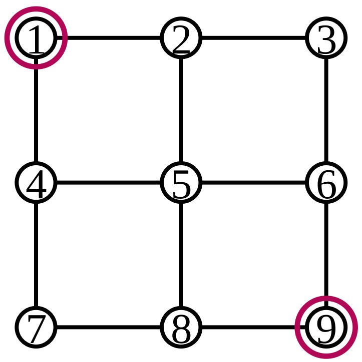
現実ネットワークではOD間の
経路列挙、経路別選択確率計算は困難

経路列挙回避のネットワークアルゴリズムを
２つ取り上げる

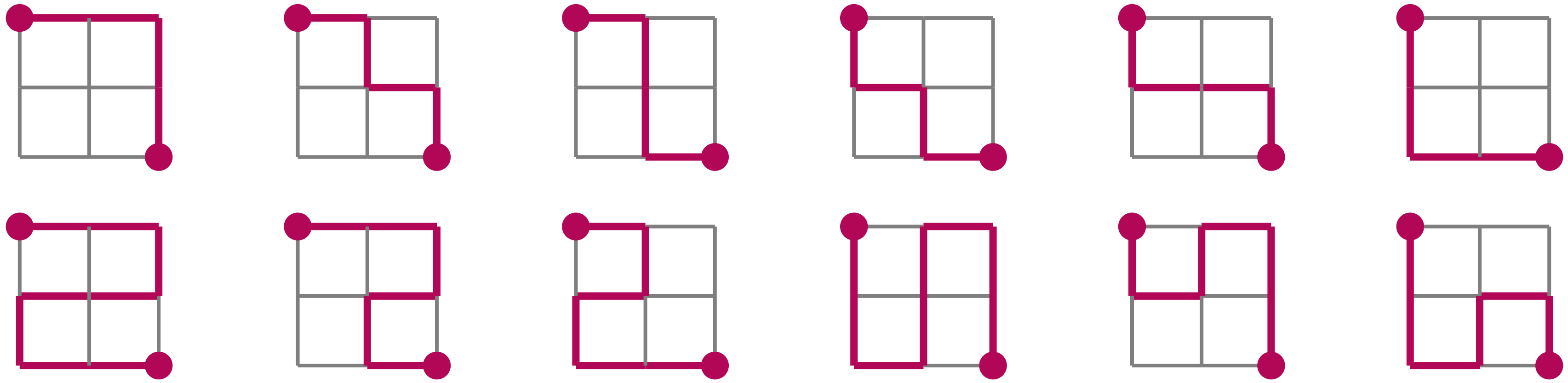
（1） logit型経路選択ベース　Dial (1971)
(2) probit型経路選択ベース　Daganzo and Sheffi (1977)

経路列挙の困難性

1から9に行く経路は何通り？
※同じところは2度通らない

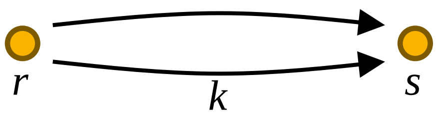


→　12通り



現実ネットワークでは列挙困難

ロジット型経路選択モデルの定式化



rs間の経路kの効用関数：
$$U_k^{rs} = -\theta c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs}$$

rs間の経路kの選択確率：
$$P_k^{rs} = \frac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_l \exp(-\theta c_l^{rs})}$$

$\theta(>0)$：スケールパラメータ　c：観測可能な旅行時間　ε：ガンベル分布に従う誤差項

経路知覚時間のばらつきとして捉え直す

rs間の経路kの知覚時間：
$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \boxed{\xi_k^{rs}}$$

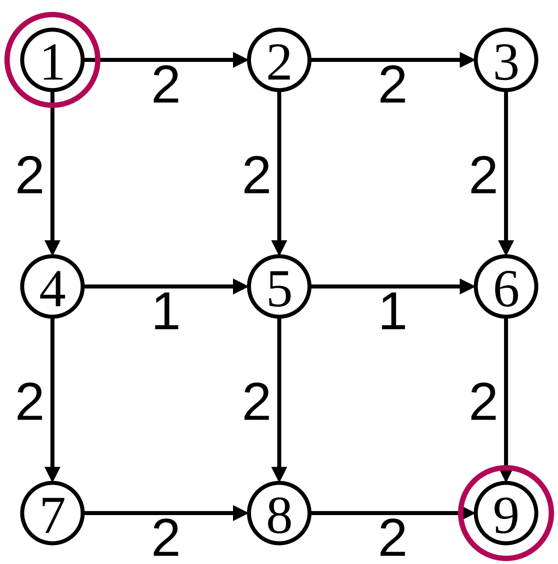
ξ：知覚時間の分散

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} \boxed{-\frac{1}{\theta}\varepsilon_k^{rs}}$$

STOCHアルゴリズム（Dialアルゴリズム）

田の字ネットワーク(9ノード12リンク)で検証
ノード1からノード9に1000trip/timeを流す
経路は6通り考えられる

田の字ネットワーク

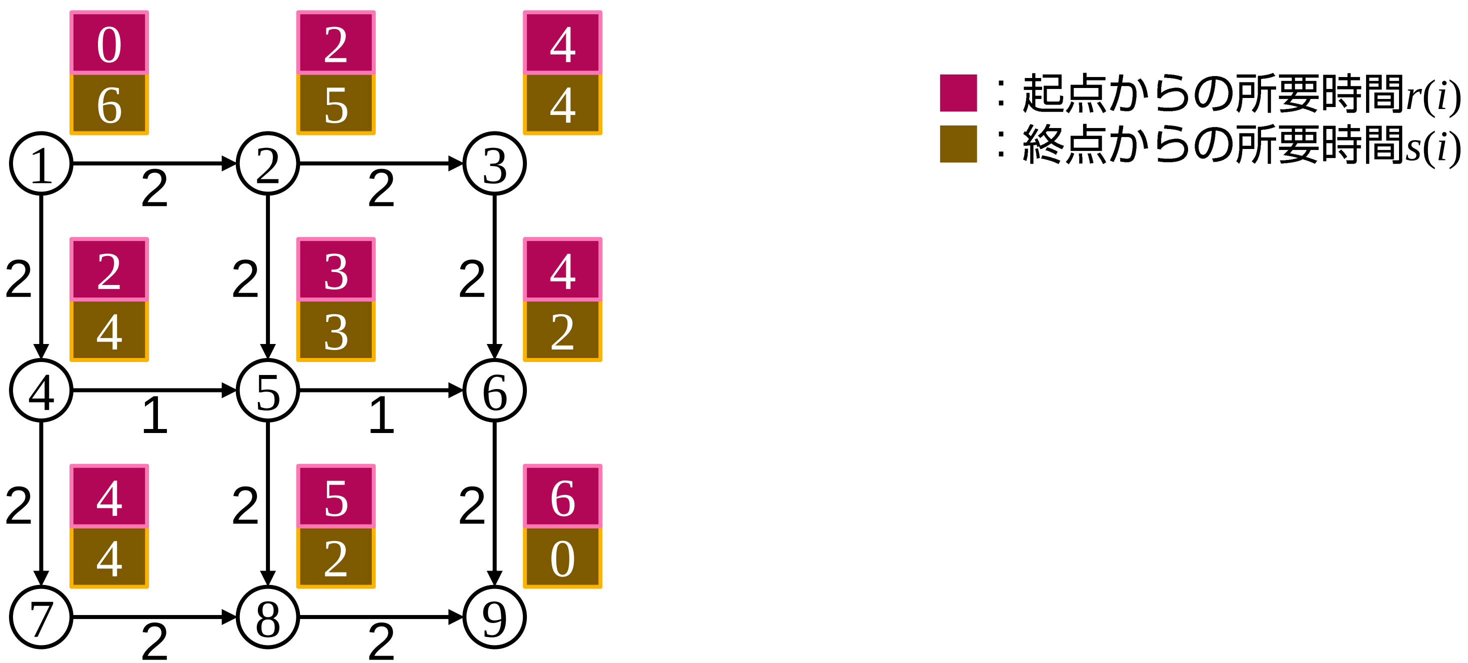


数字：リンクの所要時間

（例）

Step0 準備

- 起点rからノードiの最短所要時間$r(i)$を計算
- 終点sからノードiの最短所要時間$s(i)$を計算

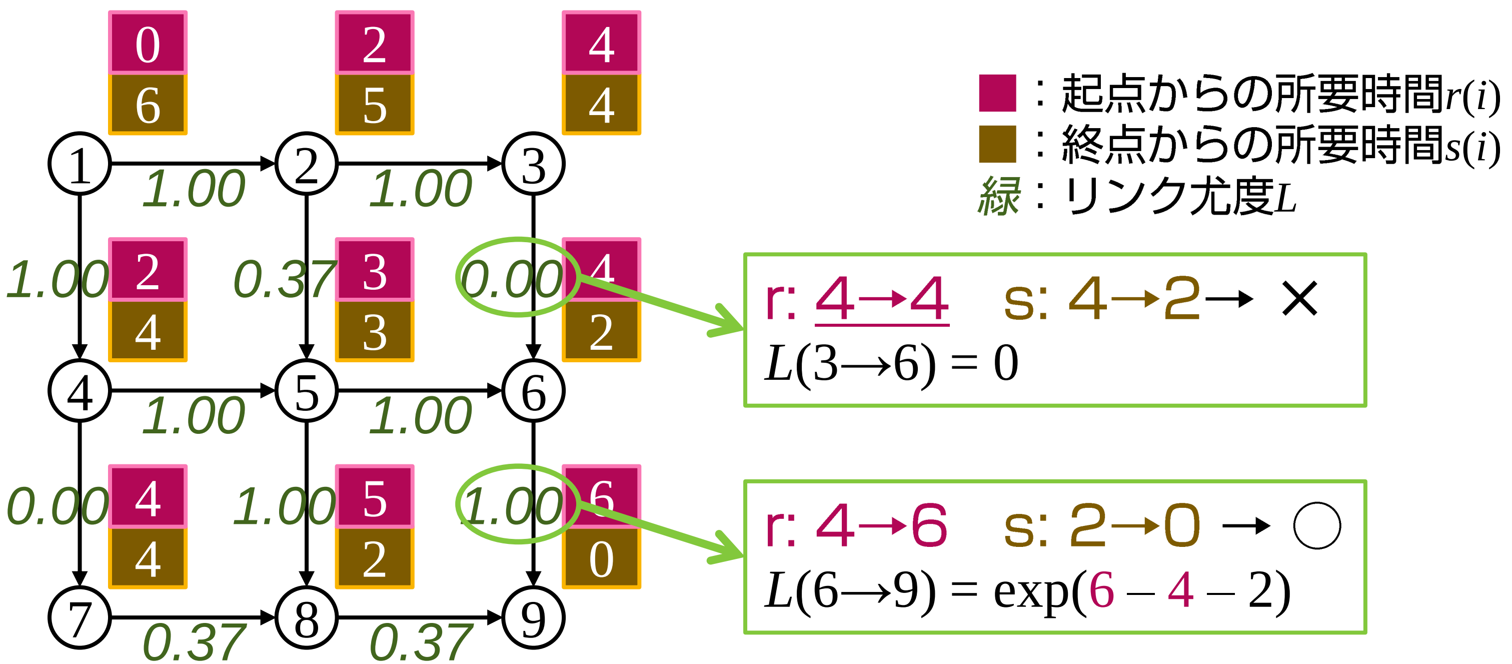


（例）

Step0 準備　リンク尤度Lを計算

$$L(i \to j) = \begin{cases} \exp(\theta(r(j) - r(i) - t(i \to j))) & \text{if } r(i) < r(j) \text{ and } s(i) > s(j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

起点から遠ざかり、終点に近づく方向のリンクのみ尤度を計算
尤度は0～1の値をとる



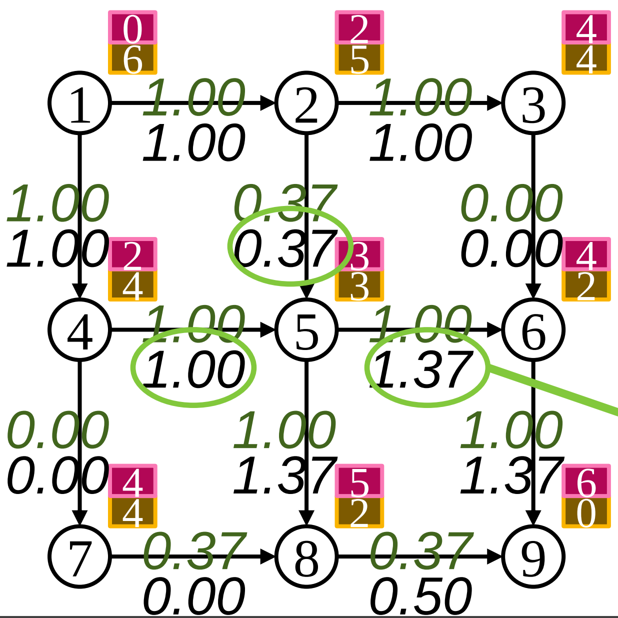
（例）

Step 1 前進　リンクの重みwを前進方向に計算

$$w(i \to j) = \begin{cases} L(i \to j) & \text{if } i = r \\ L(i \to j)\sum_m w(m \to i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

(iが起点のとき)

起点から順に (リンク尤度)×(前リンクの重みの和) を計算



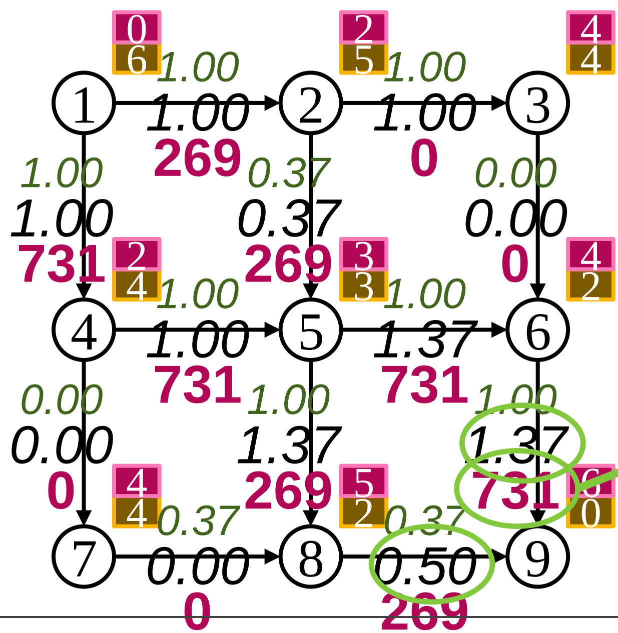
■：起点からの所要時間$r(i)$
■：終点からの所要時間$s(i)$
緑：リンク尤度L
黒：リンクの重みw

$$\begin{aligned} w(5 \to 6) &= w(2 \to 5) + w(4 \to 5) \\ &= 0.37 + 1.00 \\ &= 1.37 \end{aligned}$$

(例)

Step2 後進 リンク交通量xを後進方向に計算

$$
x(i \to j) = \begin{cases} q_{rs} \dfrac{w(i \to j)}{\sum_m w(m \to j)} & \text{if } j = s \quad (j\text{が終点のとき}) \\ \left[\sum_m x(j \to m) \right] \dfrac{w(i \to j)}{\sum_m w(m \to j)} & \text{all other links } i \to j \end{cases}
$$



■：起点からの所要時間$r(i)$
■：終点からの所要時間$s(i)$
緑：リンク尤度L
黒：リンクの重みw
赤：リンクの交通量x

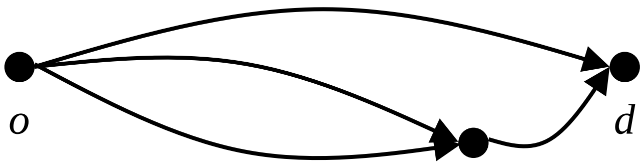
$x(6\to9)$ $= q_{rs} \times w(6\to9) / w(6\to9) + w(8\to9)$
$= 1000 \times 1.37 / (1.37 + 0.50)$
$= 731$

(例)

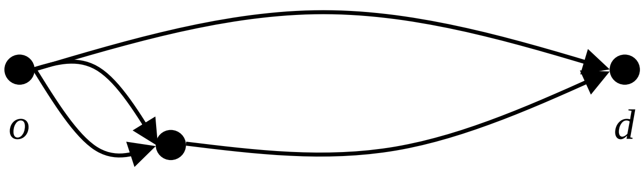
ロジット型選択モデルの仮定の弱点

- 経路の重複

(a)

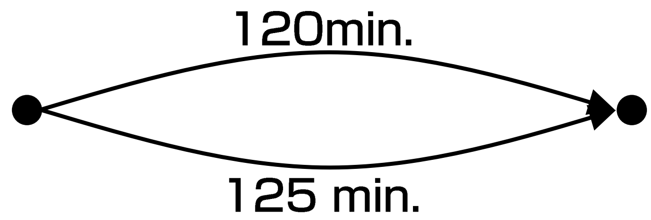


(b)

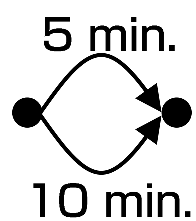


- 所要時間の差分

(a)



(b)



3経路の所要時間が同じならば流れる交通量は3分の1ずつ？？

どちらも流れる交通量の比率は等しい？？

正規分布によるリンク所要時間表現

リンクaの旅行者の知覚旅行時間

$$T_a = N(t_a, \beta t_a)$$

t_a：リンクa旅行時間の期待値　β：分散パラメータ

リンク旅行時間が期待値と分散で表される

rs間経路kの知覚旅行時間

$$C_k^{rs} = \sum_a T_a \delta_{a,k}^{rs}$$

δ：リンクaがrs間経路k上にあるかどうかの指示変数

行列で表すと・・・

$$\mathbf{T} = \mathrm{MVN}(\mathbf{t}, \boldsymbol{\Sigma})$$

t：リンク旅行時間期待値ベクトル
Σ：分散共分散行列

$$\boldsymbol{\Sigma} = [\beta \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{I}] = \begin{pmatrix} \beta t_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta t_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \beta t_a \end{pmatrix}$$

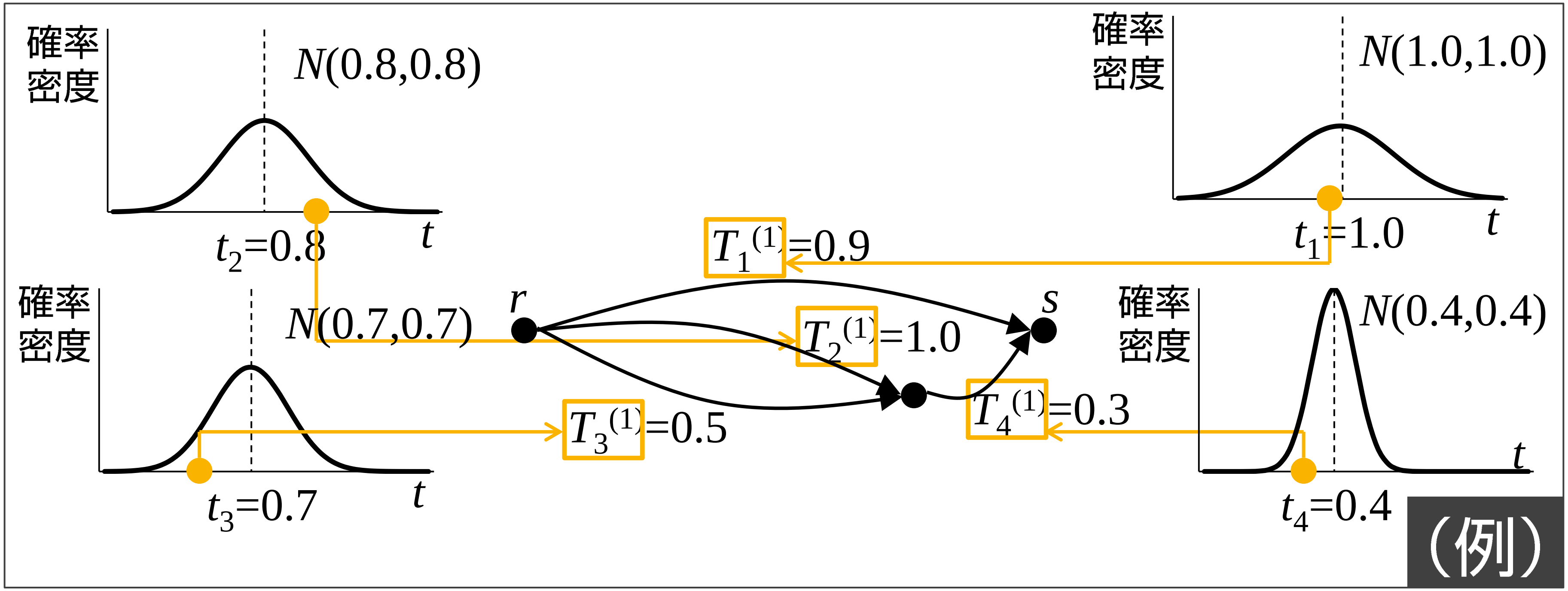
Step0 初期化

$l=1$　　l：計算反復回数を表す変数

Step1 サンプリング

正規分布から乱数発生で各リンクの旅行時間を設定

$T_a^{(l)}$を$N(t_a, \beta t_a)$からサンプリング



Step2 配分

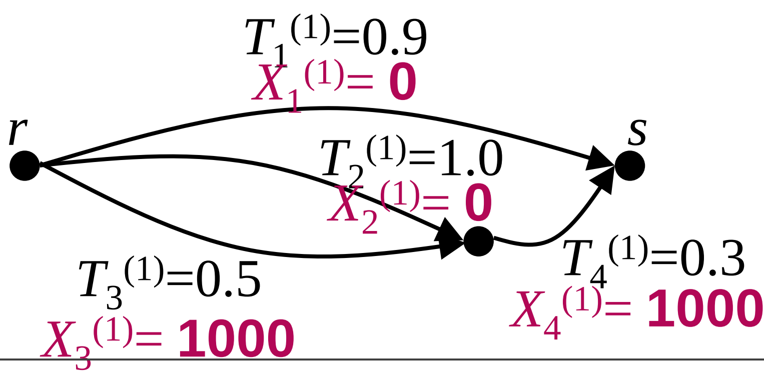
$T_a^{(l)}$をもとにrs間OD交通量q_{rs}を最短経路に全て配分
配分交通量Xとする

（例）

$T_a^{(l)}$：旅行時間（$T_a \sim \mathrm{N}(t_a, \beta t_a)$）
$X_a^{(l)}$：l回目サンプリング結果での最短経路配分値
$x_a^{(l)}$：l回目時点での配分値

$l = 1$

link	t	$T^{(1)}$	$X^{(1)}$	$x^{(1)}$	
1	1.0	0.9	0	0	
2	0.8	1.0	0	0	
3	0.7	0.5	1000	1000	
4	0.4	0.3	1000	1000	



Step2 配分

$T_a^{(l)}$をもとにrs間OD交通量q_{rs}を最短経路に配分
配分交通量Xとする

Step3 平均

新しいサンプリング結果と前回までの交通量を用いて
新たな配分交通量とする

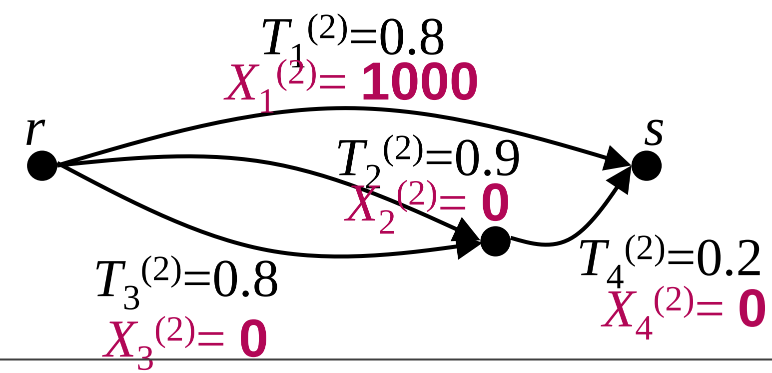
$$x_a^{(l)} = \left[(l-1)x_a^{(l-1)} + X_a^{(l)}\right]/l$$

（例）

$T_a^{(l)}$：旅行時間（$T_a \sim N(t_a, \beta t_a)$）
$X_a^{(l)}$：l回目サンプリング結果での最短経路配分値
$x_a^{(l)}$ ：l回目時点での配分値

$l = 2$

link	t	$T^{(2)}$	$X^{(2)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
1	1.0	0.8	1000	0	500
2	0.8	0.9	0	0	0
3	0.7	0.8	0	1000	500
4	0.4	0.2	0	1000	500



Step4 収束

$$\sigma_a^{(l)} = \sqrt{\frac{1}{l(l-1)} \sum_{m=1}^{l} \left[X_a^{(m)} - x_a^{(l)} \right]^2}$$

$\max(\sigma_a^{(l)}/x_a^{(l)}) \leqq \kappa$ なら、終了
そうでなければStep1に戻る

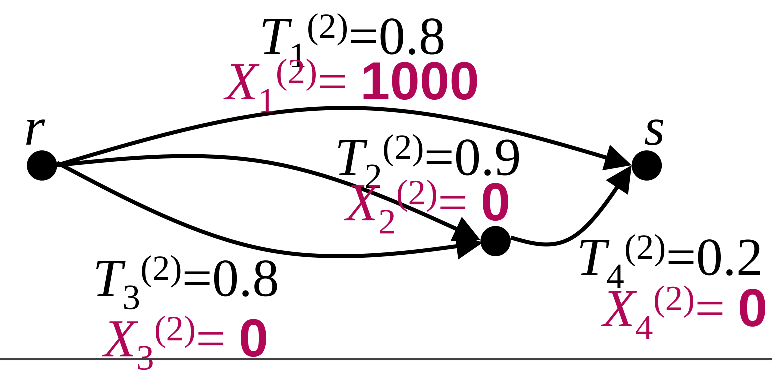
(例)

$l = 2$

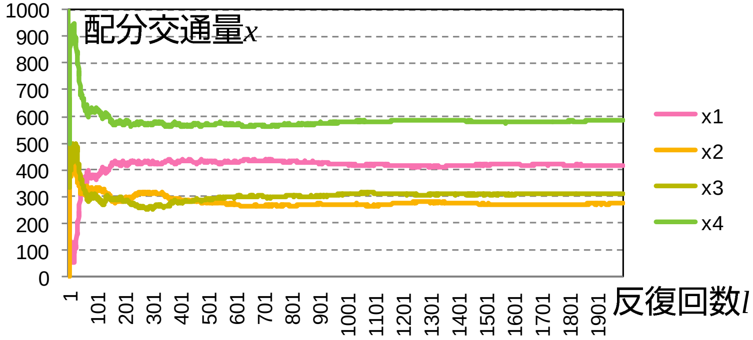
$\boxed{\max(\sigma_a^{(2)}/x_a^{(2)}) = 1.0}$

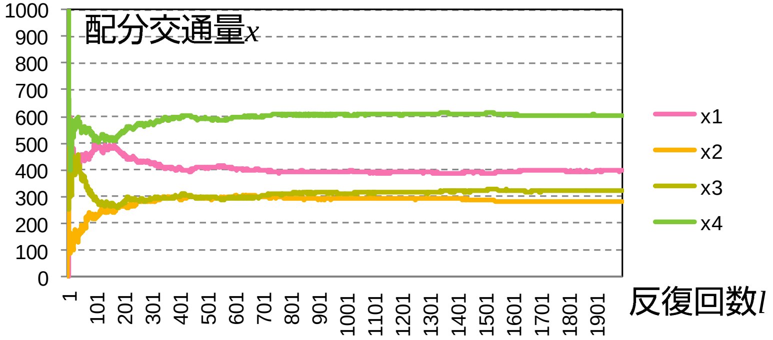
link	t	$T^{(2)}$	$X^{(2)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$
1	1.0	0.8	1000	0	500
2	0.8	0.9	0	0	0
3	0.7	0.8	0	1000	500
4	0.4	0.2	0	1000	500

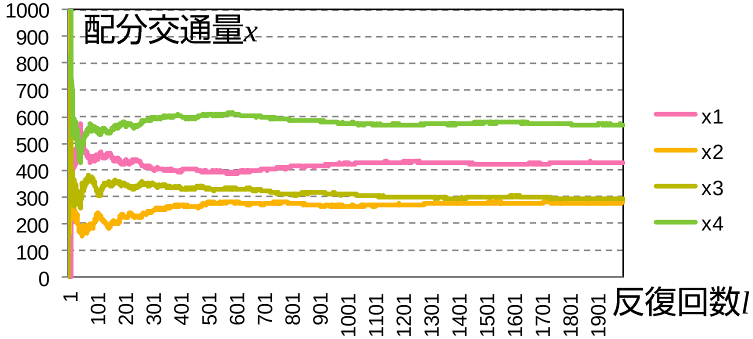
$T_a^{(l)}$：旅行時間（$T_a \sim N(t_a, \beta t_a)$）
$X_a^{(l)}$：l回目サンプリング結果での最短経路配分値
$x_a^{(l)}$：l回目時点での配分値

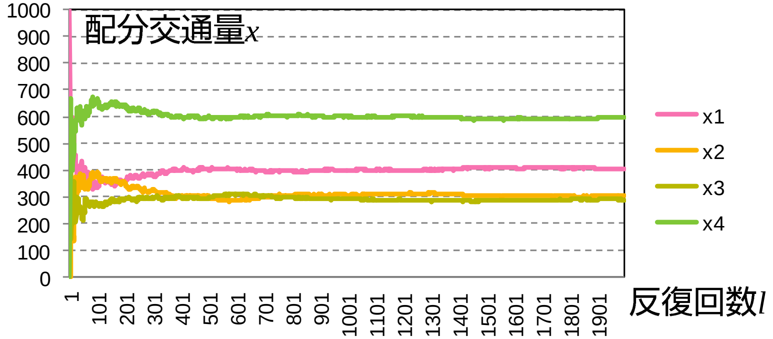


計算実験結果（2000回反復計算を4回行った）





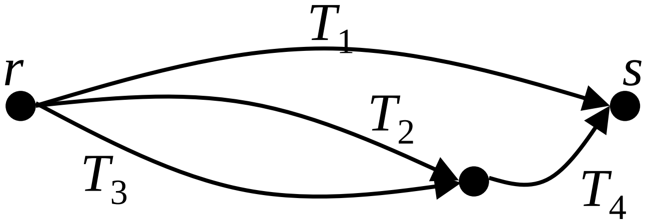




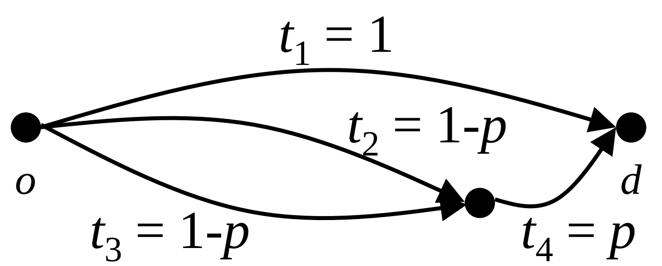
収束値

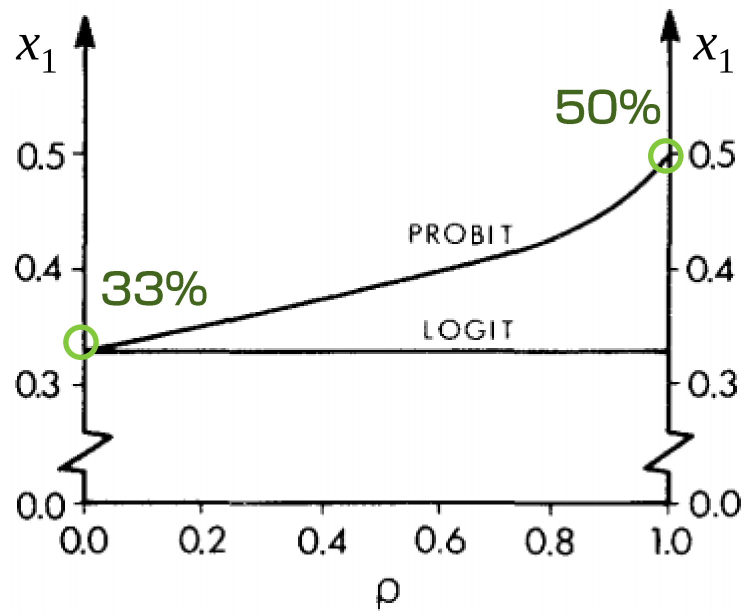
x_1= **402.7** x_2= **307.7**

x_3= **289.6** x_4= **597.3**



経路の重複による問題



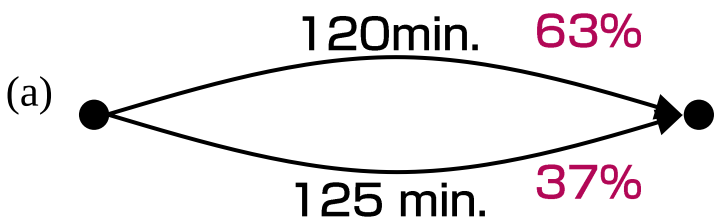


3経路とも所要時間は1
交通量1をoからdに流す

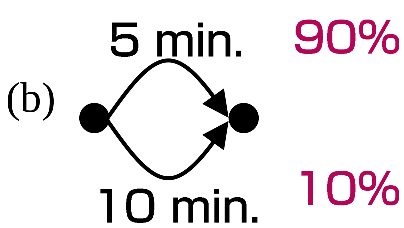
プロビット配分では経路の重複に応じた配分結果になっている

所要時間の差分による問題

分散パラメータβ=1のときの経路選択確率



$$P_1 = \Phi\left(\frac{(125-120)}{\sqrt{(120+125)\beta}}\right) = 0.63$$



$$P_1 = \Phi\left(\frac{(10-5)}{\sqrt{(5+10)\beta}}\right) = 0.90$$

Φ：標準正規分布の累積密度関数

所要時間の比率を考慮した配分になっている

まとめ

経路列挙の要らない２つの
確率的ネットワークローディングモデル

logit型配分

・旅行者は目的地に近づく方向へ行く仮定

・最短経路配分よりも計算が必要

・重複経路に過大に配分する欠点

probit型配分

・知覚旅行時間に正規分布を仮定

・モンテカルロシミュレーションの繰り返しで求解

・計算負荷は大きい