因果推論

スタートアップゼミ #5
M1 倉澤龍平

因果とは何か？

因果効果＝**処置を受けた場合と受けなかった場合の違い**

例　解熱剤の効果を検証したい

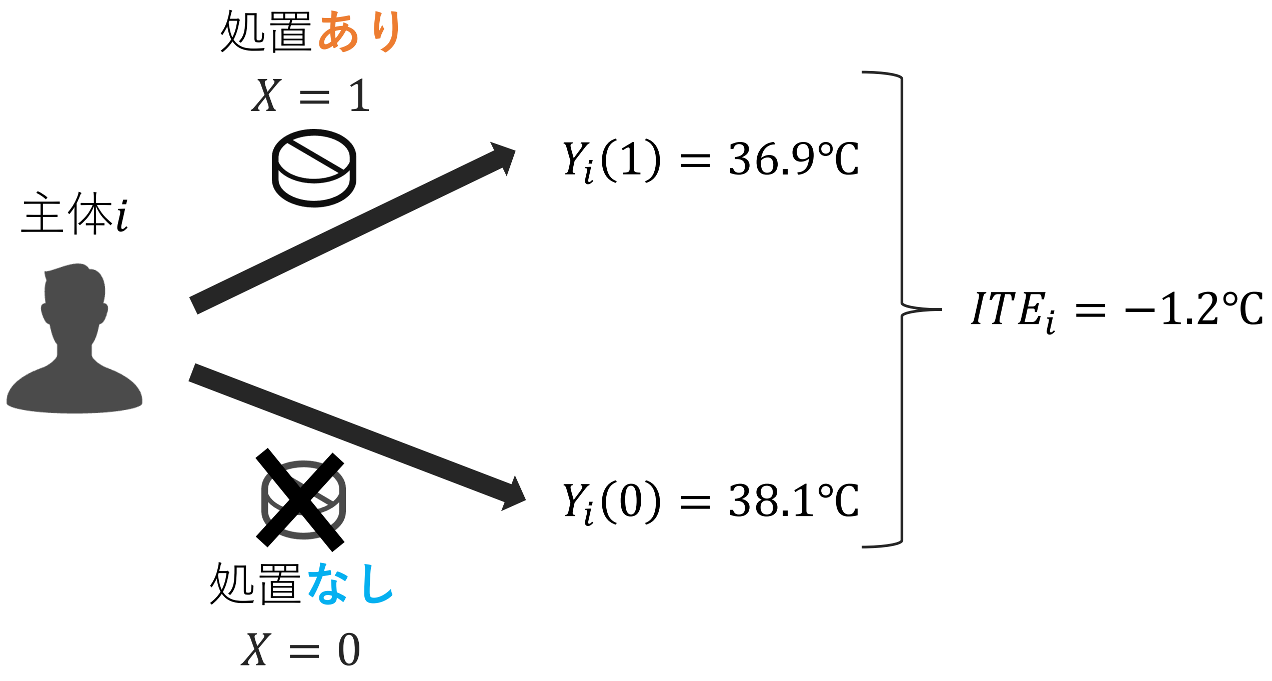
用語の説明

処置 X：薬の投与の有無

結果変数 $Y_i(X)$：主体iの体温

個別因果効果(ITE)：主体iにとっての薬の効果

$$ITE_i = Y_i(1) - Y_i(0)$$



因果とは何か？

因果効果＝**処置を受けた場合と受けなかった場合の違い**

例　解熱剤の効果を検証したい

用語の説明

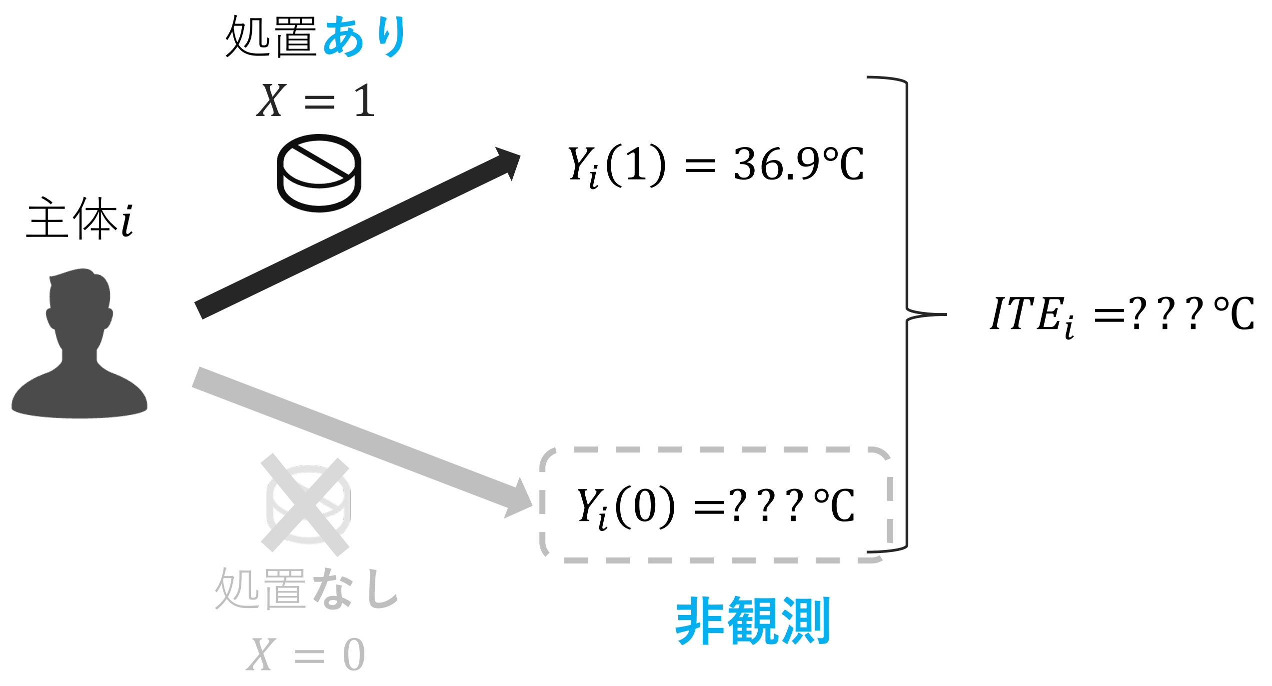
処置 X：薬の投与の有無

結果変数 $Y_i(X)$：主体iの体温

個別因果効果(ITE)：主体iにとっての薬の効果

$$ITE_i = Y_i(1) - Y_i(0)$$

処置を行なった場合



因果とは何か？

因果効果＝**処置を受けた場合と受けなかった場合の違い**

例　解熱剤の効果を検証したい

用語の説明

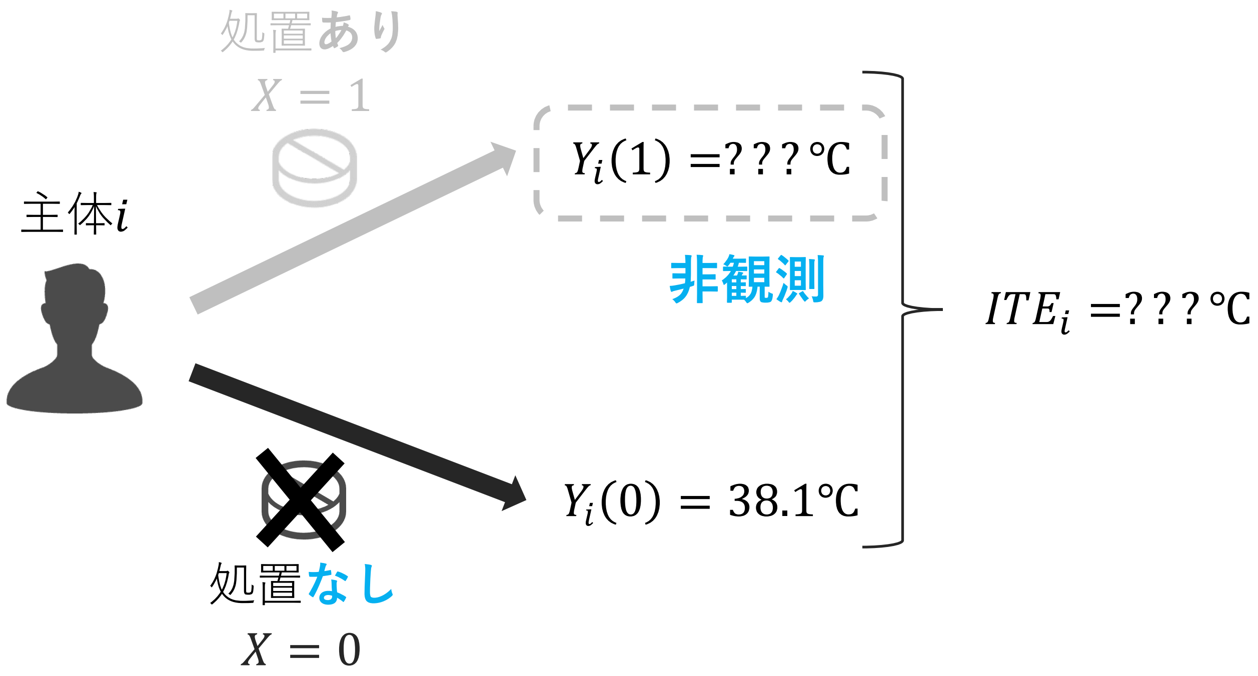
処置 X：薬の投与の有無

結果変数 $Y_i(X)$：主体iの体温

個別因果効果(ITE)：主体iにとっての薬の効果

$$ITE_i = Y_i(1) - Y_i(0)$$

処置を行なわなかった場合



課題：$Y_i(1)$と$Y_i(0)$は**どちらか一方しか観測できない**

集団レベルの因果

個人レベルの因果効果
の評価は不可能

▶

集団レベルの因果効果を評価

用語の説明

平均因果効果(ATE)：$ATE = E[Y_i(1) - Y_i(0)]$

処置群における平均因果効果(ATT)

$$ATT = E[Y_i(1) - Y_i(0) | X = 1]$$

	処置する場合 $Y(1)$	処置しない場合 $Y(0)$
処置群 $X = 1$	$Y(1) \| X = 1$ 観測可能	$Y(0) \| X = 1$ 観測不可能
対照群 $X = 0$	$Y(1) \| X = 0$ 観測不可能	$Y(0) \| X = 0$ 観測可能

ATEやATTを

- 比較的納得のいく仮定のもとで
- 観測可能な量のみで

表現することが目標！

疑問

単純比較で得られる値

$$E[Y_i(1) | X = 1] - E[Y_i(0) | X = 0]$$

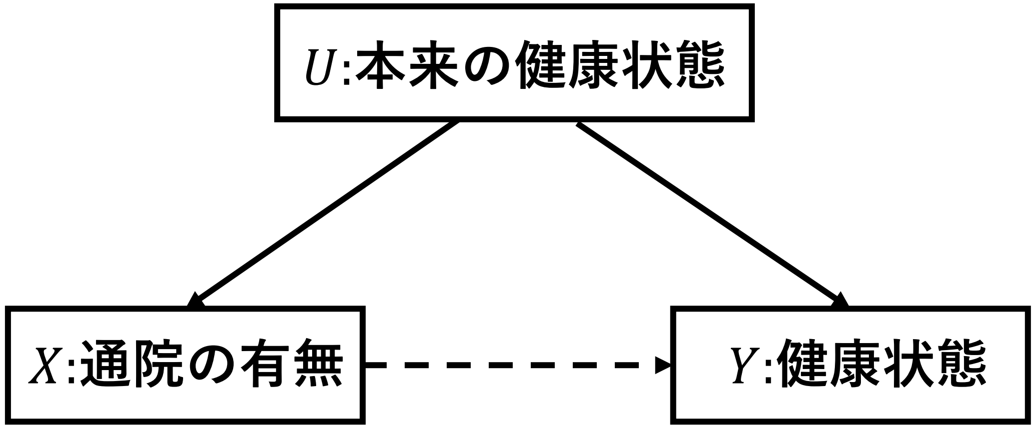
で評価することはOKか？

単純比較

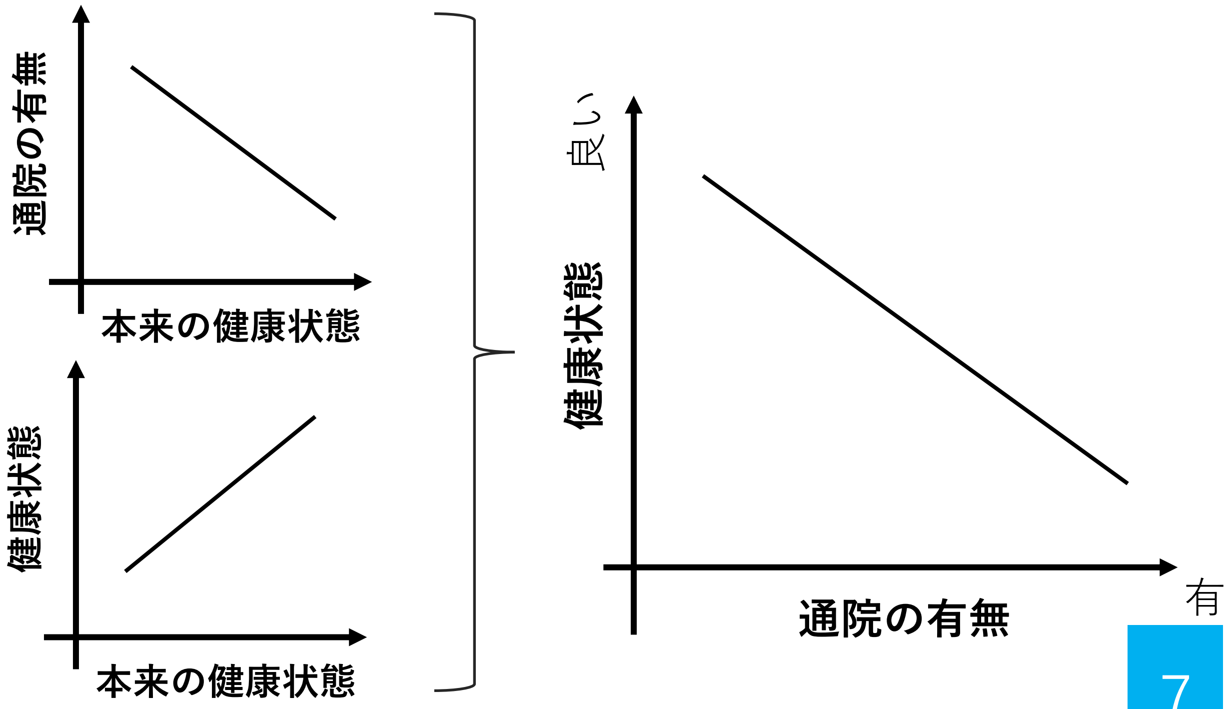
単純比較で因果効果を適切に評価できるか？ ▶ **NO**

∵処置の割り当てと結果変数の両方に影響を与える変数(**共変量** U)が存在する
→**交絡によるバイアス**の発生

例 病院に行くほど不健康になる？

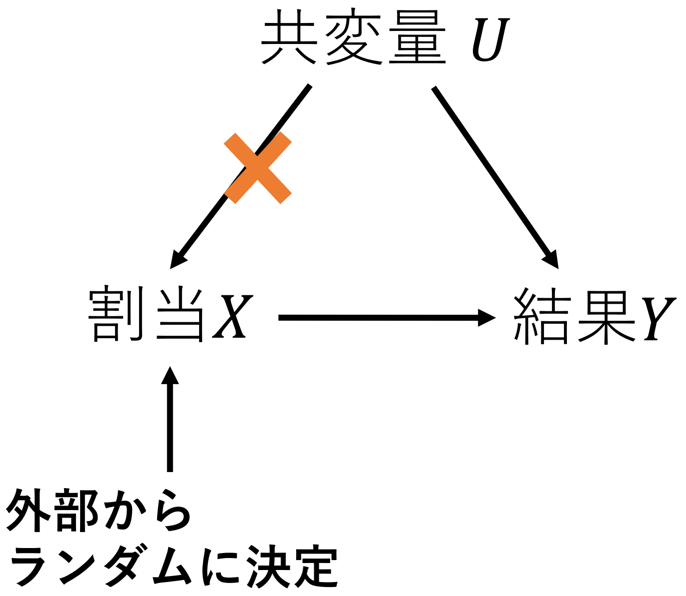


共変量を無視すると，疑似相関を因果とみなしてしまう



ランダム化比較試験(RCT)

処置の割り当てをランダムにすることで共変量を発生させない



処置がランダムなので，母集団の分布と処置群，対照群の分布は同一(以降，主体のiを省略)

$$E[Y(1)] = E[Y(1)|X = 1]$$

$$E[Y(0)] = E[Y(0)|X = 0]$$

よってATEは,

$$\begin{aligned} ATE &= E[Y(1) - Y(0)] \\ &= E[Y(1)|X = 1] - E[Y(0)|X = 0] \end{aligned}$$

と観測可能な量で表せる

しかし，多くの場合**ランダムな割り当ては不可能**

共変量の調整

同じ共変量をもつものを比較する(＝共変量を**条件づける**)

仮定

処置の割り当ては共変量のみに依存し，結果変数に依存しない(**強く無視できる割り当て条件**)

$$\big(Y(1), Y(0)\big) \perp X | \boldsymbol{U}$$

共変量が同じ場合，処置はランダムとみなせるので，

$$E[Y(1) - Y(0)|\boldsymbol{U}] = E[Y(1)|X = 1, \boldsymbol{U}] - E[Y(0)|X = 0, \boldsymbol{U}]$$

これを共変量の分布に関して期待値をとることで，

$$ATE = E[Y(1) - Y(0)] = E_{\boldsymbol{U}}\big[E[Y(1) - Y(0)|\boldsymbol{U}]\big] = E_{\boldsymbol{U}}[E[Y(1)|X = 1, \boldsymbol{U}] - E\ \ [Y(0)|X = 0, \boldsymbol{U}]]$$

と観測可能な量で表せる．

共変量調整の手法

→マッチング，層別解析，回帰モデル，傾向スコア

補足：共変量調整手法の比較

	手法概要	課題点
マッチング	• 同じ共変量をもつペアを作り比較 • ペアが作れない場合はなるべく近いものをペアに	• マッチングの恣意性 • 共変量が多いとマッチング困難
層化	• 共変量をもとに層をつくり，層ごとに比較	• 層別の恣意性 • 共変量が多いと層化困難
回帰モデル	• 処置群と対照群ごとに結果変数を共変量で回帰して比較 $E[Y(1)\|X=1,\boldsymbol{U}]=g(\boldsymbol{U}\|\boldsymbol{\beta_1})$ $E[Y(0)\|X=0,\boldsymbol{U}]=g(\boldsymbol{U}\|\boldsymbol{\beta_0})$ $ATE=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}(g(\boldsymbol{U}_i\|\boldsymbol{\beta_1})-g(\boldsymbol{U}_i\|\boldsymbol{\beta_0}))$	• 回帰関数の設定を誤ると推定値に大きなバイアスを生む

傾向スコア

複数の共変量の情報を**1つの変数に集約した**値

定義

傾向スコア：共変量の値が与えられたもとで処置群に割り当てられる確率

$$e(\boldsymbol{U}) = p(X = 1|\boldsymbol{U}) = E(X|\boldsymbol{U})$$

傾向スコアに関する条件付き独立が成立(証明略)

$$\big(Y(1), Y(0)\big) \perp X|e(\boldsymbol{U})$$

傾向スコアの分布に関して期待値をとると

$$ATE = E_{e(\boldsymbol{U})}[E[Y(1)|X = 1, e(\boldsymbol{U})] - E_{e(\boldsymbol{U})}[Y(0)|X = 0, e(\boldsymbol{U})]]$$

また，傾向スコアの真値はロジットモデルから推定する

$$e(\boldsymbol{U}) = \frac{1}{1 + \exp(-\boldsymbol{\alpha}^t \boldsymbol{U})}$$

傾向スコアの利点

マッチング・層化→共変量を1変数に縮約したため，マッチング・層化がしやすい
回帰モデル→結果変数と共変量の間の関数設定が不要，モデルの誤設定に強い

IPW推定量(逆確率重み付け推定量)

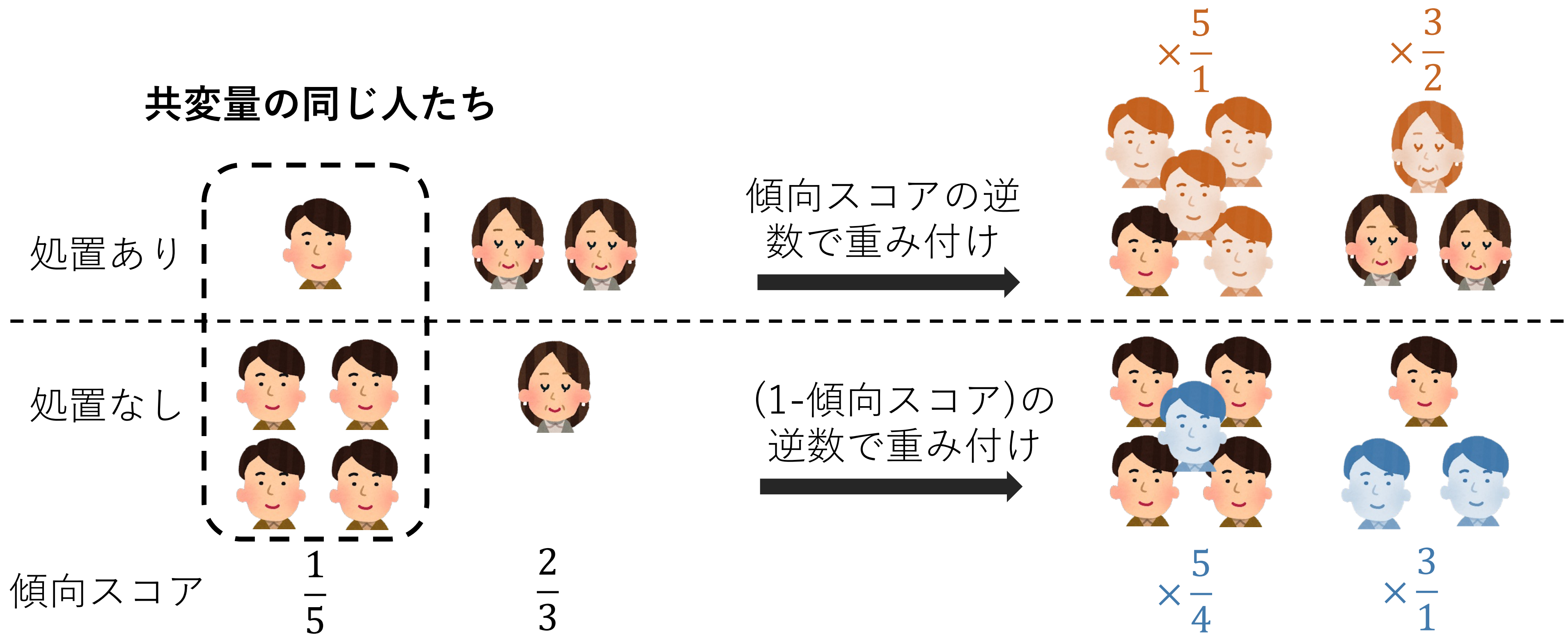
傾向スコアの欠点

- マッチングの場合，対象者数が多い群でデータが無駄になる
- 結果変数Yを傾向スコア$e(\boldsymbol{U})$で回帰させる場合のモデル妥当性が不明

IPW推定量による解決

- 傾向スコアの逆数で重み付けをすることで疑似的なマッチングを成立させる

例



補足：IPW推定量(逆確率重み付け推定量)

数式的な説明

傾向スコアの逆数で重み付けをした値は$E(Y(1))$の不偏推定量になる

$$E\left(\frac{XY(1)}{e(\boldsymbol{U})}\right) = E_{\boldsymbol{U}}\left(E\left(\frac{XY(1)}{e(\boldsymbol{U})}|\boldsymbol{U}\right)\right) = E_{\boldsymbol{U}}\left(\frac{1}{e(\boldsymbol{U})}E(X|\boldsymbol{U})E(Y(1)|\boldsymbol{U})\right) = E_{U}\big(E(Y(1)|\boldsymbol{U})\big) = E(Y(1))$$

同様の手法で$E(Y(0))$もわかるので,

$$ATE = E[Y(1) - Y(0)] = E\left(\frac{XY(1)}{e(\boldsymbol{U})}\right) - E\left(\frac{(1-X)Y(0)}{1-e(\boldsymbol{U})}\right)$$

とATEを観測可能な量で表せる.

しかし，そもそも**全ての共変量を観測できなかったら？**

差の差分(DID)法

複数時点データを利用することで非観測の共変量の影響を考慮

必要なデータ

パネルデータ：複数時点で同一対象を繰り返し調査したデータ
または
繰り返しクロスセクションデータ：複数時点データで，各時点の調査対象が等質な別主体のデータ

手法のイメージ

対照群の値の差＝時間変化の効果+誤差

処置群の値の差＝時間変化の効果＋処置の効果＋誤差

と考え差をとることで処置の効果を評価

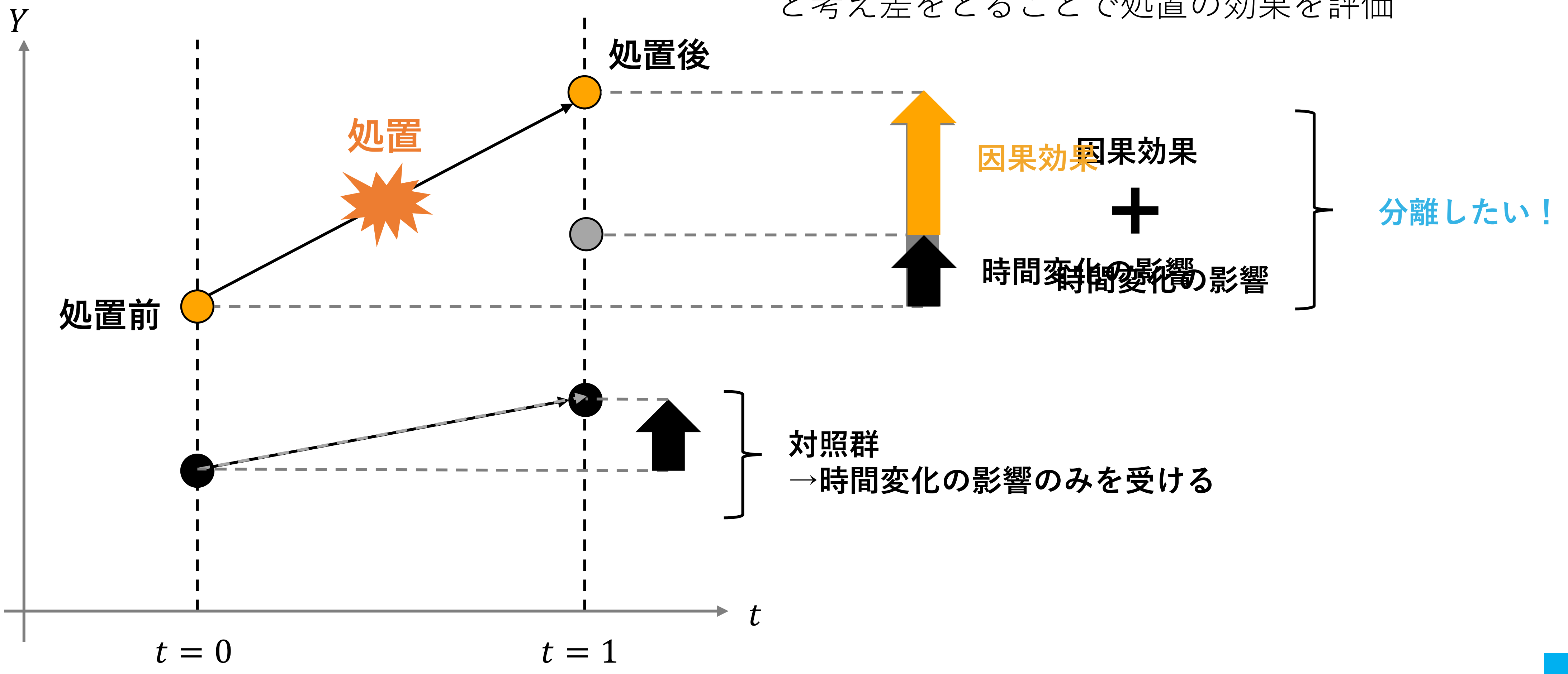
差の差分(DID)法

手法のイメージ

対照群の値の差＝時間変化の効果+誤差

処置群の値の差＝時間変化の効果＋処置の効果＋誤差

と考え差をとることで処置の効果を評価



差の差分(DID)法の数式

仮定

処置が行われなかった時の変化がグループ間で等しい(平行トレンド仮定)

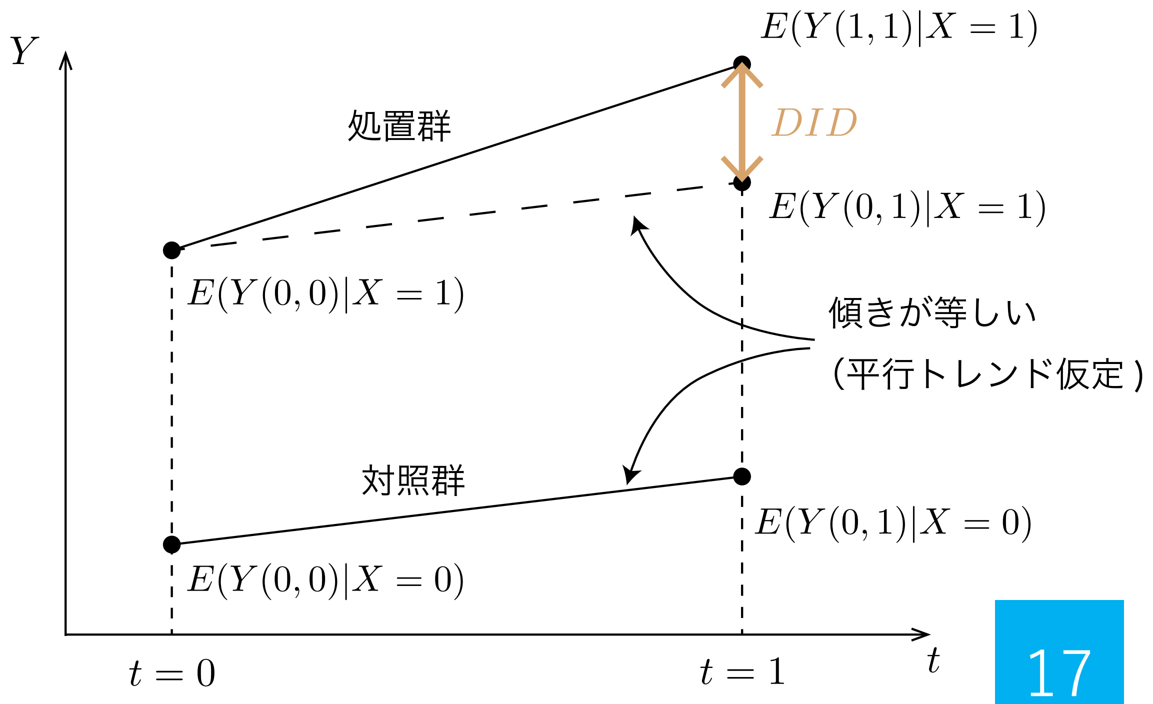
$$E[Y(0,1)-Y(0,0)|X=1]=E[Y(0,1)-Y(0,0)|X=0]$$

ただし，$Y(x,t)$:時点tで処置有無xのときの結果変数

この仮定を置くと，DID推定量は，ATTに等しくなる

$$
\begin{aligned}
&DID\\
&=E[Y(1,1)|X=1]-E[Y(0,0)|X=1]\\
&-(E[Y(0,1)|X=0]-E[Y(0,0)|X=0])\\
&=E\big[\big(Y(1,1)-Y(0,0)\big)\big|X=1\big]-E[Y(0,1)-Y(0,0)|X=1]\\
&=E\big[\big(Y(1,1)-Y(0,1)\big)\big|X=1\big]=ATT
\end{aligned}
$$

- ATEではないことに注意
- 平行トレンド仮定は，一般には検証不可能
  →事前トレンド検証や感度解析の利用



補足：差の差分(DID)法と回帰分析

DID推定量は，以下のモデルのパラメータδのOLS推定量と同値

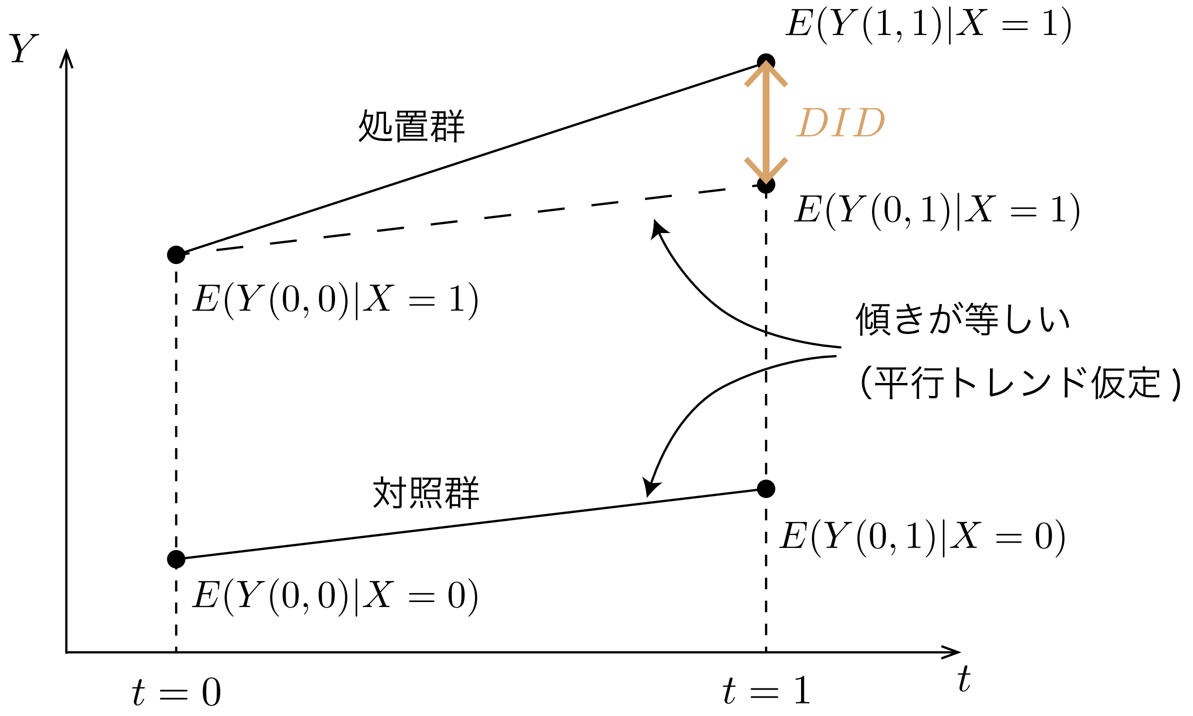
$$Y_i = \alpha + \beta T_t + \gamma X_i + \delta T_t X_i + \epsilon_i$$

T_t, X_iはそれぞれ時点，処置群を表すダミー変数.

パネルデータの場合は，個人の固定効果を用いて以下のように書くことができる.

$$Y_i = \alpha + \beta T_t + u_i + \delta T_t X_i + \epsilon_i$$

これを利用して回帰分析の形でDIDを推定できる



補足：共変量で条件づけた平行トレンド仮定

共変量を利用して平行トレンドの仮定を弱める

仮定

共変量を条件づけたとき，処置が行われなかった時の変化がグループ間で等しい

$$E[Y(0,1)-Y(0,0)|X=1,\boldsymbol{U}]=E[Y(0,1)-Y(0,0)|X=0,\boldsymbol{U}]$$

この仮定のもとで，IPW推定量と同様に傾向スコアの逆数で重み付けすると，

$$ATT=E\big[\big(Y(1,1)-Y(0,1)\big)\big|X=1\big]=E\left(\frac{Y(X,1)-Y(0,0)}{p(X=1)}\cdot\frac{X-e(\boldsymbol{U})}{1-e(\boldsymbol{U})}\right)$$

となる(証明はAbadie(2005)).

補足：Spatial DID(Delgado and Florax(2015))

因果推論の大前提

因果推論を取り扱う際は，以下の条件を暗黙に仮定する．(SUTVA条件)
1. どの主体の潜在的効果も，他の主体の処置によって変化しない
2. 処置の意味が全ての主体で同じである

空間への処置の場合は，**スピルオーバー効果**が生じる可能性→**SUTVA条件が満たされない！**

→間接的なスピルオーバー効果を明示的に表す(SDID)

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 T + \alpha_3 (I + \rho W) X \circ T + \epsilon$$

ρ:処置のスピルオーバー効果のパラメータ

W:空間重み行列

X:処置の有無を表すベクトル

T:時点を表すベクトル

$X \circ T$:XとTの要素ごとの積

通常のDIDは

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 T + \alpha_3 X \circ T + \epsilon$$

実例→昨年の増橋さん，福谷さんの理論談話会

まとめ

- 因果＝処置を受けた場合と受けなかった場合の違い
- 因果推論の目標＝集団レベルの因果効果を適切な仮定をおいて評価
- 因果推論を行う際は共変量の影響を適切に扱うことが大切

  →RCT，傾向スコア etc…の手法を用いる
- 非観測な共変量の影響を考慮したい場合

  →DIDの利用．これにも課題あり

今回触れていない内容

- IPW推定量の課題→二重頑健法の導入(AIPW推定量，IPW-RA推定量など)
- 操作変数法
- 回帰不連続デザイン
- Pearl流の因果推論
- Synthetic Control Method
- Heckmanのサンプルセレクションモデル（→渡邉さんの理論談話会参照）

などなど…

因果推論手法を総覧したい場合は
- 大久保将貴. (2019). 因果推論の道具箱. 理論と方法, *34*(1), 20-34.

がおすすめ

参考文献

- 調査観察データの統計科学　星野崇宏(2009)
- 織田澤利守, & 大平悠季. (2019). 交通インフラ整備効果の因果推論: 論点 整理と展望. 土木学会論文集 *D3 (土木計画学)*, *75*(5), I_1-I_15.
- 大久保将貴. (2019). 因果推論の道具箱. 理論と方法, *34*(1), 20-34.
- Delgado, M. S., & Florax, R. J. (2015). Difference-in-differences techniques for spatial data: Local autocorrelation and spatial interaction. *Economics Letters*, *137*, 123-126.
- Abadie, A. (2005). Semiparametric difference-in-differences estimators. *The review of economic studies*, *72*(1), 1-19.
- 去年のスタートアップゼミ#5資料(増橋さん)
- Judea Pearl, Madelyn Glymour, and Nicholas P. Jewell. Causal Inference in Statistics: A Primer. Wiley, 2016.