第６章
複数集団の相互作用

2015夏合宿　進化ダイナミクス輪読

交通研　B4 庄司惟

目次

6.1. メタレベルで異質な主体の相互作用
6.2. 複数集団の最適反応ダイナミクス
6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性
6.4. 異質な集団の集約性
6.5. 最適反応ダイナミクスとレプリケータダイナミクスの比較
6.6. 開放型集団の進化ダイナミクス

二つの異質な主体の集団G_AとG_Bがある．

各主体は戦略S_1とS_2の二者択一に直面．

各主体の利得は，自らの戦略と別の集団に属する相互作用の相手である主体が選択する戦略によって決定する．

集団G_Aに属する主体Aの利得行列

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	a_i	b_i
S_2	c_i	d_i

正規化した利得行列

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	α_i	0
S_2	0	β_i

$\alpha_i + \beta_i > 0$⇒協調型主体（協調主義者）

$\alpha_i + \beta_i < 0$⇒相補型主体（天邪鬼）

6.1. メタレベルで異質な主体の相互作用

集団G_Aに属する主体Aの利得行列

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	a_i	b_i
S_2	c_i	d_i

正規化した利得行列

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	α_i	0
S_2	0	β_i

主体Aが，「全体Nのうちn主体が戦略S_1を，他N-nがS_2をとる」と予想したとすると，主体Aが想定する各戦略の期待値は，

$$S_1 \Rightarrow a_i n + b_i(N-n),\ S_2 \Rightarrow c_i n + d_i(N-n)$$

S_1が卓越する条件は，

$$S_1 > S_2 \Leftrightarrow (a_i - c_i)n - (d_i - b_i)(N-n) > 0$$

$$\Leftrightarrow (\alpha_i + \beta_i)n - \beta_i N > 0$$

$\alpha_i + \beta_i > 0 \Rightarrow$協調型主体（協調主義者）　のとき$n/N > \beta_i/(\alpha_i + \beta_i)$

$\alpha_i + \beta_i < 0 \Rightarrow$相補型主体（天邪鬼）　のとき$n/N < \beta_i/(\alpha_i + \beta_i)$

$\alpha_i + \beta_i > 0$⇒協調型主体（協調主義者）

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	α_i	0
S_2	0	β_i

$\alpha_i + \beta_i(>0)$で割る.
利得パラメタ$\theta_i = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i)$

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$1 - \theta_i$	0
S_2	0	θ_i

$\theta_i \leqq 0$ならば戦略S_1

$\theta_i \geqq 1$ならば戦略S_2

$0<\theta_i<1$ならば相手の取る戦略

6.1. メタレベルで異質な主体の相互作用

$\alpha_i + \beta_i < 0$⇒相補型主体（天邪鬼）

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	α_i	0
S_2	0	β_i

$-(\alpha_i + \beta_i)(>0)$で割る.

利得パラメタ$\theta_i = \beta_i/(\alpha_i + \beta_i)$

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$\theta_i - 1$	0
S_2	0	$-\theta_i$

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	0	θ_i
S_2	$1 - \theta_i$	0

$\theta_i \geqq 1$ならば戦略S_1

$\theta_i \leqq 0$ならば戦略S_2

$0 < \theta_i < 1$ならば相手とは逆の戦略

6.1. メタレベルで異質な主体の相互作用

協調型主体どうし⇒協調ゲーム
相補型主体どうし⇒相補ゲーム

協調型と相補型⇒堂々めぐりゲーム
（これが，メタレベルで異質な主体の相互依存問題，とよばれる．）

6.2. 複数集団の最適反応ダイナミクス

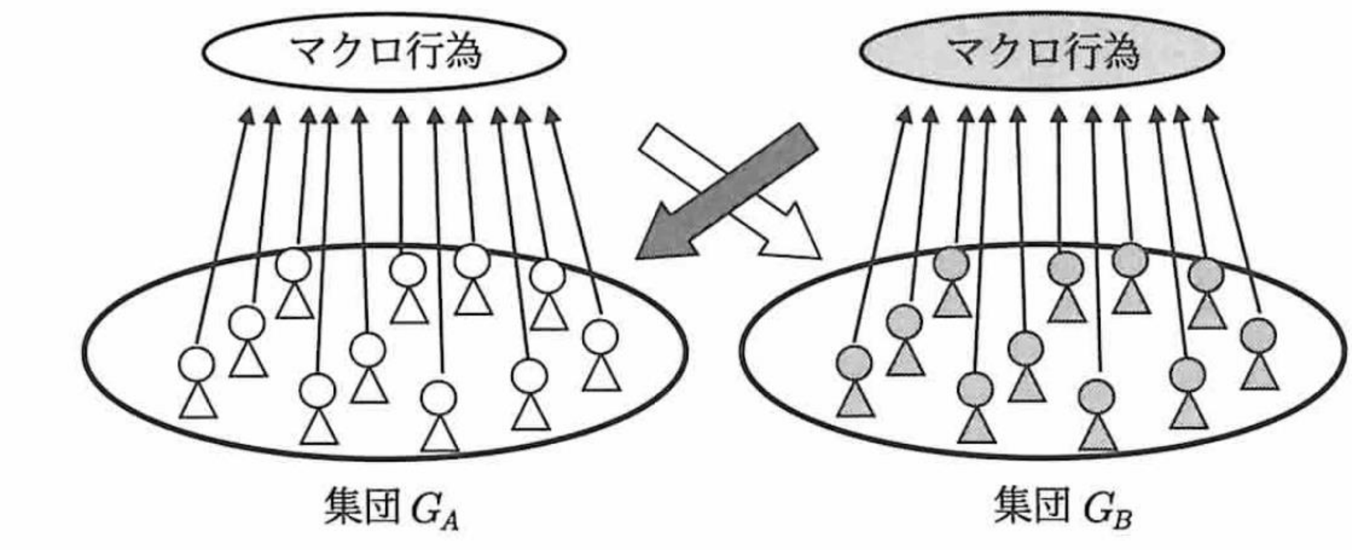
複数集団は以下の3パターンある.

①協調型主体で構成される複数の集団

②相補型主体で構成される複数の集団

③協調型主体の集団と相補型主体の集団

（異なる集団に属する主体間の相互作用を考えることになるのが前章と異なる！）



①協調型主体で構成される複数の集団

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

$$U_A(e_1,x)=(1-\theta_A)y, U_A(e_2,x)=\theta_A(1-y)$$

GAの主体

$$U_A(e_1,x)\geq U_A(e_2,x) \Leftrightarrow y(t)\geq\theta_A \text{で戦略} S_1$$

$$U_A(e_1,x)< U_A(e_2,x) \Leftrightarrow y(t)<\theta_A \text{で戦略} S_2$$

GBの主体 $x(t)\geq\theta_B$ で戦略 S_1, $x(t)<\theta_B$ で戦略 S_2

GAの戦略分布の遷移 $x(t+1)=F_A(y(t))$

GBの戦略分布の遷移 $y(t+1)=F_B(x(t))$

均衡点の安定条件 $(\partial F_A/\partial y)(\partial F_B/\partial x)<1$

②相補型主体で構成される複数の集団

$$U_A(e_1,x)=\theta_A(1-y,)U_A(e_2,x)=(1-\theta_A)y$$

GAの主体

$$U_A(e_1,x)\geq U_A(e_2,x)\Leftrightarrow y(t)\leq\theta_A \text{で戦略} S_1$$

$$U_A(e_1,x)< U_A(e_2,x)\Leftrightarrow y(t)>\theta_A \text{で戦略} S_2$$

GBの主体 $x(t)\leq\theta_B$ で戦略 S_1, $x(t)>\theta_B$ で戦略 S_2

GAの戦略分布の遷移 $x(t+1)=1-F_A(y(t))$

GBの戦略分布の遷移 $y(t+1)=1-F_B(x(t))$

均衡点の安定条件 $(\partial F_A/\partial y)(\partial F_B/\partial x)<1$

③協調型主体の集団と相補型主体の集団

$$U_A(e_1, x) = (1-\theta_A)y, U_A(e_2, x) = \theta_A(1-y)$$

GAの主体

$$U_A(e_1, x) \geq U_A(e_2, x) \Leftrightarrow y(t) \geq \theta_A \text{で戦略} S_1$$

$$U_A(e_1, x) < U_A(e_2, x) \Leftrightarrow y(t) < \theta_A \text{で戦略} S_2$$

GBの主体

$$x(t) \leq \theta_B \text{で戦略} S_1, x(t) > \theta_B \text{で戦略} S_2$$

GAの戦略分布の遷移

$$x(t+1) = F_A(y(t))$$

GBの戦略分布の遷移

$$y(t+1) = 1 - F_B(x(t))$$

均衡点の安定条件

$$(\partial F_A / \partial y)(\partial F_B / \partial x) < 1$$

6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性

自己組織性⇒どうやって均衡に向かうか

集団の多様性は，「利得パラメータの密度関数」によって特徴づけられる！

異なる密度関数を持つ複数集合での相互作用を考える．

またまた，以下の３つの場合を調べる．

①協調型主体の複数集団

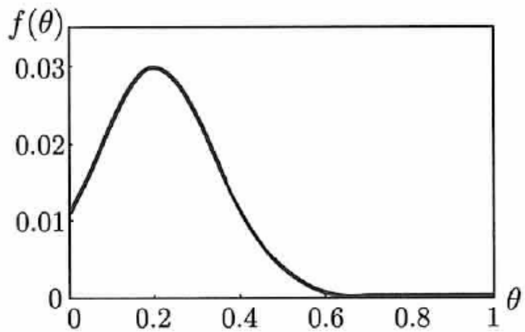
②相補型主体の複数集団

③協調型主体の集団と相補型主体の集団

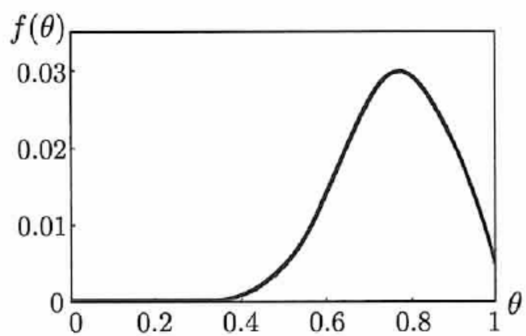
FA(y)とFB(x)の交点を求め，それが安定であるかを調べる．⇒最適反応ダイナミクスの位相図が書ける！

6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性

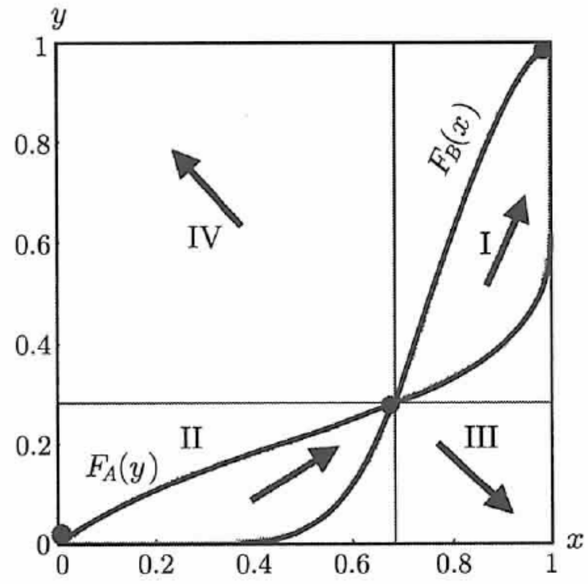
①協調型主体の複数集団



(a) 集団G_Aのしきい値の密度関数



(b) 集団G_Bのしきい値の密度関数



(c) 位相図

$$x(t+1) = F_A(y(t))$$

$$y(t+1) = F_B(x(t))$$

☆GAは，S1を強く選好する主体が多く，GBは，S2を強く選好する主体が多い．

☆均衡点（交点）は

(0,0),(0.7,0.3),(1,1)の3つ

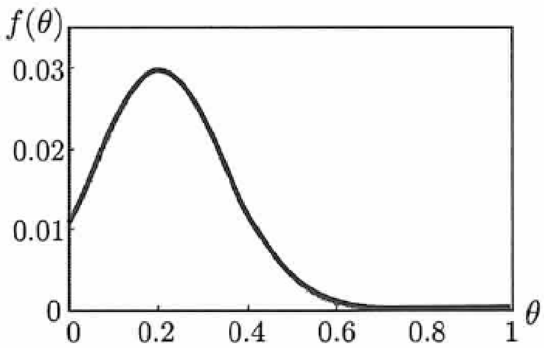
⇒安定なのは

(0,0),(1,1)の二つ

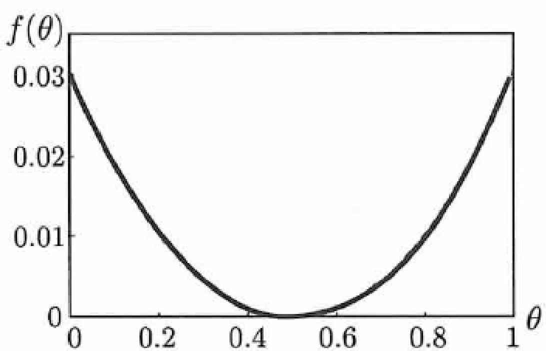
⇒ⅠとⅡではそれぞれ収束，Ⅲ⇔Ⅳはサイクル．

6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性

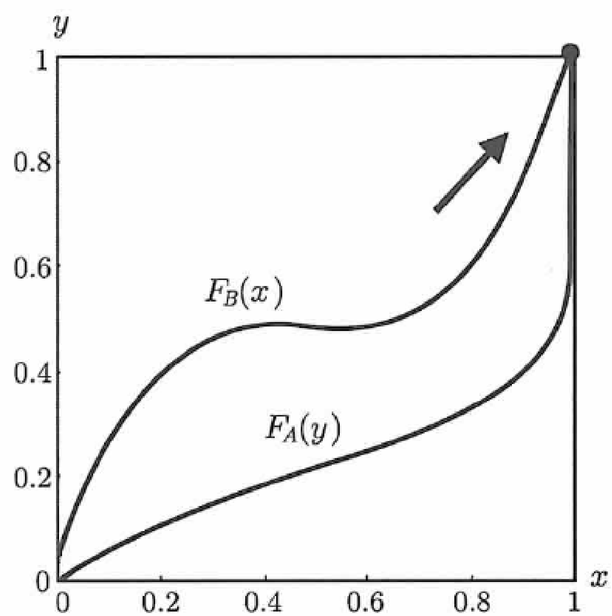
①協調型主体の複数集団



(a)　集団 G_A のしきい値の密度関数



(b)　集団 G_B のしきい値の密度関数



(c)　位相図

☆GAは，S1を強く選好する主体が多く，GBは，支配戦略をもつハードコアが同じ割合で存在

☆均衡点（交点）は，

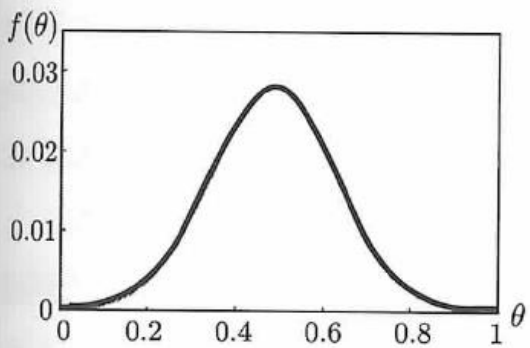
(0,0),(1,1)のみ

⇒安定なのは(1,1)

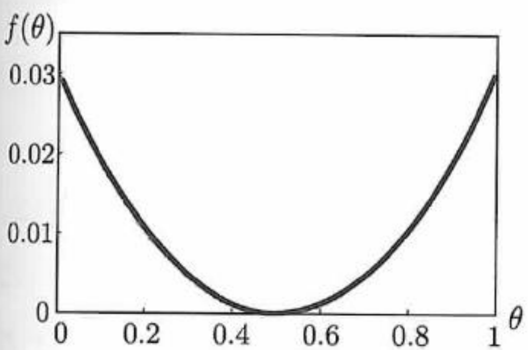
⇒期待値に依存せず，(1,1)に収束する．全員S1を選択することになる．

6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性

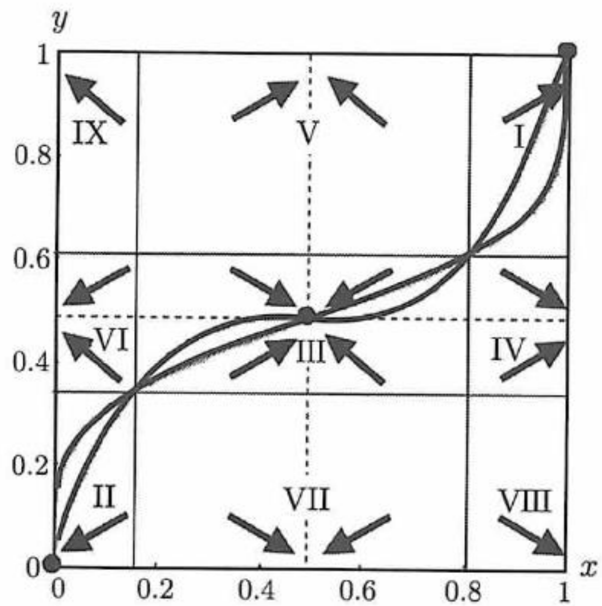
①協調型主体の複数集団



(a) 集団 G_A のしきい値の密度関数



(b) 集団 G_B のしきい値の密度関数



(c) 位相図

☆GAは，S1とS2を同じ程度で選好する主体が多くを占めている，GBは，支配戦略をもつハードコアが同じ割合で存在

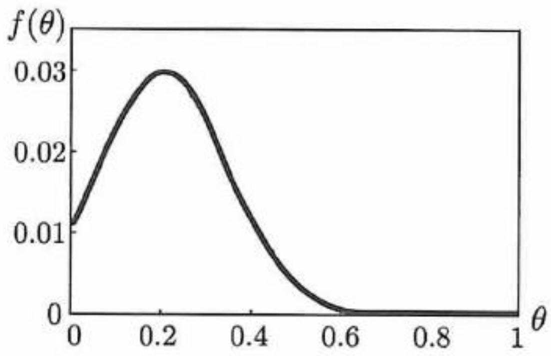
☆均衡点（交点）は，(0,0),(0.5,0.5),(1,1),(0.18,0.36),(0.82,0.64)の5つ.

⇒安定なのは(0.0),(0.5,0.5),(1,1)の3つ.

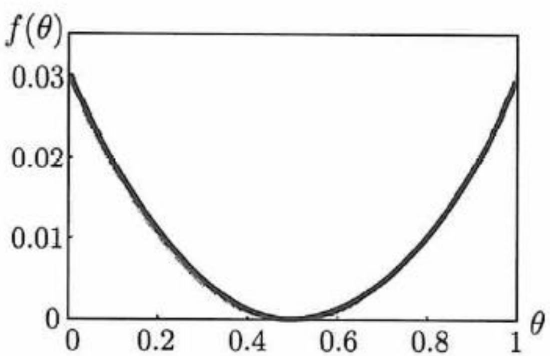
⇒ⅠとⅡとⅢはそれぞれ収束，Ⅳ⇔ⅤとⅥ⇔ⅦとⅧ⇔Ⅸでそれぞれサイクル

6.3. 複数集団の相互作用による自己組織性

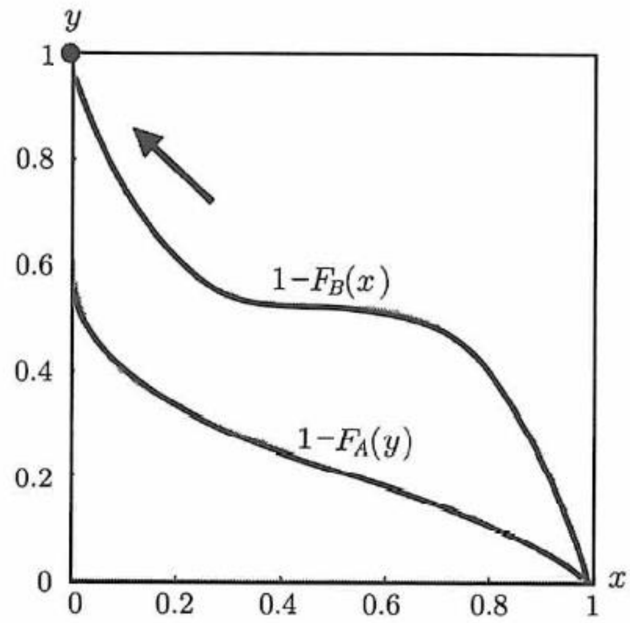
②相補型主体の複数集団



(a) 集団G_Aのしきい値の密度関数



(b) 集団G_Bのしきい値の密度関数



(c) 位相図

☆相補型集団どうしの相互作用＝協調型集団どうしの相互作用　として扱うことができる.

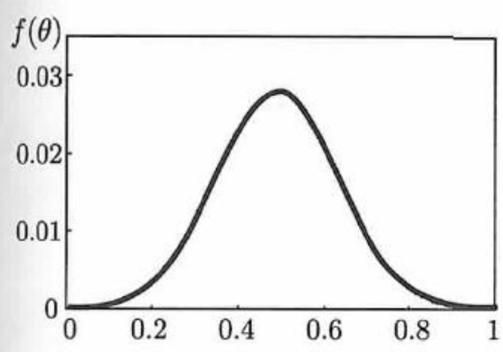
☆集団GAはハト派が多く，集団GBはタカ派とハト派が支配戦略である主体が同じ割合で存在

☆（復習）GAが閉鎖型集団⇒全員がタカ派と全員がハト派を交互に繰り返す

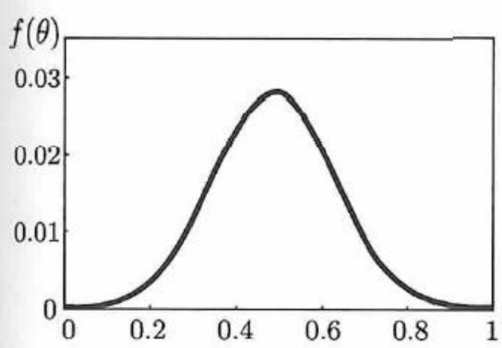
GBが閉鎖型集団⇒タカ派とハト派で二分される

⇒(0,1)に収束する.

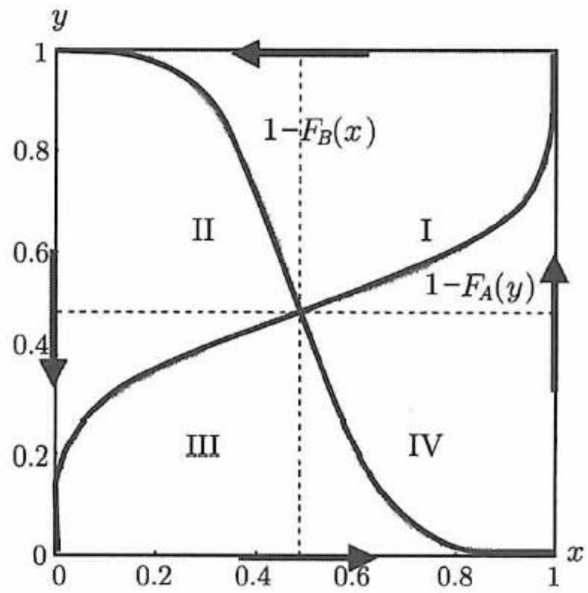
③協調型主体の集団と相補型主体の集団



(a) 集団 G_A のしきい値の密度関数



(b) 集団 G_B のしきい値の密度関数



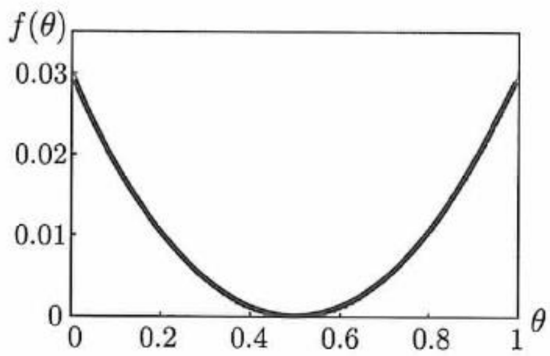
(c) 位相図

☆交点は(0.5,0.5)だけ.

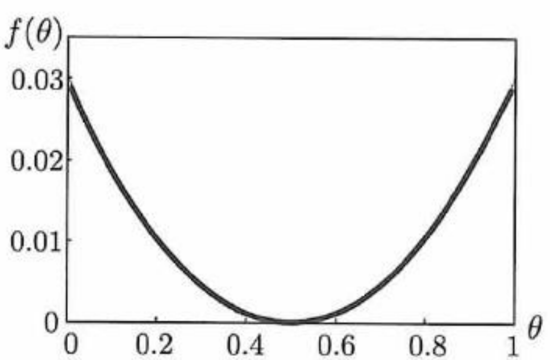
⇒(0.5,0.5)は不安定！

⇒どのような初期値であっても，四つの端点(0,0),(1,0),(1,1),(0,1)を交互に訪れるサイクルが生じる.

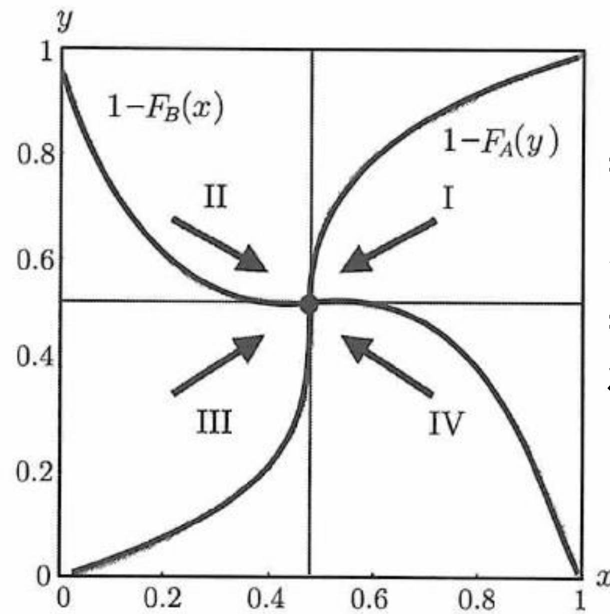
③協調型主体の集団と相補型主体の集団



(a) 集団 G_A のしきい値の密度関数



(b) 集団 G_B のしきい値の密度関数



(c) 位相図

☆両集団ともに，S1とS2の戦略をそれぞれ支配戦略として持つ主体が多い(極端)

⇒初期値に依存しないで，

点(0.5,0.5)に収束．

⇒両集団とも戦略S1,S2をそれぞれ選択する主体に二分される．

6.4. 異質な手段の集約性

集約性⇒どのような異質な集団ならば，一人の代表する主体の行為に集約して扱うことができるだろうか！？

以下，協調型主体について議論する.

⇒結局，「初期値に集合行為が大きく依存し，そして最適反応ダイナミクスが強い経路依存性を持つ場合」に集合行為を一人の代表する主体の行為に集約化することができない！

主体どうしが相互依存関係にある集団の集合行為を規定するうえで，二つの異なるアプローチがある.

①個人の最適化原理に基づく

⇒各主体のミクロレベルでの合理的な適応を前提として求めた最適反応ダイナミクス

②自然淘汰の原理に基づく（？）

⇒集合レベルで合理的な適応が行われるとして求めたレプリケータダイナミクス

レプリケータダイナミクス（第三章復習）

（＝自然淘汰の力が働く進化プロセスを動学的に扱う）

前提

⇒各主体は同じ利得行列をもつ（均質な集団を対象とする）

※最適反応ダイナミクスは，異なる利得行列を想定した異質な集団！！

戦略分布の時間変化をみる

$$\Delta x(t)/x(t) = U(e_1, x)/U(x, x) - 1$$

協調型利得行列（下）より，

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

戦略S_1を選択する期待利得

$$U(e_1, x) = (1-\theta)x$$

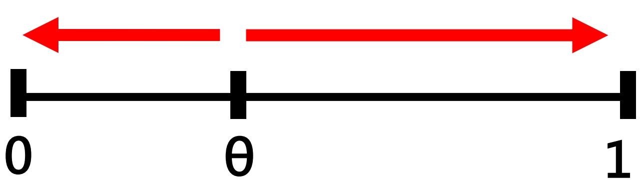
$$U(x, x) = (1-\theta)x^2 + \theta(1-x)^2$$

その集団の一人当たり平均利得

$$U(x, x) - U(e_1, x) = (x-1)(x-\theta)$$

$0 \le x < \theta$ では $\Delta x(t)/x(t) < 0$

$\theta < x \le 1$ では $\Delta x(t)/x(t) > 0$



戦略分布の初期値に依存し，
最終的には支配戦略がうまれ，
集団の全員が同じ戦略をとる

戦略分布の時間変化をみる

$$\Delta x(t)/x(t) = U(e_1, x)/U(x, x) - 1$$

相補型利得行列（下）より，

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	0	θ_i
S_2	$1-\theta_i$	0

戦略S_1を選択する期待利得

$$U(e_1, x) = \theta(1-x)$$

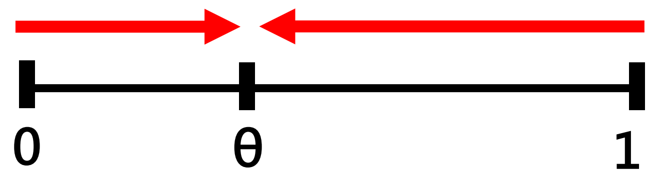
$$U(x, x) = \theta(1-x)x + (1-\theta)x(1-x)$$

その集団の一人当たり平均利得

$$U(x, x) - U(e_1, x) = -(x-1)(x-\theta)$$

$0 \le x < \theta$ では $\Delta x(t)/x(t) > 0$

$\theta < x \le 1$ では $\Delta x(t)/x(t) < 0$



初期割合によらず，最終的に戦略分布はθに収束し，この値で主体は二分されることになる．

開放型集団では，同じ集団に属する主体同士の相互作用と，別の集団に属する主体との相互作用が同時に進行する！

また，以下のような３パターンで議論・・・

①協調型主体の複数集団

②相補型主体の複数集団

③協調型主体の集団と相補型主体の集団

①協調型主体の複数集団

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

協調型主体どうしの期待利得

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_A$, $1-\theta_B$	0,0
S_2	0,0	θ_A, θ_B

設定

- 二つの協調型主体の集団G_AとG_Bを考える．
- 他の集団に属する主体と相互作用する割合をk．(k=0のとき閉鎖型集団)
- G_Aにおける戦略分布(x,1-x)，G_Bにおいて(y,1-y)．

⇒この情報で期待利得が書き下せる.

①協調型主体の複数集団

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_i$	0
S_2	0	θ_i

協調型主体どうしの期待利得

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_A$, $1-\theta_B$	0,0
S_2	0,0	θ_A, θ_B

$$\overline{U}_A(e_i,x,y)=(1-k)U_A(e_i,x)+kU_A(e_i,y)$$

$$\overline{U}_A(x,y)=(1-k)U_A(x,x)+kU_A(x,y)$$

$$\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)=(1-k)\{U_A(e_1,x)-U_A(x,x)\}+k\{U_A(e_1,y)-U_A(x,y)\}$$

$$U_A(e_1,x)-U_A(x,x)=(x-\theta_A)(1-x)$$

$$U_A(e_1,y)-U_A(x,y)=(y-\theta_A)(1-y)$$

$$\dot{x}(t)=\left\{\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)\right\}x(t)=\{(1-k)x(t)+ky(t)-\theta_A\}x(t)\{1-x(t)\}$$

$$\dot{y}(t)=\left\{\overline{U}_B(e_1,x,y)-\overline{U}_B(x,y)\right\}y(t)=\{(1-k)y(t)+kx(t)-\theta_B\}y(t)\{1-y(t)\}$$

①協調型主体の複数集団の例

G_Aどうしの取引

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1(取引する)	4,4	-1,0
S_2（取引しない）	0,-1	0,0

G_Bどうしの取引

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	1,1	-4,0
S_2	0,-4	0,0

G_AとG_Bの主体間取引

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	4,1	-1,0
S_2	0,-4	0,0

☆どちらの主体にとっても取引する方がパレート優位な戦略．

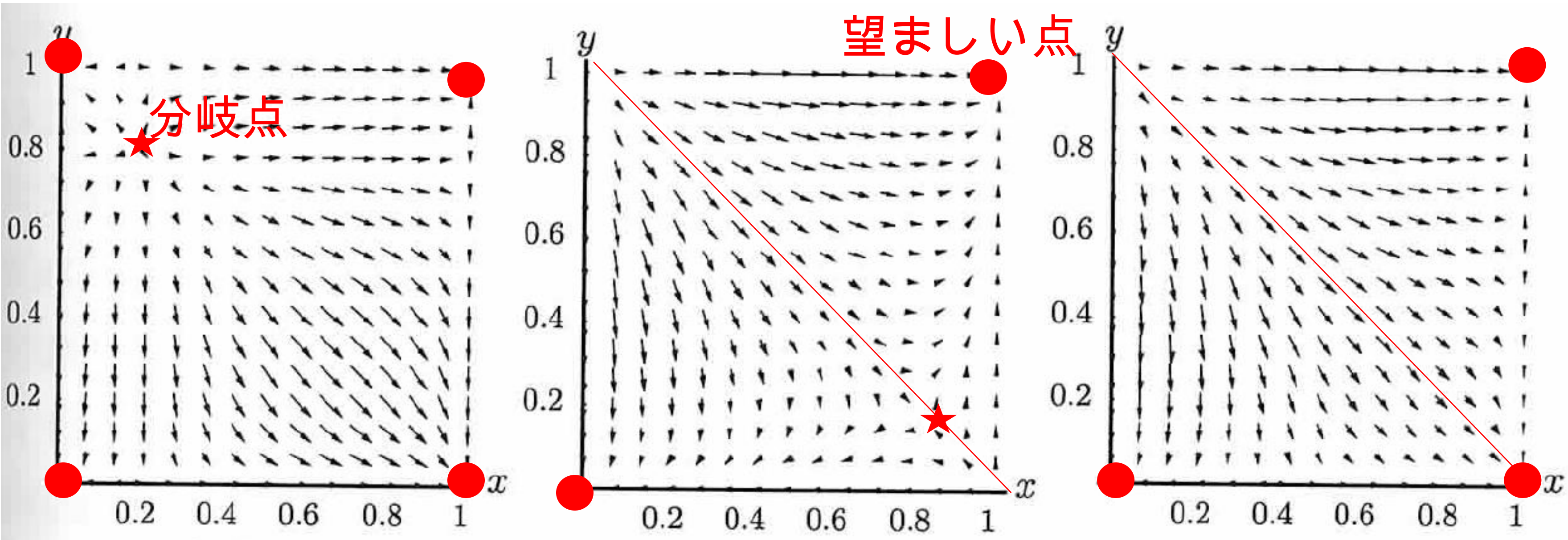
☆ G_AにとってはS_1が，4+(-1)>0よりリスク優越戦略，G_BにとってはS_2がリスク優越戦略．

⇒

パレート優位戦略は一致

リスク優越戦略は異なる

①協調型主体の複数集団の例



(a) 交流なし (k=0)　(b) 全員交流 (k=1)　(c) 部分交流 (k=0.5)

②相補型主体の複数集団

主体A＼相手	S_1	S_2
S_1	0	θ_i
S_2	$1-\theta_i$	0

相補型主体どうしの期待利得

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	0,0	θ_A, $1-\theta_B$
S_2	$1-\theta_A$, θ_B	0,0

$$\overline{U}_A(e_i,x,y)=(1-k)U_A(e_i,x)+kU_A(e_i,y)$$

$$\overline{U}_A(x,y)=(1-k)U_A(x,x)+kU_A(x,y)$$

$$\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)=(1-k)\{U_A(e_1,x)-U_A(x,x)\}+k\{U_A(e_1,y)-U_A(x,y)\}$$

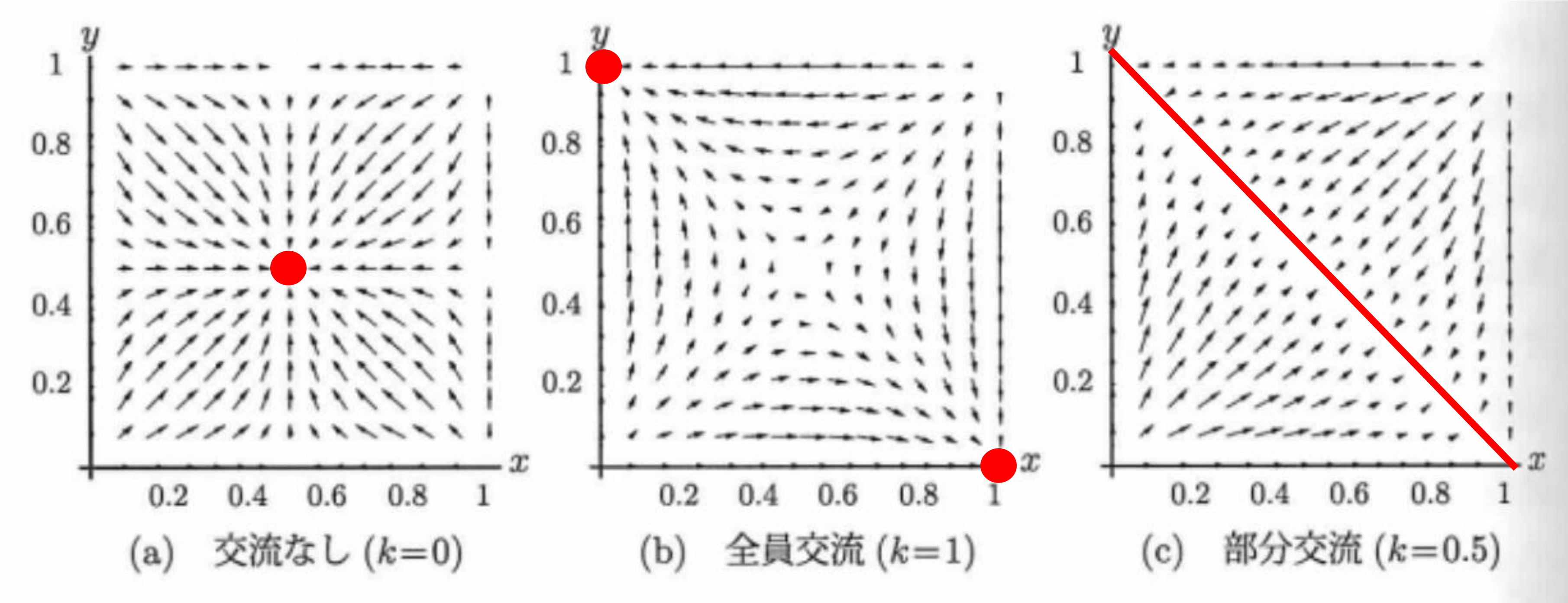
$$U_A(e_1,x)-U_A(x,x)=(\theta_A-x)(1-x)$$

$$U_A(e_1,y)-U_A(x,y)=(\theta_A-y)(1-y)$$

$$\dot{x}(t)=\{\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)\}x(t)=\{\theta_A-(1-k)x(t)-ky(t)\}x(t)\{1-x(t)\}$$

$$\dot{y}(t)=\{\overline{U}_B(e_1,x,y)-\overline{U}_B(x,y)\}y(t)=\{\theta_B-kx(t)-(1-k)y(t)\}y(t)\{1-y(t)\}$$

②相補型主体の複数集団の例 （$\theta_A = \theta_B = 0.5$のとき ）



経路依存性強い

③協調型主体の集団と相補型主体の集団

設定

G_A : 協調型主体

G_B:相補型主体

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1	$1-\theta_A$, 0	0, $1-\theta_B$
S_2	0, θ_B	θ_A, 0

$$\overline{U}_A(e_i,x,y)=(1-k)U_A(e_i,x)+kU_A(e_i,y)$$

$$\overline{U}_A(x,y)=(1-k)U_A(x,x)+kU_A(x,y)$$

$$\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)=(1-k)\{U_A(e_1,x)-U_A(x,x)\}+k\{U_A(e_1,y)-U_A(x,y)\}$$

$$U_A(e_1,x)-U_A(x,x)=(\theta_A-x)(1-x)$$

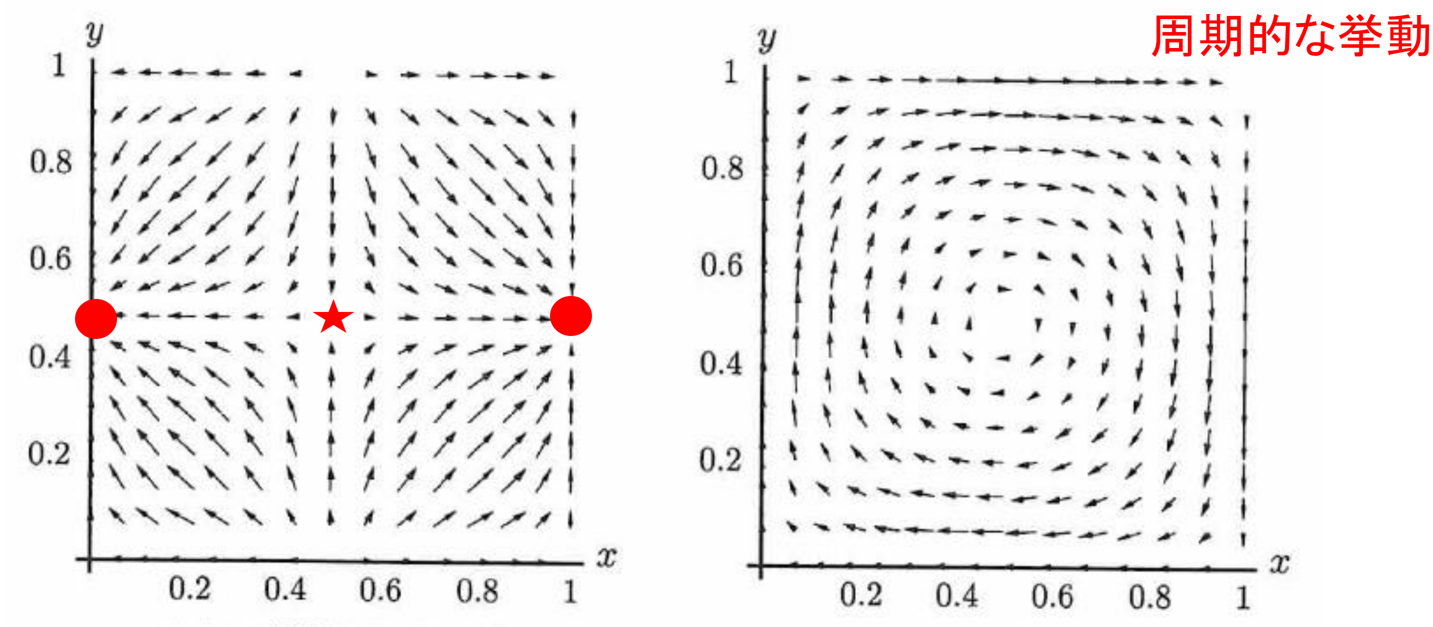
$$U_A(e_1,y)-U_A(x,y)=(y-\theta_A)(1-y)$$

$$\dot{x}(t)=\{\overline{U}_A(e_1,x,y)-\overline{U}_A(x,y)\}x(t)=\{\theta_A-(1-k)x(t)-ky(t)\}x(t)\{1-x(t)\}$$

$$\dot{y}(t)=\{\overline{U}_B(e_1,x,y)-\overline{U}_B(x,y)\}y(t)=\{kx(t)+(1-k)y(t)-\theta_B\}y(t)\{1-y(t)\}$$

③協調型主体の集団と相補型主体の集団の例

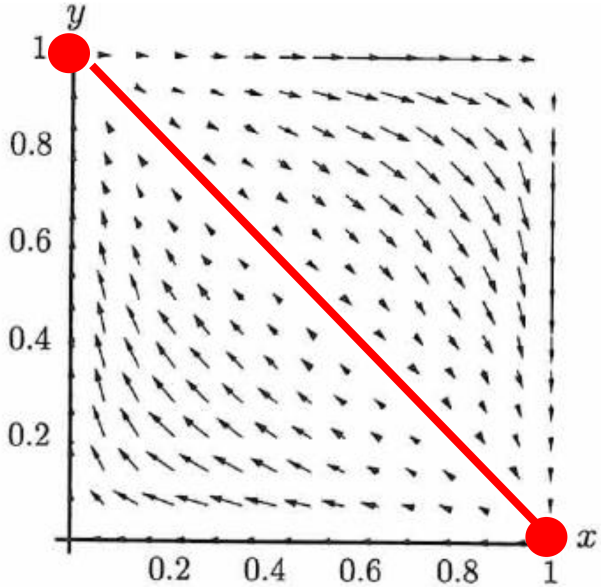
主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1（相手を信用する）	**4,3**	**1,4**
S_2（相手を騙す）	**3,2**	**1,2**



(a)　交流なし (k=0)　　(b)　全員交流 (k=1)

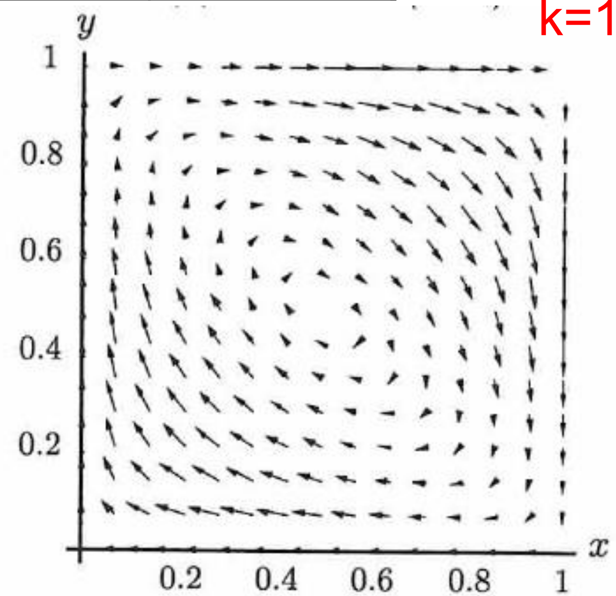
③協調型主体の集団と相補型主体の集団の例

主体A＼主体B	S_1	S_2
S_1（相手を信用する）	**4,3**	**1,4**
S_2（相手を騙す）	**3,2**	**1,2**



(c)　部分交流 (k=0.5)

k=1とほぼ同型



(d)　部分交流 (k=0.6)