

スタートアップゼミ 2017/4/10
均衡配分モデルの導出

広瀬啓人

今日の内容

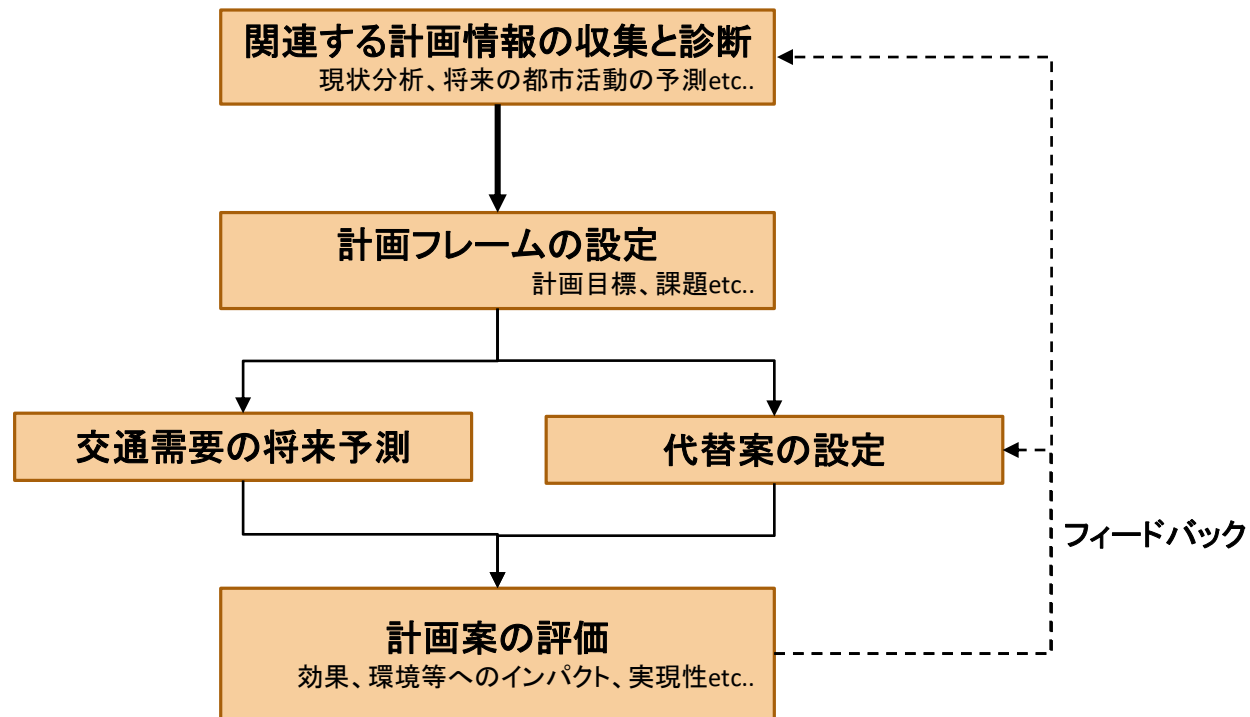
1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
4. 均衡配分の考え方
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化

今日の内容

1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
4. 均衡配分の考え方
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化

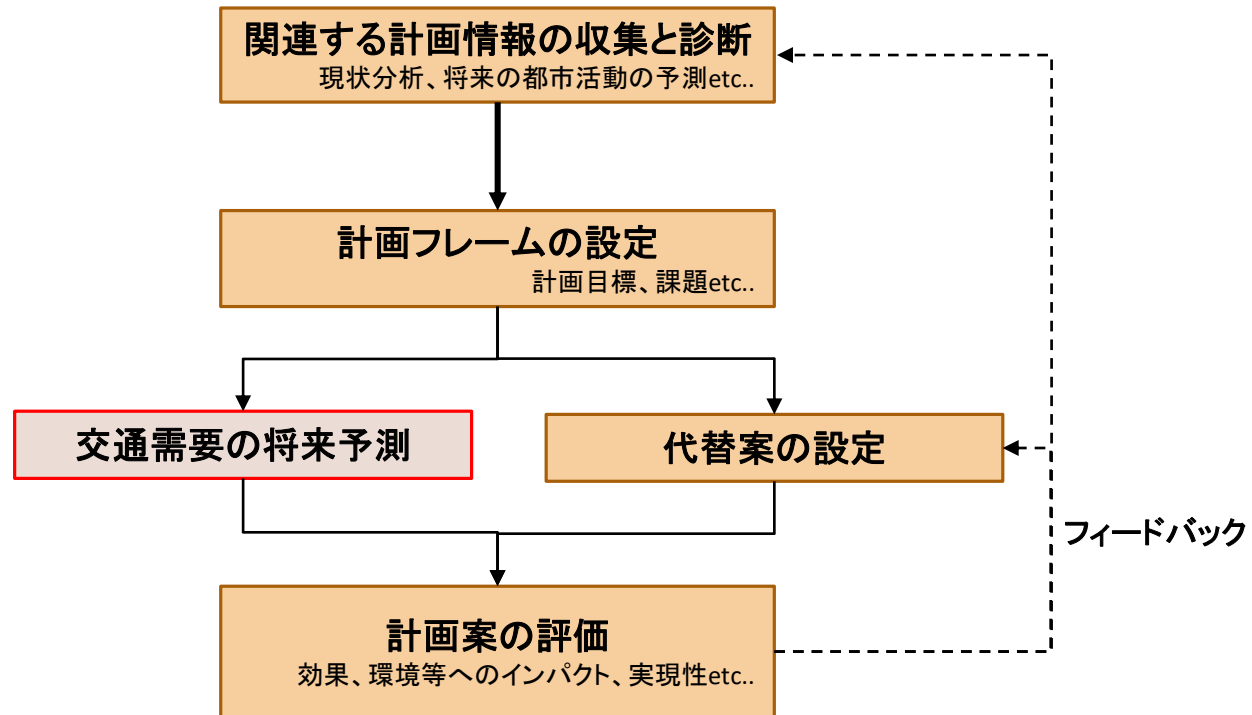
1.1 交通計画の手法

○ 交通計画の一般的手順



1.1 交通計画の手法

○ 交通計画の一般的手順



交通需要予測が非常に重要になる

1.2 交通需要予測の手法

- 四段階推定法

- 長期の幹線交通網計画に用いる
 - ゾーン単位での分析(=ゾーン平均での評価)

- 非集計分析法

- 短期の交通管理計画に用いる
 - 細かいサービス変更の影響の分析など
 - 集計分析が適当でないような規模
 - 個人レベルでの分析

1.2 交通需要予測の手法

- **四段階推定法**

- 長期の幹線交通網計画に用いる
ゾーン単位での分析(=ゾーン平均での評価)

- **非集計分析法**

- 短期の交通管理計画に用いる
細かいサービス変更の影響の分析など
集計分析が適当でないような規模
個人レベルでの分析

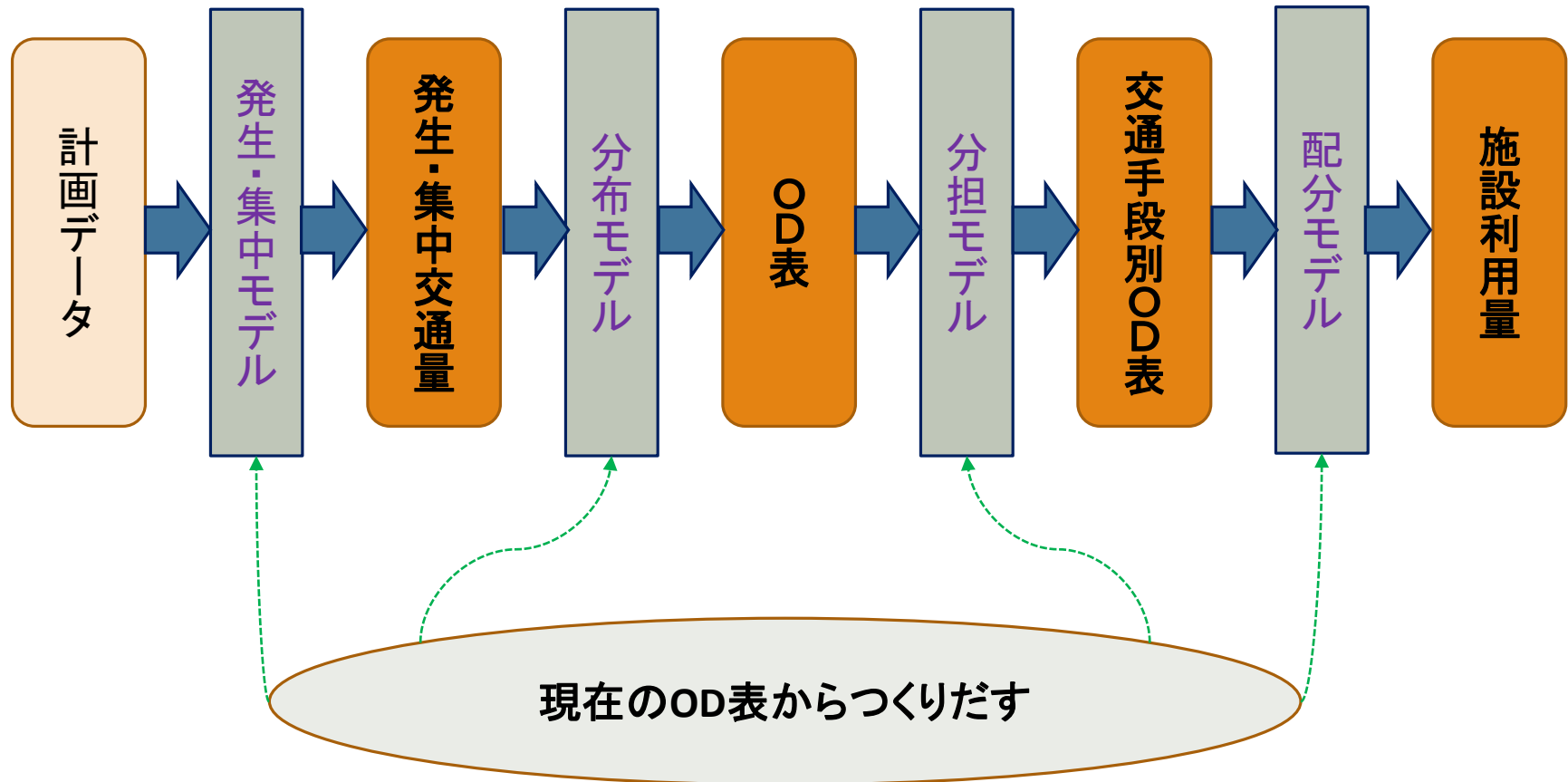
今日の内容

1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
4. 均衡配分の考え方
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化
6. 均衡配分モデルの導出過程

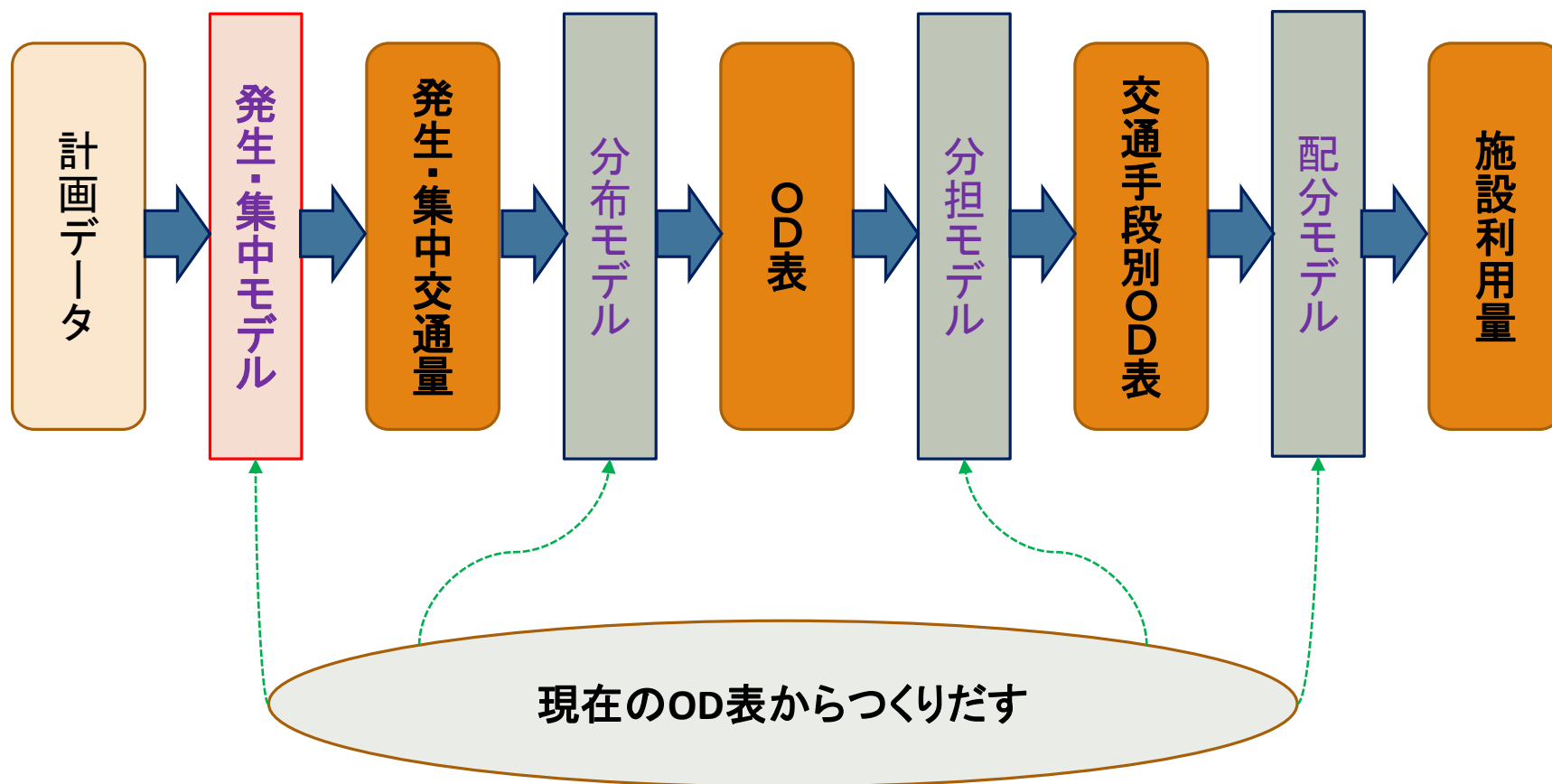
2.1 四段階推定法の概要

- 1950年代にアメリカで開発
- 日本では1967年に広島で用いられたのが最初
- 総合的な交通計画の立案手法として定着
- PT調査をもとにする
- 将来の都市活動・交通網情報から、将来の幹線交通網の需要を求め、供給量とのバランスをチェックする
- 「発生・集中」「分布」「分担」「配分」の4ステップ

2.2 四段階推定法のプロセス



2.3 プロセスの詳細①ー発生・集中モデルー



2.3 プロセスの詳細①ー発生・集中モデルー

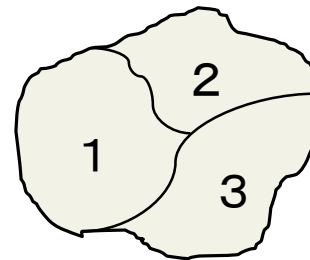
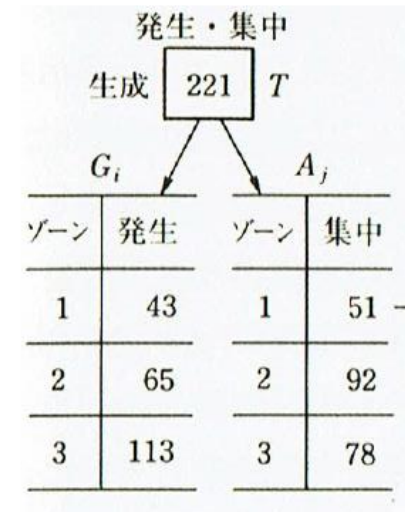
1. はじめに都市圏全体の生成交通量(T)を推定

都市圏全体の人口や世帯数の推計値から求める

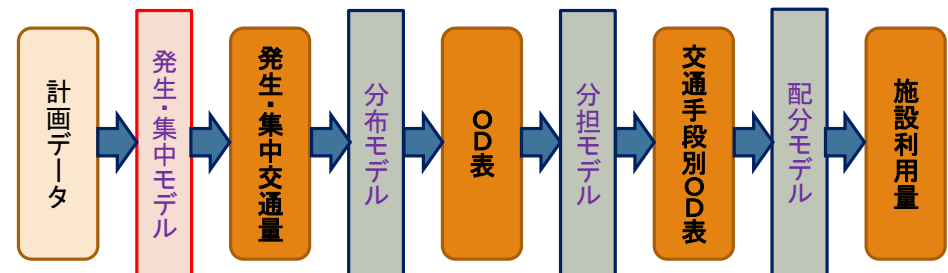
2. ゾーン別発生(G_i)・集中交通量(A_i)を推定

土地利用面積や人口などから求める

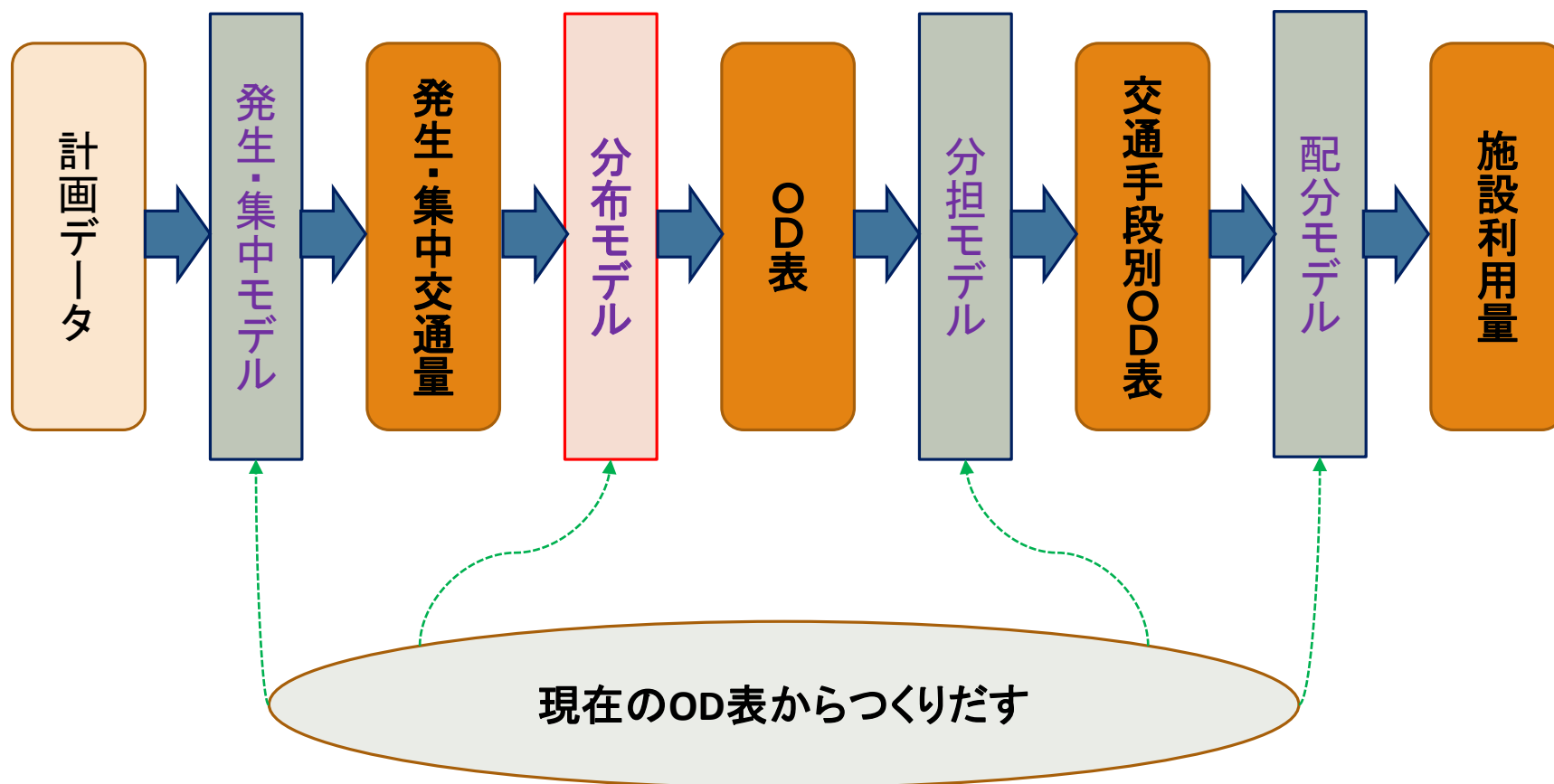
原単位法、重回帰モデル法など



ゾーン	1	j	N	発生量
1	?	?	?	?	?	G_1
⋮	?	?	?	?	?	⋮
i	?	?	T_{ij}	?	?	G_i
⋮	?	?	?	?	?	⋮
N	?	?	?	?	?	G_N
集中量	A_1	A_j	A_N	T



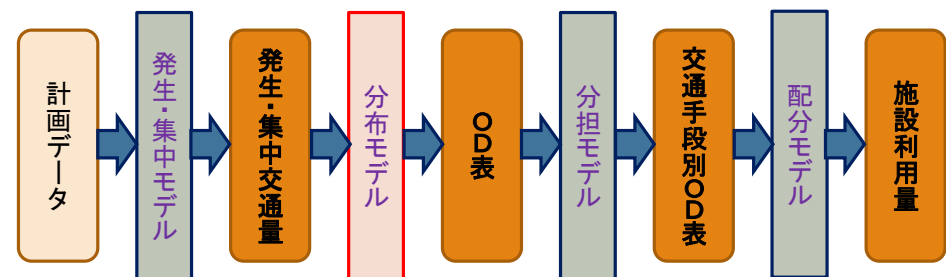
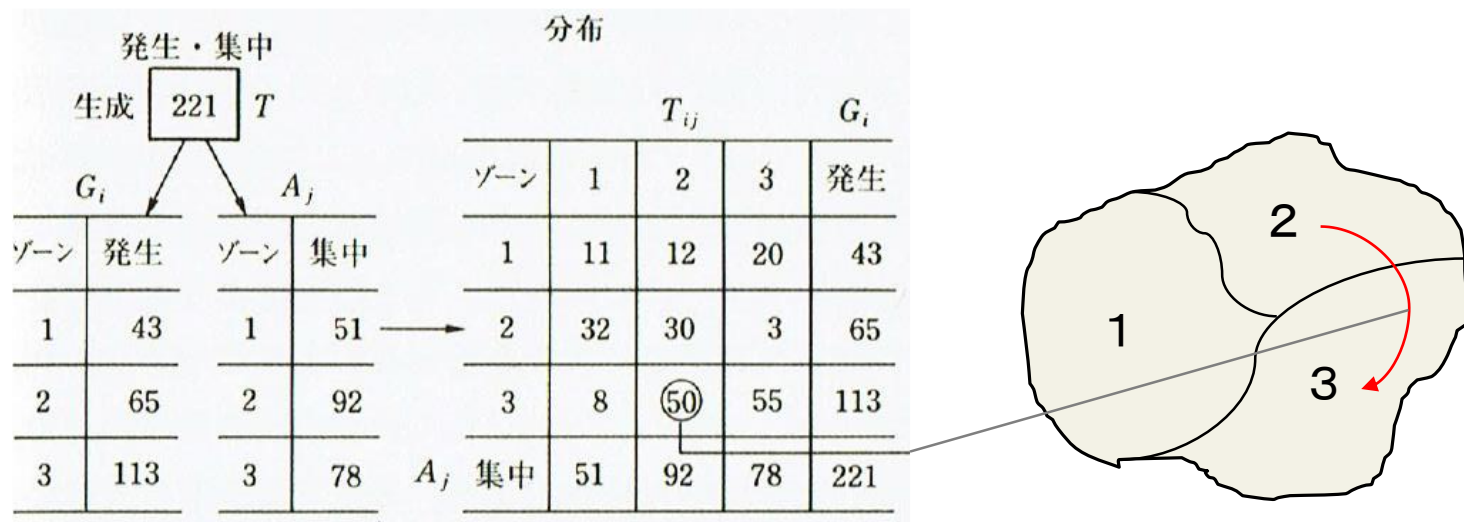
2.3 プロセスの詳細②ー分布モデルー



2.3 プロセスの詳細②ー分布モデルー

各ゾーンに発生(集中)する交通量が、

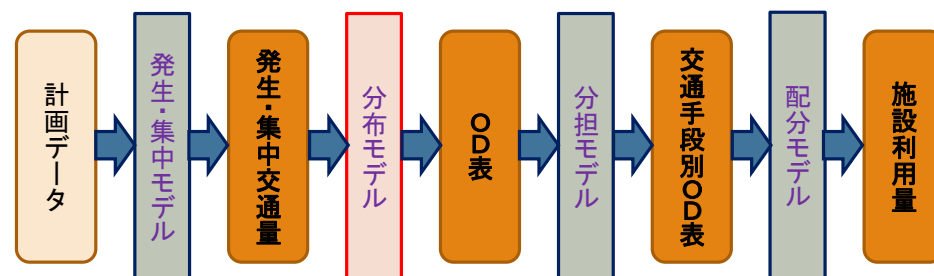
どのゾーンに集中(発生)しているかを推定する



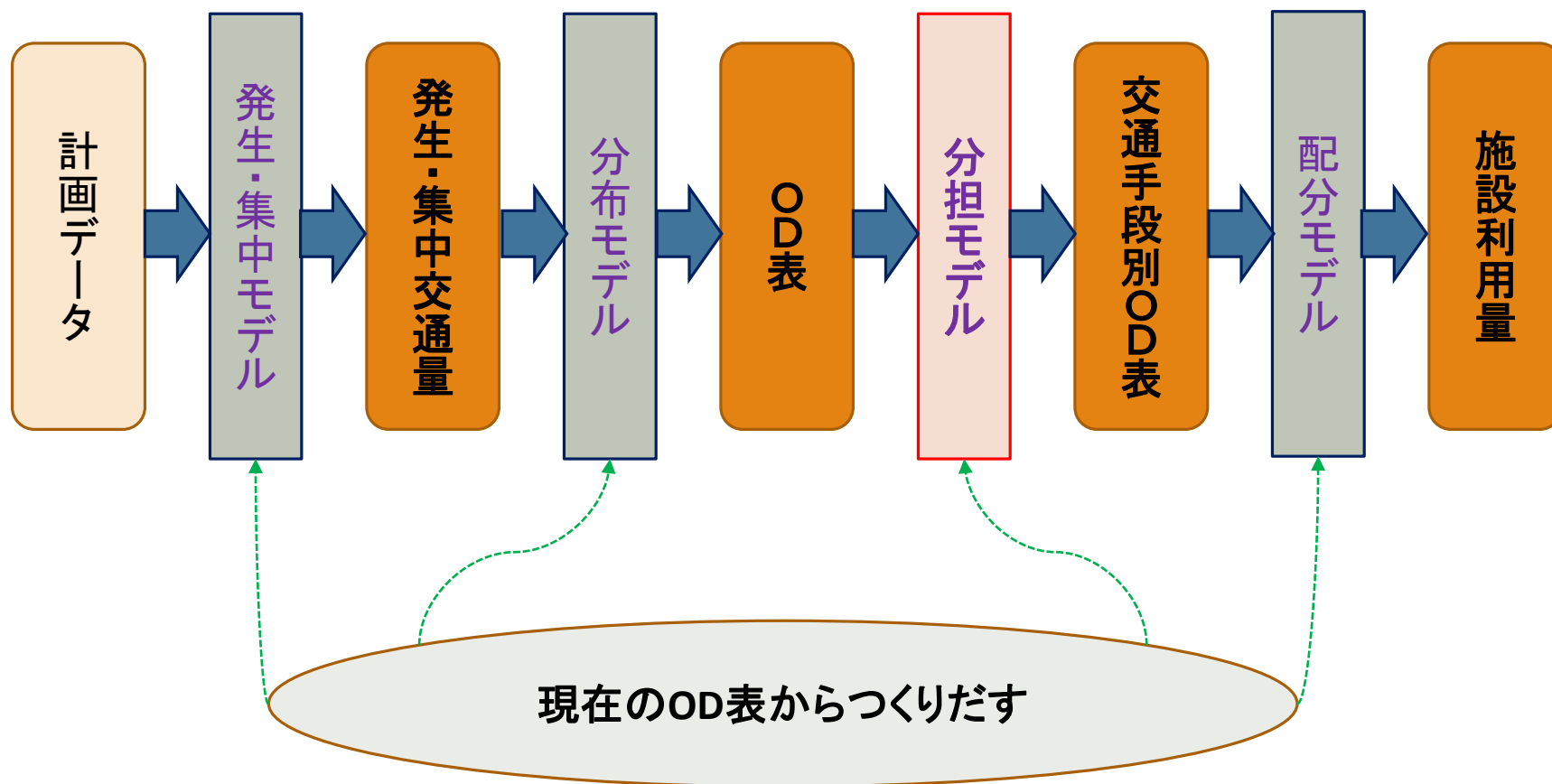
2.3 プロセスの詳細②ー分布モデルー

OD表のマスを埋めていく作業にあたる

ゾーン	1	j	N	発生量
1	?	?	?	?	?	G_1
⋮	?	?	?	?	?	⋮
i	?	?	T_{ij}	?	?	G_i
⋮	?	?	?	?	?	⋮
N	?	?	?	?	?	G_N
集中量	A_1	A_j	A_N	T



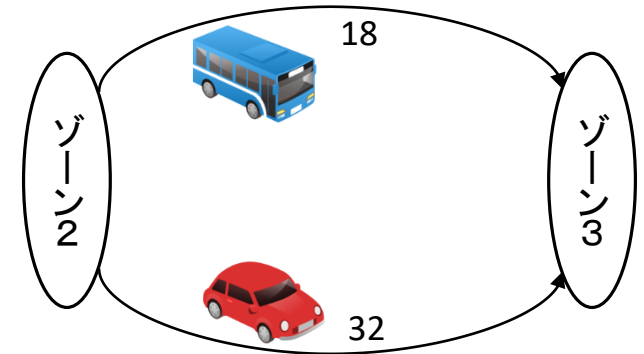
2.3 プロセスの詳細③ー分担モデルー



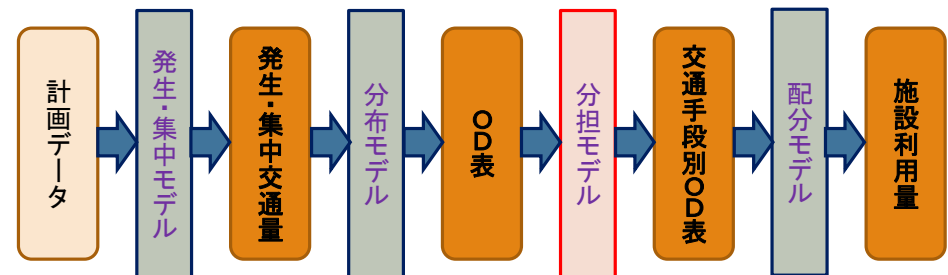
2.3 プロセスの詳細③一分担モデル

ODペア間に推定される交通が、どの交通手段を利用するかを推定する

分布					分担	
ゾーン	T_{ij}			G_i	T_{ijm}	
	1	2	3	発生	マストラ	車
1	11	12	20	43	18	
2	32	30	3	65		32
3	8	50	55	113		
A_j 集中	51	92	78	221		



ゾーン2を出発してゾーン3に到着するフローの内、車を利用していくのが32トリップ



2.3 プロセスの詳細③—分担モデル—

交通手段別のOD表を推定する作業

全交通機関のOD表

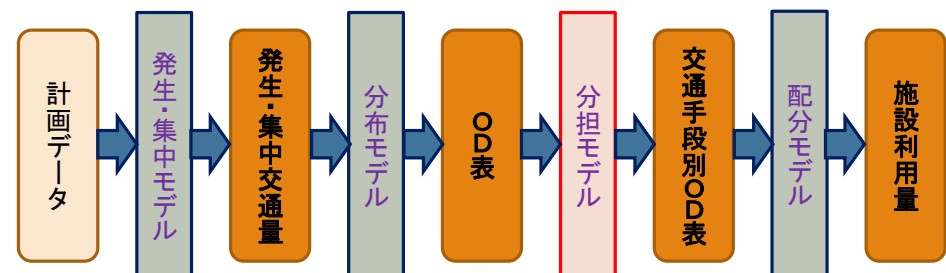
ゾーン	1	j	N	発生量
1	?	?	?	?	?	G_1
⋮	?	?	?	?	?	⋮
i	?	?	T_{ij}	?	?	G_i
⋮	?	?	?	?	?	⋮
N	?	?	?	?	?	G_N
集中量	A_1	A_j	A_N	T

ゾーン	1	j	N	発生量
1	?	?	?	?	?	G_1
⋮	?	?	?	?	?	⋮
i	?	?	T_{ij}	?	?	G_i
⋮	?	?	?	?	?	⋮
N	?	?	?	?	?	G_N
集中量	A_1	A_j	A_N	T

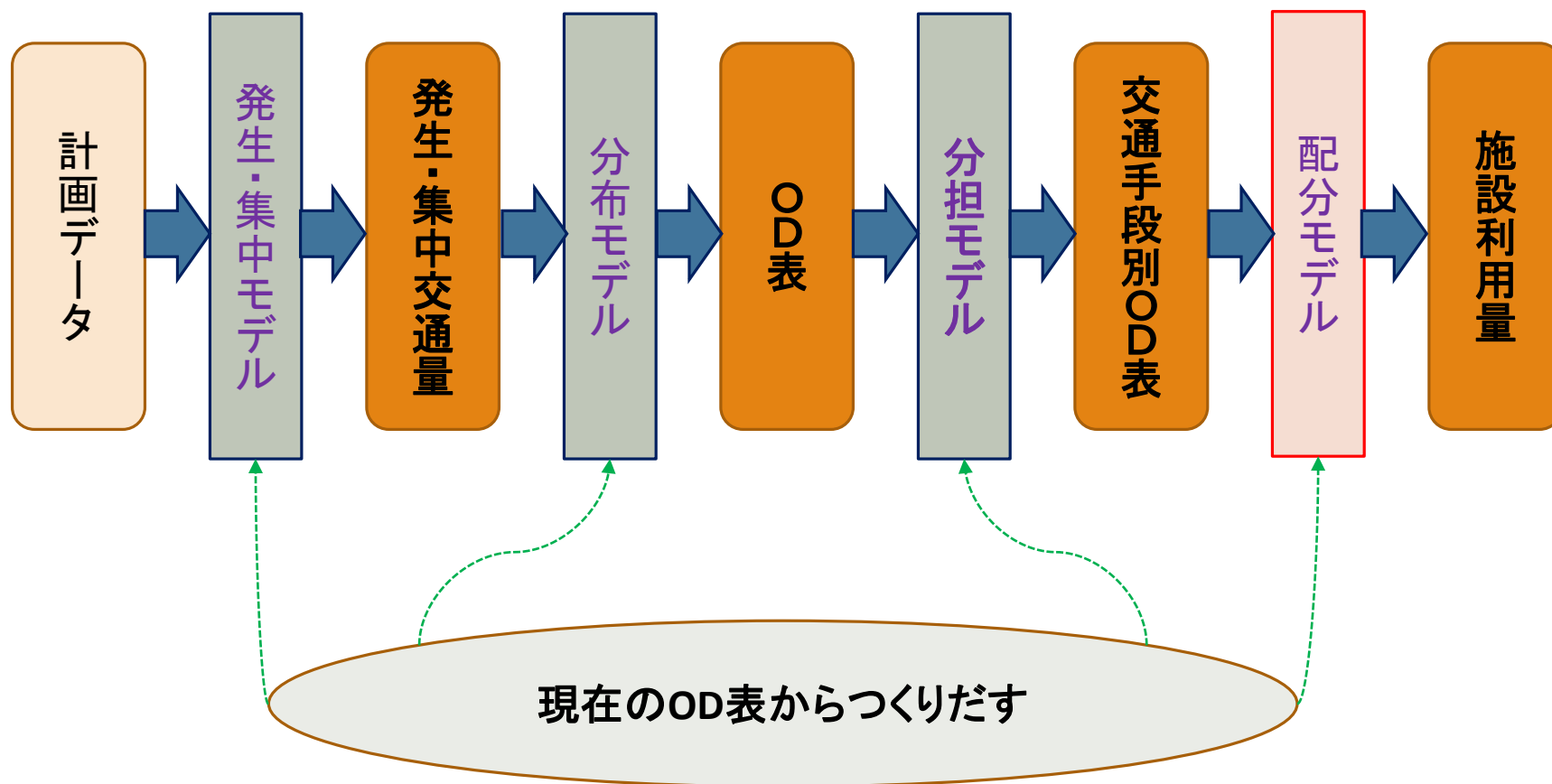
車のOD表

ゾーン	1	j	N	発生量
1	?	?	?	?	?	G_1
⋮	?	?	?	?	?	⋮
i	?	?	T_{ij}	?	?	G_i
⋮	?	?	?	?	?	⋮
N	?	?	?	?	?	G_N
集中量	A_1	A_j	A_N	T

バスのOD表



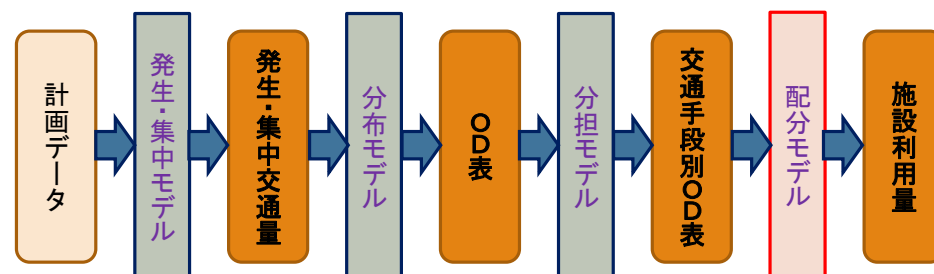
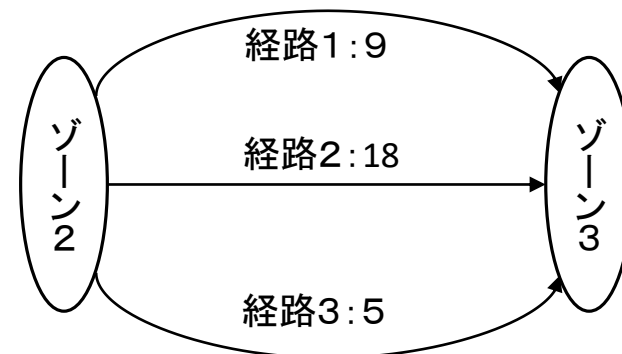
2.3 プロセスの詳細④ー配分モデルー



2.3 プロセスの詳細④ー配分モデルー

③で求めた交通機関別の交通量を、各経路に割り当てる

分布					分担		配分	
ゾーン	T_{ij}			G_i	T_{ijm}		T_{ijmr}	
ゾーン	1	2	3	発生	マストラ	18	経路1	9
1	11	12	20	43	車	③②	経路2	18
2	32	30	3	65			経路3	5
3	8	⑤⑩	55	113				
A_j 集中	51	92	78	221				



今日の内容

1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
4. 均衡配分の考え方
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化
6. 均衡配分モデルの導出過程

3.1 様々な配分手法

- 需要配分
- 実際配分
- 最適配分

どの配分手法も、基本的に所要時間を経路選択基準として
いるでは共通

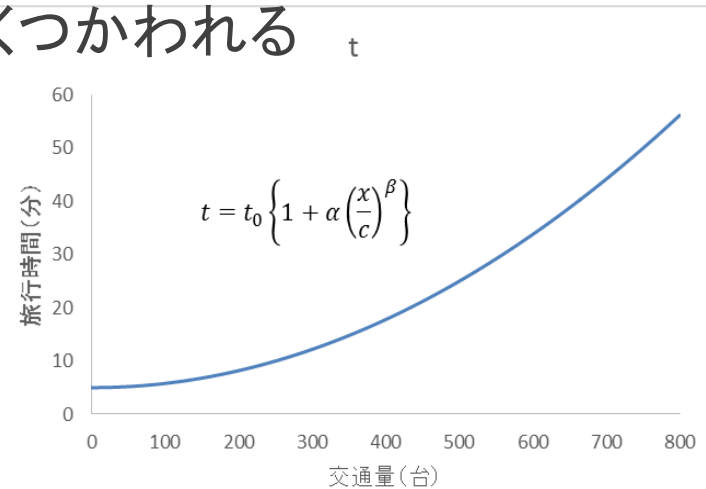
3.2 リンクコストパフォーマンス関数

所要時間の考え方・・・リンクコストパフォーマンス関数

交通量から旅行時間を導出する式

米国道路局の開発したBPR型関数がよくつかわれる t

$$t = t_0 \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{x}{c} \right)^\beta \right\}$$



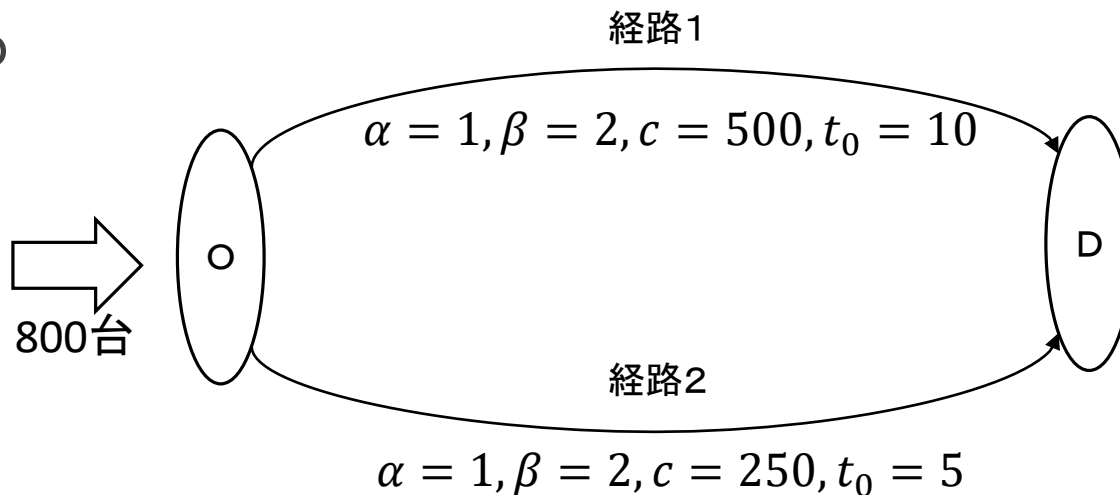
t : 旅行時間、 t_0 : 交通量0のときの旅行時間(自由旅行時間)

c : 交通容量、 x : 交通量、 α, β : パラメータ

3.2 リンクコストパフォーマンス関数

以下では、2つの経路が考えられるようなODペアを例に、
各配分手法を紹介

2つの経路は次のリンクコストパフォーマンス関数をもつと
する

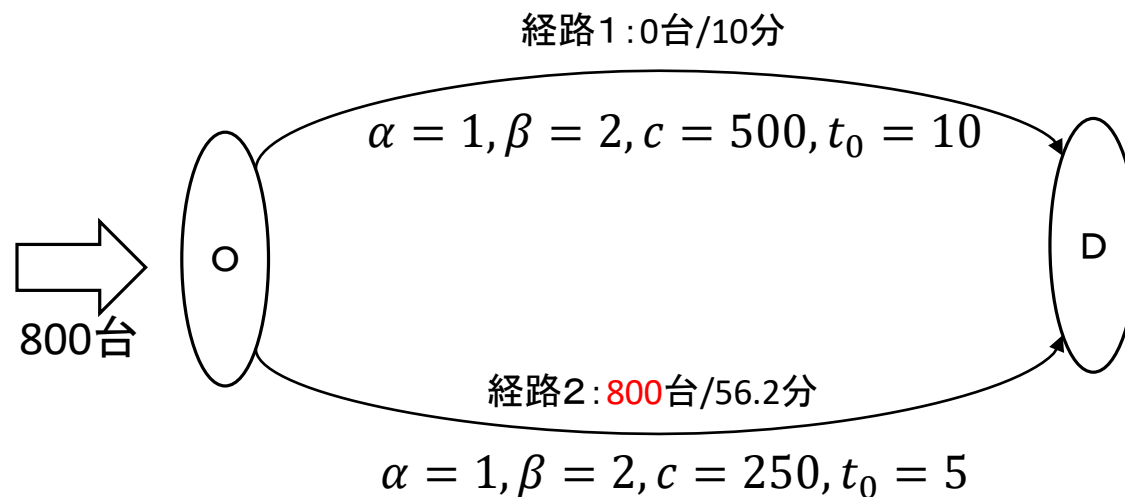


3.3 配分手法の紹介

- 需要配分

all – or – nothing 配分 (最短経路に全部割り当て)

容量制限を考慮しない



3.3 配分手法の紹介

- 実際配分

容量制限を考慮し、実際交通量により近い配分交通量を推計

少し前までは実務でよく使われていた

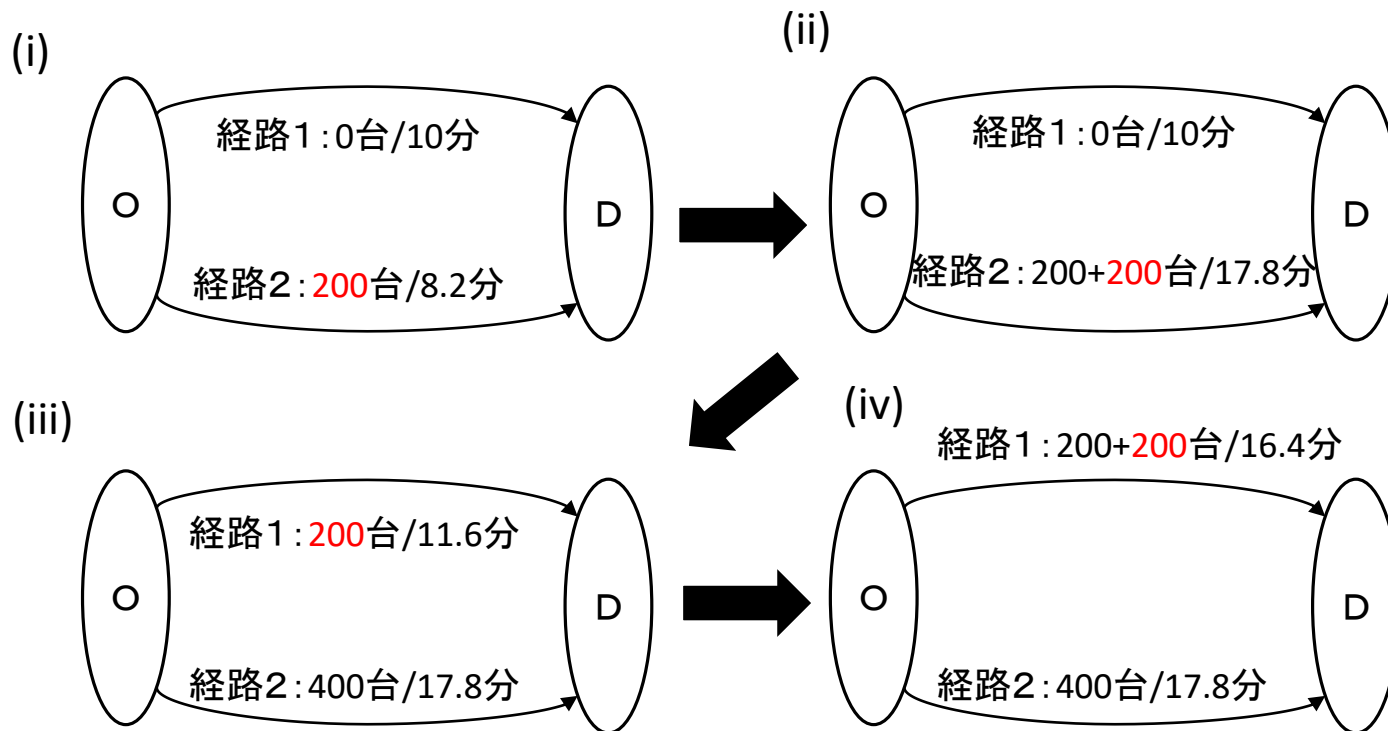
容量制限付き分割配分法

全フローを $1/n$ に分割し、順に最短経路に配分
均衡配分の近似的解法になっている

3.3 配分手法の紹介

- 実際配分

例：1/4分割配分



3.3 配分手法の紹介

- 実際配分

何分割するかによって解が異なる

配分結果に理論的根拠がない

→解は恣意的であり、説得力がない

3.3 配分手法の紹介

- 最適配分・・・均衡配分法による配分

- 利用者最適配分

- 各利用者が、自分の旅行時間が最短となるように経路選択をしたときの配分

- 理論的根拠が明解なため、近年、実務で使われる

- システム最適配分

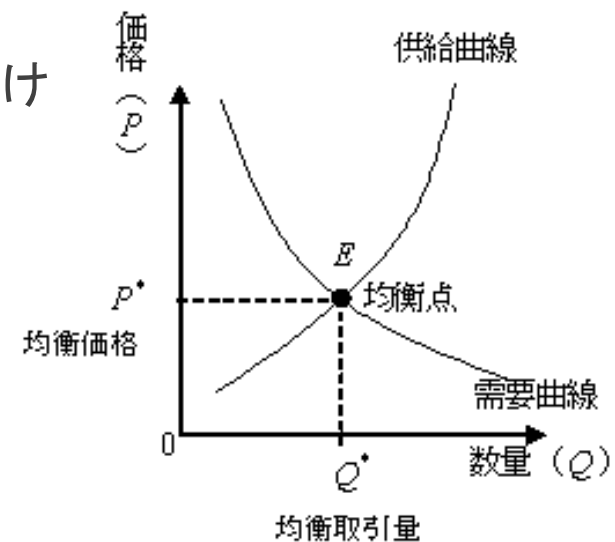
- 利用者全員の旅行時間の総計が最小になるような配分

今日の内容

1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
- 4. 均衡配分の考え方**
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化
6. 均衡配分モデルの導出過程

4.1 均衡とは

- “均衡”の概念の発祥は新古典派経済学
 - 需要と供給の間の“均衡”
 - 需要者・供給者の行動をそれぞれモデル化した関数の交点が均衡点となる
 - 両者とも自らの利益を追求しながら取引を続ける結果、共通の価格に導かれる
 - 価格、数量が均衡点からズレても、均衡点に戻ろうとするような、“安定的な状態”



4.2 交通における“均衡”

- Wardropが配分の問題として、均衡の概念を交通に持ち込む

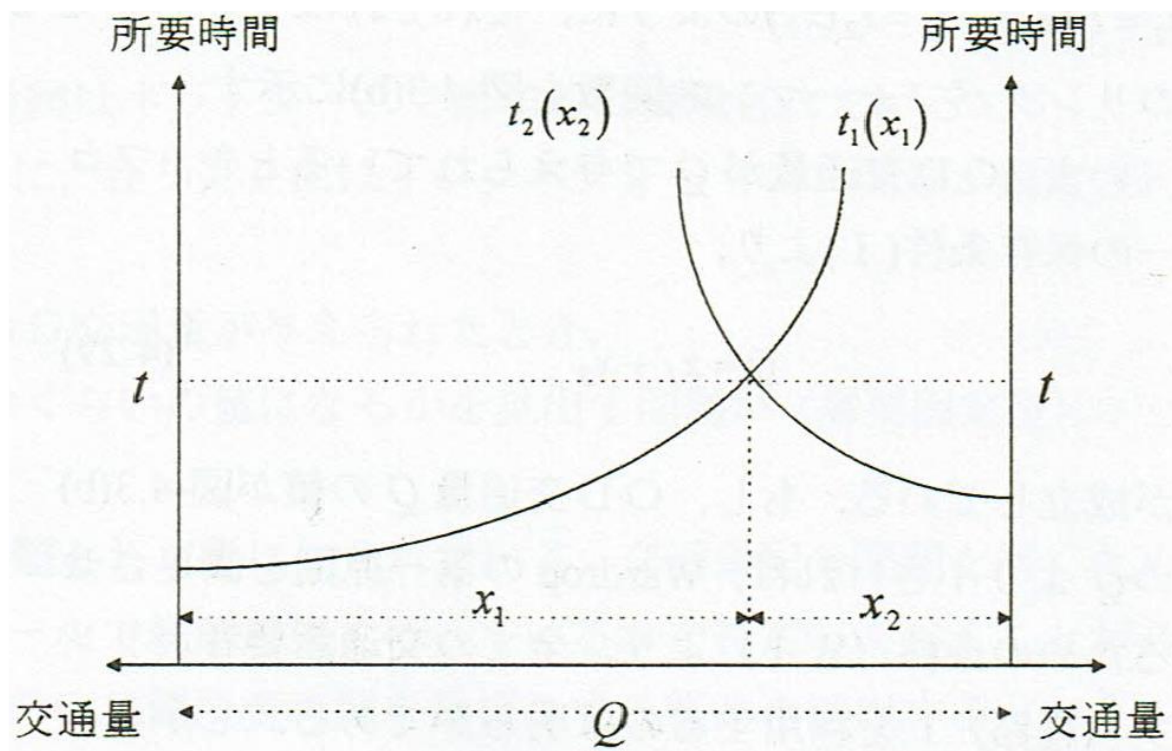
Wardropの第1原則

利用される経路の旅行時間は皆等しく、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しい

- Wardropの第1原則の下では、需要と交通サービスのパフォーマンス(=旅行時間)の間の均衡を考えることになる
- 均衡状態 = 誰かが一方的に経路を変えることによって、誰一人として実所要時間を改善できない状態

4.2 交通における“均衡”

- 経路が2つの場合



4.3 Wardropによる配分原則

- Wardropは配分原則として以下の2つを提唱している

Wardropの第1原則

利用される経路の旅行時間は皆等しく、利用されない経路の旅行時間よりも小さいか、せいぜい等しい

利用者最適配分

Wardropの第2原則

道路網上の総旅行時間が最小となる

システム最適配分

- それぞれ異なる均衡状態が存在する

今日の内容

1. 交通計画の手法
2. 四段階推定法
3. 配分手法
4. 均衡配分の考え方
5. 様々な均衡配分モデルとその定式化
6. 均衡配分モデルの導出過程

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

Wardropの第1原則を配分原則とする

また、以下の2つを前提とする

- ①すべての利用者は常に旅行時間を最小とするように行動する
- ②利用者は常に利用可能な経路についての完全な情報を得ている

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- 需要固定型利用者均衡配分(UE/FD)

(User Equilibrium assignment with Fixed Demand)

- OD需要を固定した利用経路間の均衡問題

- 最も基本的な配分手法

- 需要変動型利用者均衡配分(UE/VD)

(User Equilibrium assignment with Variable Demand)

- 需要がネットワークの交通サービス条件によって変動

- 四段階推定法において、複数のステップを同時に行う統合モデル

分布一配分統合モデル、分担一配分統合モデルなど

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- 動的利用者均衡配分(DUE)(Dynamic User Equilibrium assignment)
 - 任意の時刻に出発した車が、目的地に到着するまでの経路の旅行時間に対して、常にWardropの均衡が成立する
 - 交通管理や交通制御といったソフト分野の計画にも活用可能
- 時間帯別利用者均衡配分(TUE)

(Time-of day User Equilibrium assignment)

 - 時間帯別の変動特性を組み込む
 - 半動的配分モデル

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- ①すべての利用者は常に旅行時間を最小とするように行動する
- ②利用者は常に利用可能な経路についての完全な情報を得ている

この2つは、配分の前提としたものだった

しかし、前提②は非現実的・・・認知には誤差がつきもの

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- 確率的利用者均衡配分(SUE) (Stochastic User Equilibrium assignment)

- 利用者の経路選択の多様性や不確実性に着目

- より現実的な配分モデル

- これにより実現する均衡状態は次のようになる

どの利用者も「自分にとってこれ以上好ましい経路は存在しない」と信じている状態

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- 需要固定型利用者均衡配分(UE/FD)
 - OD需要を固定した利用経路間の均衡問題
 - 最も基本的な配分手法
- 需要変動型利用者均衡配分(UE/VD)
- 動的利用者均衡配分(DUE)
- 時間帯別利用者均衡配分(TUE)
- 確率的利用者均衡配分(SUE)

5.1 様々な利用者均衡配分モデル

- 需要固定型利用者均衡配分(UE/FD)

- OD需要を固定した利用経路間の均衡問題

- 最も基本的な配分手法

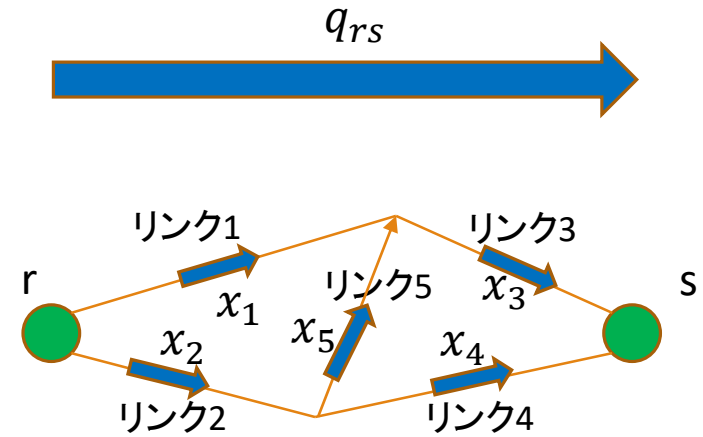
- 需要変動型利用者均衡配分(UE/VD)
- 動的利用者均衡配分(DUE)
- 時間帯別利用者均衡配分(TUE)
- 確率的利用者均衡配分(SUE)

5.2 確定的利用者均衡配分

• 変数の設定

 a : リンク r : 出発地 s : 目的地 k : 経路 x_a : リンク a における交通量 t_a : リンク a における旅行時間 f_k^{rs} : ODペア rs を結ぶ経路 k における交通量 c_k^{rs} : ODペア rs を結ぶ経路 k における旅行時間 u_{rs} : ODペア rs を結ぶ経路 k における最短旅行時間 q_{rs} : ODペア rs 間の総交通量 $\delta_{a,k}^{rs}$: リンク a がODペア rs を結ぶ経路 k 上にあるかを示すダミー変数

$$\delta_{a,k}^{rs} = \begin{cases} 1 & \text{リンク}a \text{ が経路}k \text{ 上にあるとき} \\ 0 & \text{ないとき} \end{cases}$$



経路1 : リンク1 + リンク3

経路2 : リンク2 + リンク4

経路3 : リンク2 + リンク5 + リンク3

$$x_3 = \sum_k \delta_{3,k}^{rs} f_k^{rs} = f_1^{rs} + f_3^{rs}$$

$$c_1^{rs} = \sum_a \delta_{a,1}^{rs} t_a = t_1 + t_3$$

5.2 確定的利用者均衡配分

- Wardropの利用者均衡

利用者均衡の状態において、それぞれのドライバーは自分にとって最も所要時間の少ない経路を選択する。その結果として、起終点間に存在する経路の内、利用される経路の所要時間は皆等しく、利用されない経路の所要時間よりも小さいか、せいぜい等しいという均衡状態となる。

$$f_k^{rs} > 0 \text{ のとき } c_k^{rs} = u_{rs} \quad (\forall k \in K_{rs}, \forall rs \in \Omega)$$

$$f_k^{rs} = 0 \text{ のとき } c_k^{rs} \geq u_{rs}$$

K_{rs} : rs 間の有効経路集合
 Ω : 任意のODペア

- 制約条件

交通量保存 $\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} = 0 \quad (\forall rs \in \Omega)$

交通量非負 $f_k^{rs} \geq 0 \quad (\forall k \in K_{rs}, \forall rs \in \Omega)$

5.2 確定的利用者均衡配分

- 目標

すべてのOD間の交通量 q_{rs} が与えられたときに、利用者均衡条件を満たすすべてのリンク交通量 x_a を求める

5.2 確定的利用者均衡配分

- 等価な最適化問題への変換

$$\min Z_p = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw$$

制約条件:

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} = 0$$
$$x_a = \sum_{k \in K_{rs}} \sum_{r \in \Omega} \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}$$
$$f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0$$

5.2 確定的利用者均衡配分

- 等価性の証明 → 補助資料参照

Lagrangian関数 L を設定

$$L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\lambda}) = Z_p(\mathbf{f}) - \sum_{rs \in \Omega} \lambda_{rs} \left\{ \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} \right\}$$