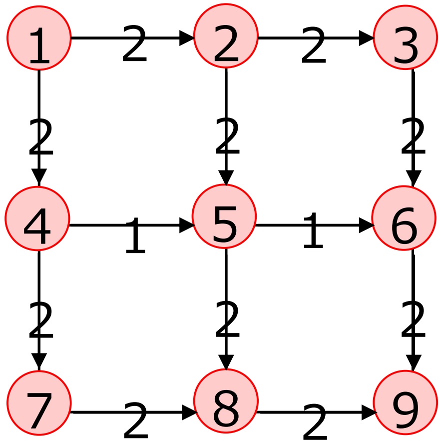
Chapter 11 Stochastic Network Loading Models

YOSEF SHEFFI :
URBAN TRANSPORTATION NETWORKS

社会基盤学専攻　M1　笠原　和

2014/05/22

前提
・ネットワーク上のODペアを結ぶパスの数は十分大きい
→全ての経路を列挙すること、各経路が選択される確率を求めること、
各経路のフローを求めることは不可能



この章で扱う経路選択モデルのアルゴリズム

①logit型経路選択ベース

→誤差項が同一で独立なガンベル分布に従う

②probit型経路選択ベース

→誤差項が正規分布に従う
→各選択肢間の誤差項に相関があるときも表現可

Logit選択型アルゴリズム

rs間の経路kの効用関数 $U_k^{rs} = -\theta c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs}$

rs間の経路kの選択確率 $P_k^{rs} = \dfrac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_l \exp(-\theta c_l^{rs})}$

θc_k^{rs} ：スケールパラメータ

ε_k^{rs} ：ガンベル関数に従う誤差項

c ：観測可能な旅行時間

経路知覚時間のばらつきを考慮してCを定義し直す。

r-s間の経路kの知覚時間

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \xi_k^{rs}$$

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} - \frac{1}{\theta}\varepsilon_k^{rs}$$

ξ ：知覚時間の分散

$\theta \to 0$ ：全ての選択肢が等価
$\theta \to \infty$ ：最短経路のみが選ばれる

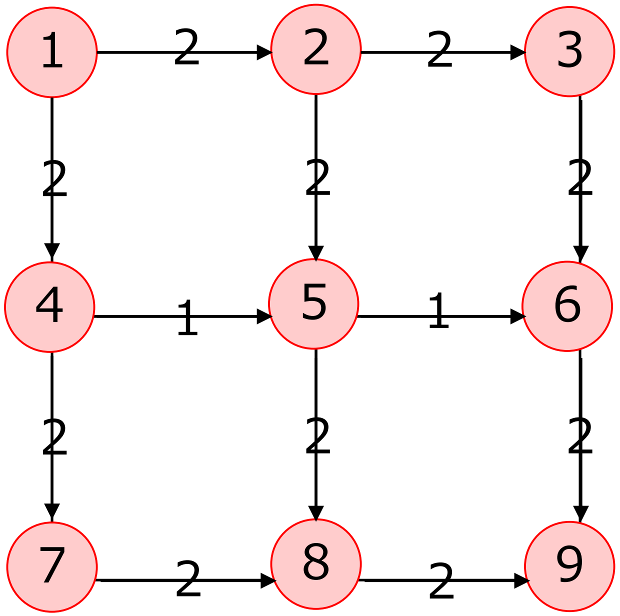
知覚時間…旅行者が最短だと思っている時間

STOCH方法（Dial'sアルゴリズム）

O-Dペア間で利用可能な全ての経路に対して経路選択モデルを適用する。

起点を出発して終点に向かって進むリンクのみで構成される

- 9ノード12リンク
- ノード1から9に1000trip／time を流すことを過程
- 考えられる経路は6通り

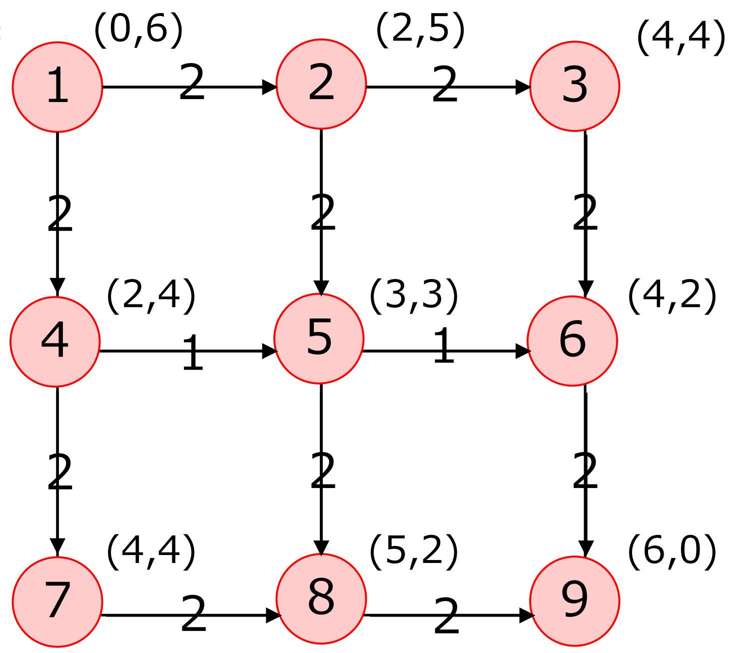


各リンクの所要時間

Step0 preliminaries

(a)起点 r から各ノード i までの最短所要時間 r (i)を決定する
(b)終点 s から各ノード i までの最短所要時間 s (i)を決定する

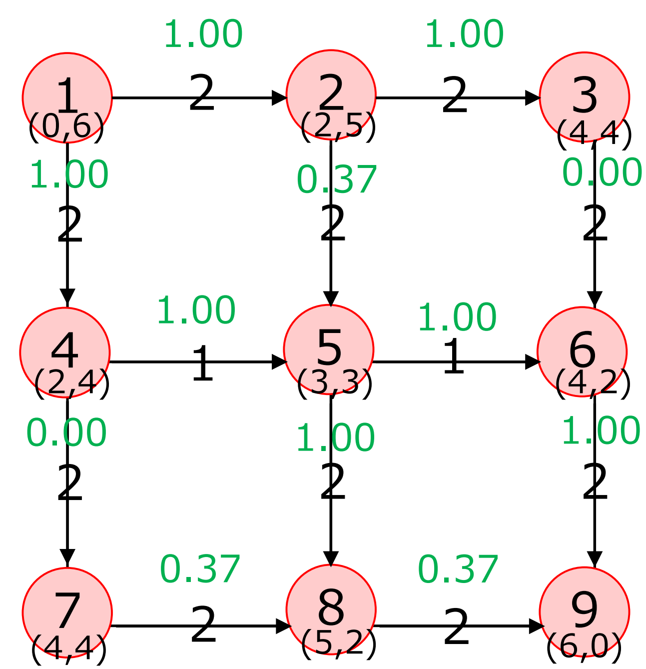
(r(i),s(i))=



Step0 preliminaries

(c) ノード i を出発した全てのリンクの集合O_iを定義する
(d)ノード i に到着した全てのリンクの集合F_iを定義する
(e)各リンク$i \rightarrow j$に対して"<u>リンク尤度L</u>"を求める

$$L(i \rightarrow j) = \begin{cases} exp\{\theta[r(j) - r(i) - t(i \rightarrow j)]\} & \text{...if } r(i)<r(j) \text{ and } s(i)>s(j) \\ 0 & \text{...otherwise} \end{cases}$$



L(i→j)=1：合理的な経路を通っている
(ex)1→2→5→6→9
L(i→j)=0 ：合理的でない経路を通っている
(ex)1→<u>4→7</u>→8→9

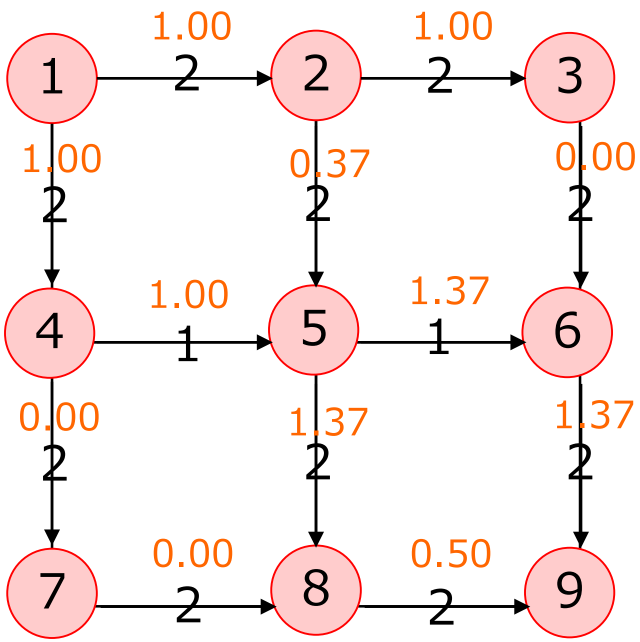
θ：0.1~1.0の範囲であれば交通量に大きな差異は見られないため、θ=1として計算する

Step1 forward pass

前進方向に対して"<u>重みw</u>"を求める

$$w(i \to j) = \begin{cases} L(i \to j) & \ldots\text{if} \quad i{=}r \quad \text{(iが起点の時)} \\ L(i \to j)\ \sum_m w(m \to i) & \ldots\text{otherwise} \end{cases}$$

リンク尤度L×前のリンクの重みwの和



Step1 forward pass

前進方向に対して"重みw"を求める

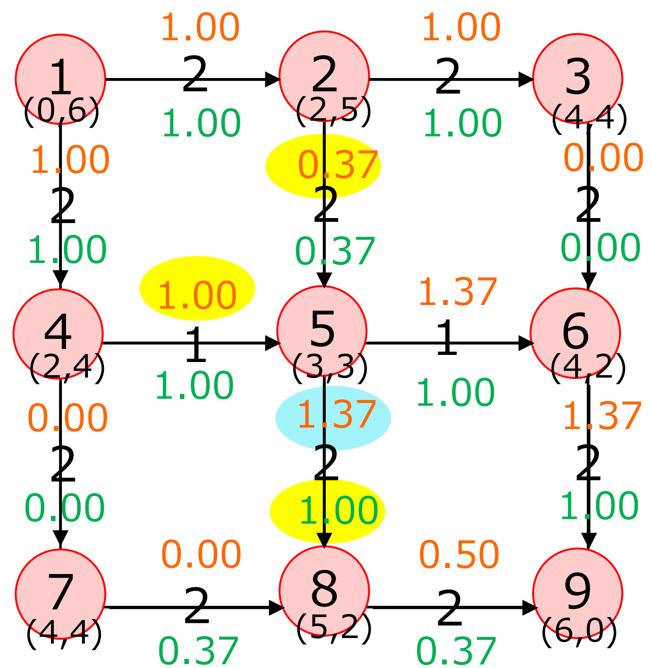
$$w(i \to j) = \begin{cases} L(i \to j) & \ldots \text{if} \quad i = r \quad \text{(iが起点の時)} \\ L(i \to j) \sum_m w(m \to i) & \ldots \text{otherwise} \end{cases}$$

リンク尤度L×前のリンクの重みwの和

(r(i),s(i))=(起点からの所要時間、終点からの所要時間)

Ex)

$w(5 \to 8) = 1.00 \times (0.37 + 1.00) = 1.37$



Step2 backward pass

後退方向に対して"リンク交通量 x_"を求める

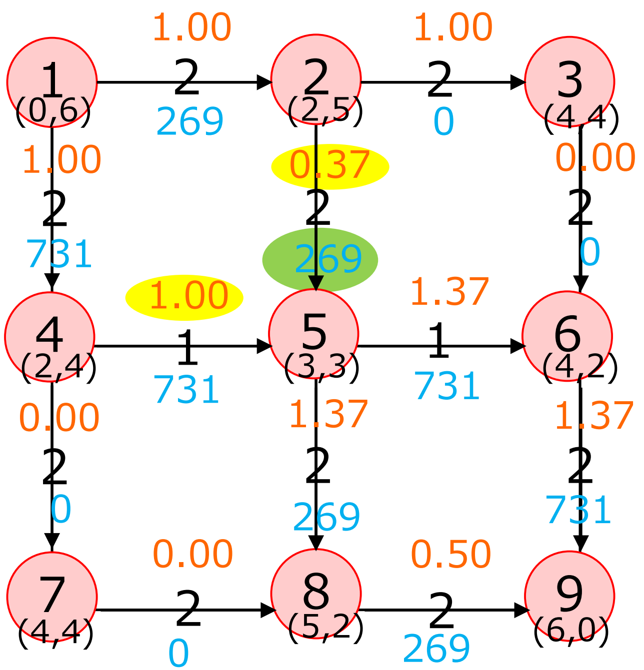
$$x(i \to j) = \begin{cases} q_{rs} \dfrac{w(i\to j)}{\sum_m w(m\to j)} & \text{(jが終点の時)} \\ \left[\sum_m x(j \to m)\right] \dfrac{w(i\to j)}{\sum_m w(m\to j)} & \text{(all other links i→j)} \end{cases}$$

(q_{rs}:r-s間の交通流量)

Ex) リンク交通量 x

$$x(2\to5)=[x(5\to6)+x(5\to8)]\frac{w(2\to5)}{w(2\to5)+w(4\to5)}$$

$$=(731+269)\frac{0.37}{0.37+1.00}=269$$



Logit選択型アルゴリズムsummary

①それぞれのstepの式を用いて、車両が次に流入するリンクの選択確率を以下の式を用いて求めることができる。

$$P_k^{rs} = \frac{\exp(-\theta_{c_k^{rs}})}{\sum_l \exp(-\theta_{c_k^{rs}})}$$

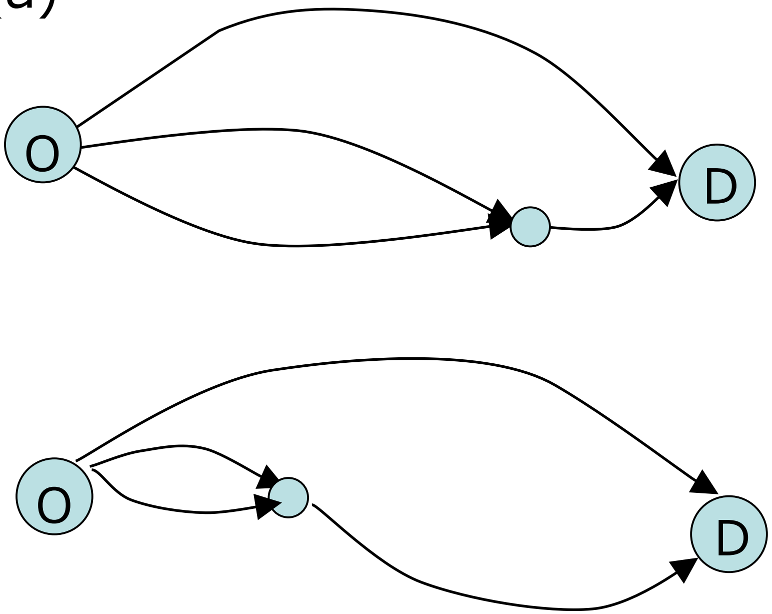
②r(i)≤r(j)のとき、つまりr(i)=r(j)のときも含むと、６つの経路は全て合理的になる。

→"single-pass" algorithm

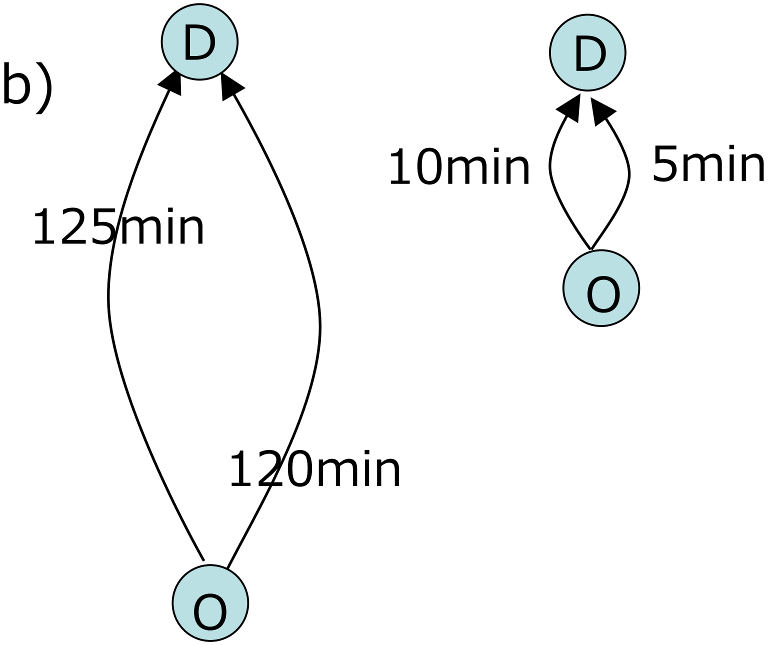
③ドライバーが認知する経路旅行時間の誤差項を独立で同一のガンベル分布に従うと仮定して導出するロジットモデルは，Dial のアルゴリズムにより交通量負荷を非常に簡易に行えるという利点を有する。

ロジット選択型モデルの欠点

(a)



(b)



全経路を同等に評価するため、上図のどの経路も同じ確率となってしまう。

ルート選択確率は旅行時間の違いだけで評価するため、流れる交通量の比率は等しくなる。

正規分布に従うリンク所用時間表現

リンクa上の旅行者の知覚旅行時間

$$T_a \sim N(t_a, \beta t_a)$$

t_a：リンクaの旅行時間の期待値
β：分散パラメータ

r-s間の経路kにおける知覚旅行時間

$$C_k^{rs} = \sum_a T_a \delta_{a,k}^{rs}$$

δ：リンクaがr-s間の経路k上にあるかどうかの指示変数

正規分布に従うリンク所用時間表現

行列で表示した場合

リンクaの旅行者の知覚旅行時間

$$T \sim MVN(t, \sum{}')$$

t:リンク旅行時間期待値ベクトル
∑:分散共分散行列

r-s間の経路kの知覚旅行時間

$$C^{rs} \sim MVN(c^{rs}, \sum{}^{rs})$$

以後、モンテカルロシュミレーションを用いて求解。

Step0 Initialization(初期化)

Set　$l=1$　　　　l：計算の反復回数

Step1 Sampling(サンプリング)

それぞれのリンクaに対して

$T_a \sim N(T_a, \beta t_a)$ から$T_a^{(l)}$ をサンプリング

・各反復において知覚時間の密度関数からひとつだけサンプリングされる

Step2 All-or-nothing assignment(配分)

ODペア(r-s)間の最短経路$\{T_a^{(l)}\}$に
そのODペアの交通量$\{q_{rs}\}$を全て配分する。
→このstepによりリンクフロー$\{X_a^{(l)}\}$が求まる。

Step3 Flow averaging(リンク交通量の平均化)

$$x_a^{(l)} = \left[(l-1)x_a^{(l-1)} + X_a^{(l)}\right]/l, \forall, a \qquad \left(x_a^{(l)} = \frac{1}{l}\sum_{m=1}^{l} X_a^{(m)}\right)$$

$X_a^{(l)}$: l番目の反復時のリンクa上のフロー
$x_a^{(l)}$: l回目の反復時平均化されたリンクa上のフロー

Step4 stopping test(収束判定)

$$\sigma_a^{(l)} = \frac{1}{l(l-1)} \sum_{m=1}^{l} [X_a^{(m)} - x_a^{(m)}]^2$$

$\sigma_a^{(l)}$: $x_a^{(l)}$の標準偏差

if･･･$max_a\{\sigma_a^{(l)}/x_a^{(l)}\} \leq \kappa$ →終了

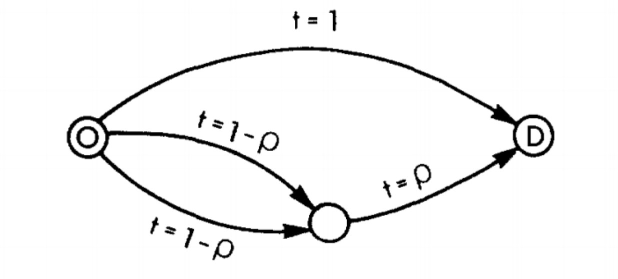
Otherwise･･･$= l \coloneqq l + 1$としてstep1に戻る

κ:あらかじめ決定された定数

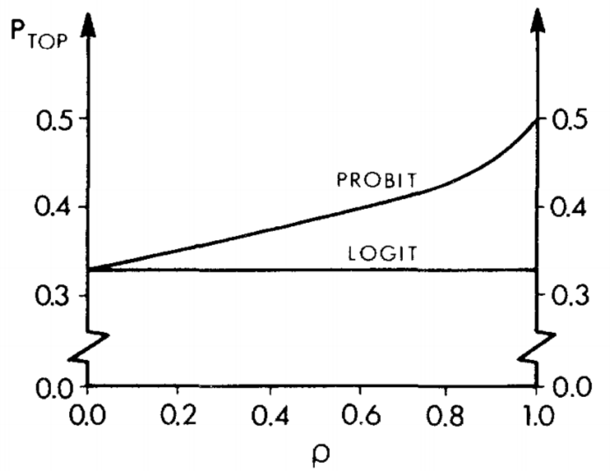
※サンプリングと配分のプロセスが数回繰り返されて収束したとき、各経路に対して最終的なフローパターンを算出するために、個人の反復の結果が平均化される。

収束までの反復回数は通常4~6回で許容範囲内に収まる。

ロジットモデルとプロビットモデルの比較



全ての経路の所要時間＝ 1
交通量＝ 1
重複部分の所要時間：ρ



P_{TOP}：上の経路が選択される確率

プロビットモデルは経路の重複を考慮した配分結果を示している。

summary

不連続確率モデルに基づいた二つの確率ネットワークモデルについて

Logit選択型アルゴリズム

- 誤差項はガンベル分布に従うと仮定（クローズドフォーム）
- ドライバーの経路選択行動を表現するモデルとしてDial’s法を使用
- 非現実的な選択行動を表現してしまうという欠点を有する。

Probit経路選択型アルゴリズム

- 誤差項は正規分布に従うと仮定（オープンフォーム）
- モンテカルロシュミレーションを用いて選択確率を求める。
- all-or-nothing配分
- 計算負荷は大きいがlogit型の欠点をカバーできる。