

第II編 労働移動と地域の発展

第6章 多数地域および連続空間

第7章 農産品の輸送費用

藤田昌久(2000): 空間経済学:都市・地域・国際貿易の新しい分析, 東洋経済新報社, pp.81-116

2017/9/15-16 理論合宿

修士1年 山本正太郎

第6章 多数地域および連続空間

はじめに

■第5章における非現実的な仮定

第5章では、

- ① **2地域しか存在せず、**
- ② **農産品の輸送費用がかからない**

という仮定のもとで経済の立地モデルを展開し、集積の経済がどのように生まれるのかについて理解した。

第6章では、**2地域という仮定を緩めて多数地域で分析を行い、**
第7章では、**農産品の輸送費用が集積に与える影響を分析する。**

6. 多数地域および連続空間

■ 競技場経済 (racetrack economy)

右図のようにR個の地域が円周に沿って等間隔に配置された経済を想定する。

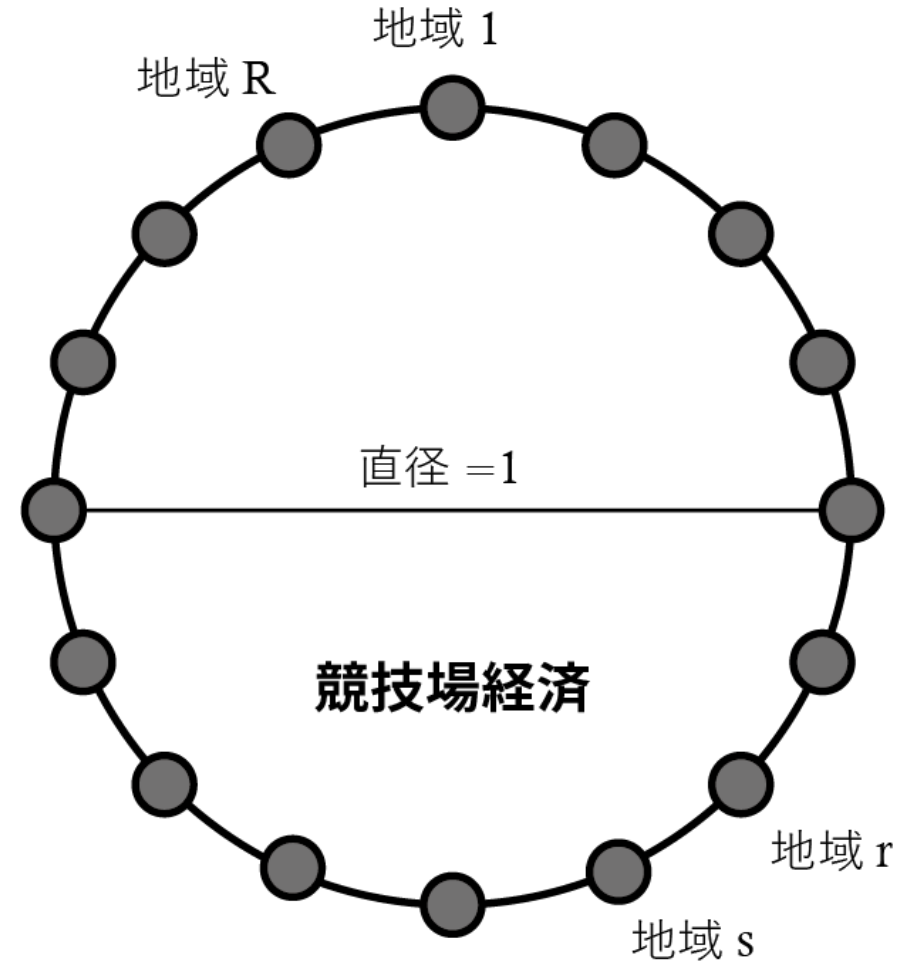
輸送は円周に沿って行われ、地域 r と地域 s 間における輸送費用は

$$T_{rs} = e^{\tau|r-s|}$$

と定義される。

隣接する2地域間の距離が $2\pi/R$ となるように規準化しておく。

また、 $T_{max} \equiv e^{\tau\pi}$ である。



6. 多数地域および連続空間

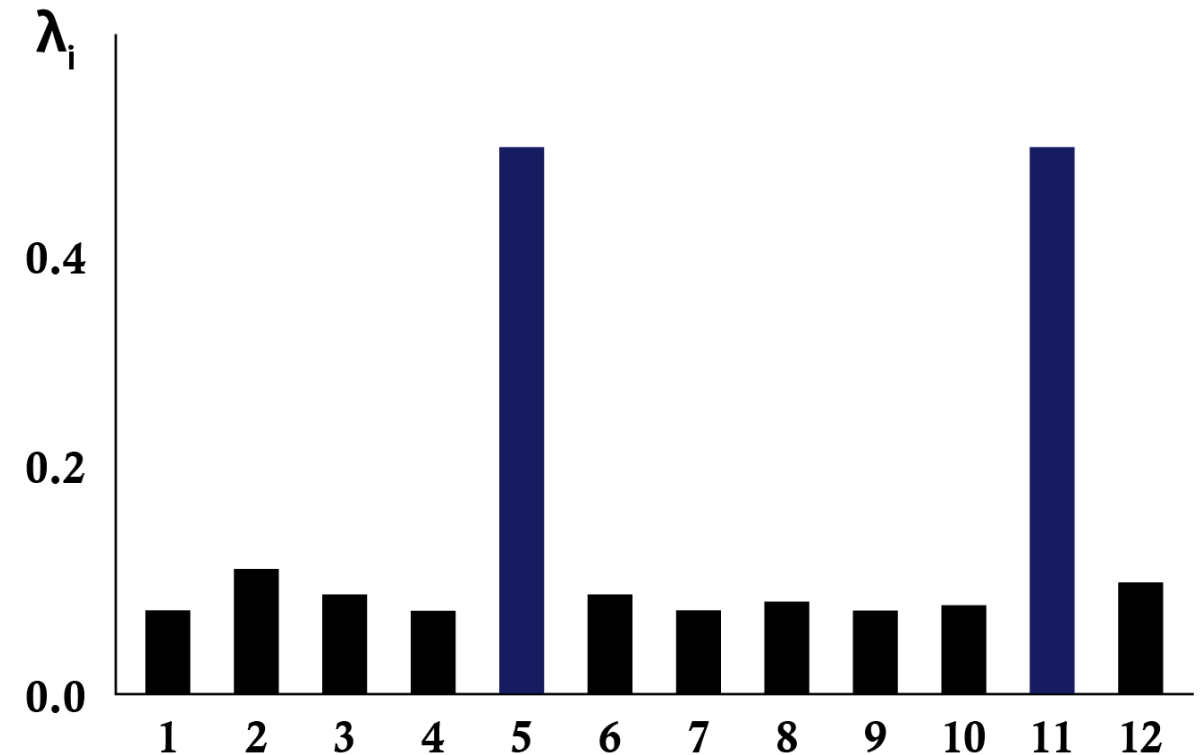
■R=12で数値実験

$$\mu = 0.4, \quad \sigma = 5, \quad T_{max} = 4$$

の初期条件のもとで、ある程度の時間が経過した後の工業シェアをシミュレーション。

<結果>

- 1) 工業が2つの地域に集中し、
- 2) その2つの地域は等間隔に配置される。



6. 多数地域および連続空間

■R=100で数値実験

初期状態に工業を一様分布からわずかだけ乖離させた状態をとってシミュレーション。

→時間の経過とともに、右図のように**全ての工業が2つの地域に集中する構造へと変化する**。

「59年型キャデラックのような図」

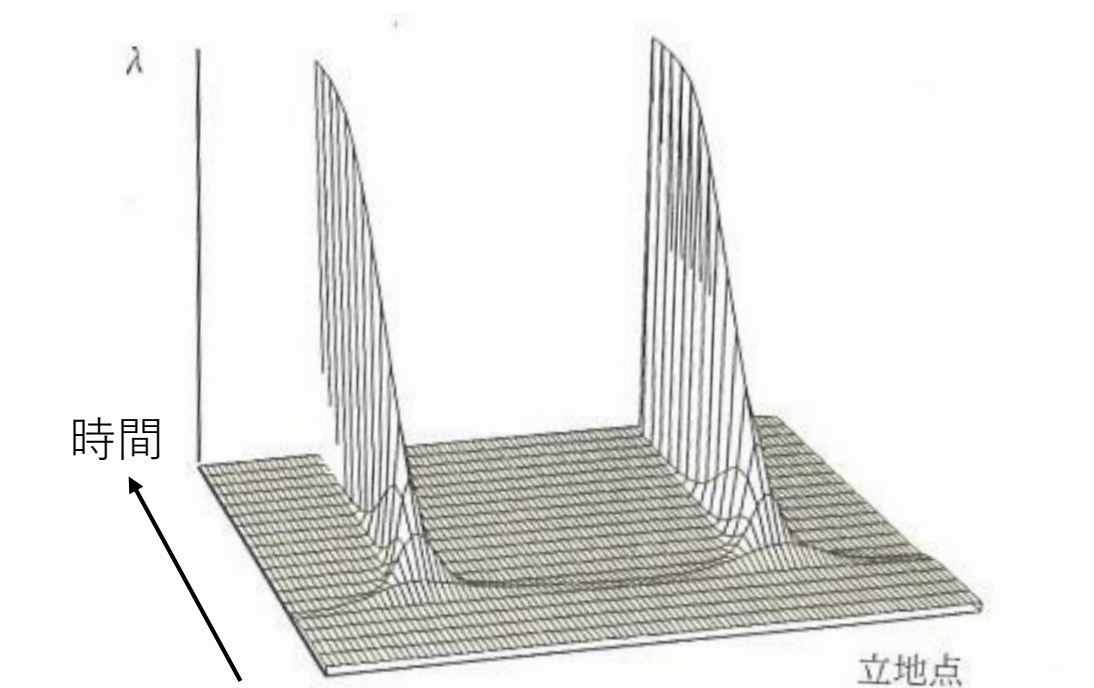


図6.5 工業分布の変化：多数地域のケース

多数地域の中からいくつかの地域に工業が集積する、
この規則性はいかにして説明できるのか？

6. 多数地域および連続空間

■ チューリングによるアプローチ

Turing, 1952の理論生物学に関する論文では、
「**ほとんど同質的な一団な細胞からなる胚が、
どのように高度に分化した有機体へと発達する
のか**」

という問いに答えている。

→ 競技場経済のいくつかの地域に工業が集積するプロセスに適用可能。



Alan Turing (1912-1954)

チューリング・アプローチのポイント

→ 細胞間の**初期の対称性**が崩壊する様子に焦点を置く。

6. 多数地域および連続空間

■ チューリングによるアプローチ

焦点を一様分布均衡から最初に逸脱し始めた経済に置く。

空間を連続的に扱い、「一様分布のレベル」を λ とおき、 $\lambda(r)$ を円周上の立地点 r における工業密度とすると、一様分布均衡の近傍におけるモデルの動学的振る舞いは、

$$\dot{\lambda}(r) = \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta)(\lambda(r + \theta) - \lambda)d\theta \quad (1)$$

と表される。また、初期状態における一様分布からの乖離が

$$\lambda(r) - \lambda = \delta \cos(\nu r) \quad (\nu \text{は整数}) \quad (2)$$

のように記述できると仮定する。

6. 多数地域および連続空間

■ チューリングによるアプローチ

(1)式に(2)式を代入すると,

$$\dot{\lambda}(r) = \delta \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(\nu r + \nu \theta) d\theta \quad (3)$$

が得られる. 式(3)を整理すれば

$$\dot{\lambda}(r) = (\lambda(r) - \lambda) \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(\nu \theta) d\theta \quad (4)$$

この式の積分項は ν にのみ依存するので, 以下のように設定できる.

$$\gamma_{\nu} \equiv \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(\nu \theta) d\theta$$

6. 多数地域および連続空間

■ チューリングによるアプローチ

ここで、(2)式は動学システム(1)式の固有関数(eigenfunction)となっており、(4)式は

$$\dot{\lambda}(r) = \underbrace{(\lambda(r) - \lambda)}_{\text{固有関数}} \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(v\theta) d\theta}_{\text{固有値 } (\gamma_v)} \quad (4)$$

のように捉えることができる。

従って、固有値 γ_v が負ならば一様分布からの乖離 $(\lambda(r) - \lambda)$ は消滅するが、**固有値 γ_v が正ならば乖離は増幅されていく。**

6. 多数地域および連続空間

■ チューリングによるアプローチ（まとめ）

一様分布均衡の近傍における動学システムの局所的な振る舞いを、一様分布からの逸脱が余弦関数によって記述できるとの仮定をおいて推論を行ってきた。

$$\dot{\lambda}(r) = (\lambda(r) - \lambda) \int_{-\pi}^{\pi} k(\theta) \cos(v\theta) d\theta \quad (4)$$

上記の(4)式において、最大の正の固有値 γ_v を与える振動数 v を「**優越振動数**」と呼ぶこととすると、一様分布から十分に時間が経過した後には「**優越振動数**」が他を支配するようになる。

(= 「**優越振動数**」の数だけ集積が生まれる)

6. 多数地域および連続空間

■ 競技場経済への適用

以上の推論を競技場経済に適用。

競技場経済を**連続空間**に表現し直し、
右のように値を設定すると、この経済
の即時均衡の条件は、

$$Y(r) = \mu\lambda(r)w(r) + \frac{1-\mu}{2}$$

$$G(r) = \left[\int_{-\pi D}^{\pi D} \lambda(s)w(s)^{1-\sigma} e^{-\tau(\sigma-1)|r-s|} ds \right]^{1/(1-\sigma)}$$

$$w(r) = \left[\int_{-\pi D}^{\pi D} Y(s)G(s)^{\sigma-1} e^{-\tau(\sigma-1)|r-s|} ds \right]^{1/\sigma}$$

$$\omega(r) = w(r)G(r)^{-\mu}$$

競技場経済の円周： $2\pi D$

農業労働力： $(1-\mu)\pi D$

工業労働力： $\mu\pi D$

一様分布の工業密度： $\lambda = 0.5$

第5章の均衡条件を連続空間で
書き直したもの。

6. 多数地域および連続空間

■モデルの線形化

均衡条件式を全微分すれば,

$$Y'(r) = \mu\lambda'(r) + \frac{\mu}{2}w'(r)$$

$$\frac{G'(r)}{G} = -\frac{G^{\sigma-1}}{\sigma-1} \int_{-\pi D}^{\pi D} \lambda'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|} ds + \frac{G^{\sigma-1}}{2} \int_{-\pi D}^{\pi D} w'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|} ds$$

$$w'(r) = \frac{G^{\sigma-1}}{\sigma} \int_{-\pi D}^{\pi D} Y'(r+s)e^{-\tau(\sigma-1)|s|} ds + \frac{\sigma-1}{2\sigma} \int_{-\pi D}^{\pi D} (G'(r+s)/G)e^{-\tau(\sigma-1)|s|} ds$$

$$\omega'(r) = [w'(r) - \mu G'(r)/G]G^{-\mu}$$

6. 多数地域および連続空間

■ 余弦関数の導入

ここで、 $\lambda'(r)$ は一様分布均衡の周りの乖離で、

$\lambda'(r) = \delta_\lambda \cos(\nu r)$ と表せるとすると、

$$Y'(r) = \delta_Y \cos(\nu r)$$

$$\frac{G'(r)}{G} = \delta_G \cos(\nu r)$$

$$w'(r) = \delta_W \cos(\nu r)$$

$$\omega'(r) = \delta_\omega \cos(\nu r)$$

となる。

($\delta_Y, \delta_G, \delta_W, \delta_\omega$ は係数)

■ 新たな変数 Z の導入

2地域ケースと同様に、変数 Z を導入。

$$Z \equiv \frac{G^{\sigma-1}}{2} \int_{-\pi D}^{\pi D} \cos(\nu s) e^{-\tau(\sigma-1)|s|} ds$$

$$Z = \frac{\tau^2(\sigma-1)^2}{\tau^2(\sigma-1)^2 + \nu^2} \left[\frac{1 - \cos(\nu\pi D) e^{-\tau D(\sigma-1)\pi}}{1 - e^{-\tau D(\sigma-1)\pi}} \right]$$



$$\delta_Y = \mu\delta_\lambda + \frac{\mu}{2}\delta_w$$

$$\delta_G = \frac{2Z}{1-\sigma}\delta_\lambda + Z\delta_w$$

$$\sigma\delta_Y = 2Z\delta_Y + (\sigma-1)Z\delta_G$$

$$G^\mu\delta_\omega = \delta_\omega - \mu\delta_G$$

6. 多数地域および連続空間

■ 実質賃金への影響

ここまでの計算から、第5章と同じように以下の表現が導かれる。

$$\frac{\delta_{\omega}}{\delta_{\lambda}} = 2ZG^{-\mu} \left(\frac{1-\rho}{\rho} \right) \left[\frac{\mu(1+\rho) - Z(\mu^2 + \rho)}{1 - \mu Z(1-\rho) - \rho Z^2} \right]$$

ここで、 $\frac{\delta_{\omega}}{\delta_{\lambda}}$ は工業部門雇用の乖離が実質賃金に与える影響を表している。

工業部門の雇用の変化を与える微分方程式を一様分布均衡近傍で線形化すると

$$\dot{\lambda}'(r) = \gamma \omega'(r) \lambda(r) = \gamma \frac{\omega'(r)}{2} \quad \because \lambda = 0.5$$

$$\dot{\lambda}'(r) = \gamma \frac{\delta_{\omega}}{2} \cos(vr) = \gamma \frac{\delta_{\omega}}{2\delta_{\lambda}} \lambda'(r) \quad \because \frac{\omega'(r)}{\lambda'(r)} = \frac{\delta_{\omega}}{\delta_{\lambda}}$$

6. 多数地域および連続空間

■固有関数と固有値

$$\dot{\lambda}'(r) = \gamma \frac{\delta\omega}{2} \cos(vr) = \boxed{\gamma \frac{\delta\omega}{2\delta\lambda} \lambda'(r)} \quad \therefore \frac{\omega'(r)}{\lambda'(r)} = \frac{\delta\omega}{\delta\lambda}$$

上の式で $\lambda'(r) = \delta\lambda \cos(vr)$ を固有関数とみると、 $\gamma \frac{\delta\omega}{2\delta\lambda}$ が固有値である。

但し

$$\frac{\delta\omega}{\delta\lambda} = 2ZG^{-\mu} \left(\frac{1-\rho}{\rho} \right) \left[\frac{\mu(1+\rho) - Z(\mu^2 + \rho)}{1 - \mu Z(1-\rho) - \rho Z^2} \right]$$

であり、固有値は明らかに**パラメータ $\mu, \rho(\sigma), \tau, \nu$ に依存している。**

6. 多数地域および連続空間

■ 優越振動数の決定

非常に広大な経済 = D が十分に大きい経済を想定すると、

1) Z が以下のように簡単になる。

$$Z = \frac{\tau^2(\sigma - 1)^2}{\tau^2(\sigma - 1)^2 + \nu^2}$$

これは ν に関して単調に減少し、 $0 \leq Z \leq 1$ である。

2) ν の整数条件が緩和（波長が円周のごく一部になるため）

→ ν, Z を近似的に連続変数として扱える。

6. 多数地域および連続空間

■変数 Z, ν と固有値の関係

$$Z = \frac{\tau^2(\sigma - 1)^2}{\tau^2(\sigma - 1)^2 + \nu^2} \quad \frac{\delta_\omega}{\delta_\lambda} = 2ZG^{-\mu} \left(\frac{1 - \rho}{\rho} \right) \left[\frac{\mu(1 + \rho) - Z(\mu^2 + \rho)}{1 - \mu Z(1 - \rho) - \rho Z^2} \right]$$

1) $Z = 0$ の場合： $\delta_\omega/\delta_\lambda$ も0になる.

2) 小さな正の Z に対して： $\delta_\omega/\delta_\lambda$ は厳密に正.

→すなわち，高い振動数で短い波長の乖離は時間とともに拡大.

3) Z が1に近づく： $\delta_\omega/\delta_\lambda$ の符号は $\mu - \rho$ の符号と一致.

→ブラックホールの非存在条件より， $\mu - \rho$ は負なので $\delta_\omega/\delta_\lambda$ も負.

6. 多数地域および連続空間

■変数 Z, ν と固有値の関係

→振動数 ν を減少させていくと、固有値は**最初0から正の値に増加し、次いで負の値になる。**

支配的になる振動数は最大の正の固有値を持つものであり、優越振動数と各パラメータとの関係をまとめたものが下表。

優越振動数と諸パラメータ

	$\sigma = 5$			$\sigma = 10$		
	$\mu = 0.2$	$\mu = 0.4$	$\mu = 0.6$	$\mu = 0.2$	$\mu = 0.4$	$\mu = 0.6$
$T_{max} = 2$	2	1	1	4	2	2
$T_{max} = 4$	3	2	1	7	5	3
$T_{max} = 8$	5	3	2	11	7	4

μ : 工業シェア, σ : 代替の弾力性, T_{max} : 最大輸送費用

6. 多数地域および連続空間

■ 諸パラメータと優越振動数の関係

1) T_{max} (輸送費用)

輸送費用の高いときは優越振動数が高くなる。すなわち、**輸送費用の高いときは比較的小さな工業活動の集中が比較的多く存在する。**

2) σ (代替の弾力性)

輸送費用と同様に、 **σ の値が高ければ距離とともに交易量が急速に減少するため、比較的多くの集積が生まれる。**

3) μ (工業シェア)

高い工業シェアは優越振動数を小さくする効果があり、高い工業シェア μ のもとでは**少数の大きな集積が生まれる。**

6. 多数地域および連続空間

■第6章まとめ

- ・ **2地域しか存在しないという非現実的な仮定を緩和し**，「競技場経済」にモデルを展開。
- ・ チューリングによる理論生物学のアプローチを援用し，一様分布からの乖離を余弦関数で記述。
- ・ チューリング・アプローチをもとに連続空間で第5章と同じように均衡条件を整理し，一様分布均衡の近傍でモデルを線形化。
- ・ 数値計算によって諸パラメータが優越振動数に与える影響を明らかにし，**第5章で得た洞察の多くが2地域という仮定を緩和しても妥当**することが分かった。

第7章 農産品の輸送費用

7. 農産品の輸送費用

■モデルの仮定

本章では、**農産品の輸送費用**を新たにモデルに導入する。

【仮定】

- ・ 再び**2地域の場合**を考え、
- ・ 1単位の農業労働で1単位の生産物を生産する。
- ・ どの地域にも全農業労働賦存量の半分が存在する。
- ・ 地域 r の農業賃金を w_r^A で表す。
- ・ 農業賃金 w_r^A は農産品の価格に等しいが、農産品に T^A の率で氷塊輸送型の費用がかかるため、**農業賃金や価格は地域間で均等化しない。**

7. 農産品の輸送費用

■ 核－周辺パターンの持続可能性

全ての工業が地域1に集中している($\lambda = 1$)としたとき、 $\omega_1 > \omega_2$ かどうかを確認する。

但し、地域1は農産品を移入しなければならないので、地域2の労働（＝地域2の農産品）を価値尺度に取れば、

$$w_2^A = 1 \text{ かつ } w_1^A = T^A > 1$$

経済全体の所得は、

$$Y_1 + Y_2 = \mu w_1^M + \frac{1 - \mu}{2} (T^A + 1)$$

$$\mu w_1^M = \frac{1 + T^A}{2} \text{ より, } \quad Y_1 = \frac{T^A + \mu}{2}, \quad Y_2 = \frac{1 - \mu}{2}$$

7. 農産品の輸送費用

■ 実質賃金の比

実質賃金の比を計算すると、

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(T^M)^{-\mu} (T^A)^{1-\mu}}{1 + T^A} \left[\frac{\mu + T^A}{1 + T^A} (T^M)^{1-\sigma} + \frac{1 - \mu}{1 + T^A} (T^M)^{\sigma-1} \right]^{1/\sigma}$$

地域2と地域1の生計費指数の比

これが1より小さくて、工業労働者が地域1から2へ移動するインセンティブをもたないとき、核-周辺パターンは均衡となる。

※ここで $T^A = 1$ とすれば、第5章で導出されたサステインポイントの条件式と一致する。

7. 農産品の輸送費用

■ 農産品の輸送費用と実質賃金の比

農産品の輸送費用は、**2つの異なる経路でサステインポイントに影響してくる。**

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = (T^M)^{-\mu} (T^A)^{1-\mu} \left[\frac{\mu + T^A}{1 + T^A} (T^M)^{1-\sigma} + \frac{1 - \mu}{1 + T^A} (T^M)^{\sigma-1} \right]^{1/\sigma}$$

第1に、 $T^A > 1$ となることは、**[]内の値を小さくして、核-周辺パターンを持続しやすくする。**（**後方連関効果**）

第2に、高くなった農産品価格が生計費指数に及ぼす影響をとらえた $(T^A)^{1-\mu}$ の項に注目すると、 **T^A の上昇は核-周辺パターンの崩壊をもたらす**ことが分かる。

7. 農産品の輸送費用

■ 農産品の輸送費用と実質賃金の比

3つの異なる農産品の輸送費用 T^A について、 ω_1/ω_2 と工業品の輸送費用 T^M との関係をグラフで表すと右図のようになる。

1) $T_A = 1.1$ の場合

核－周辺パターンは tt の間だけで持続可能。

2) $T_A = 1.2$ の場合

核－周辺パターンは常に持続不可能。

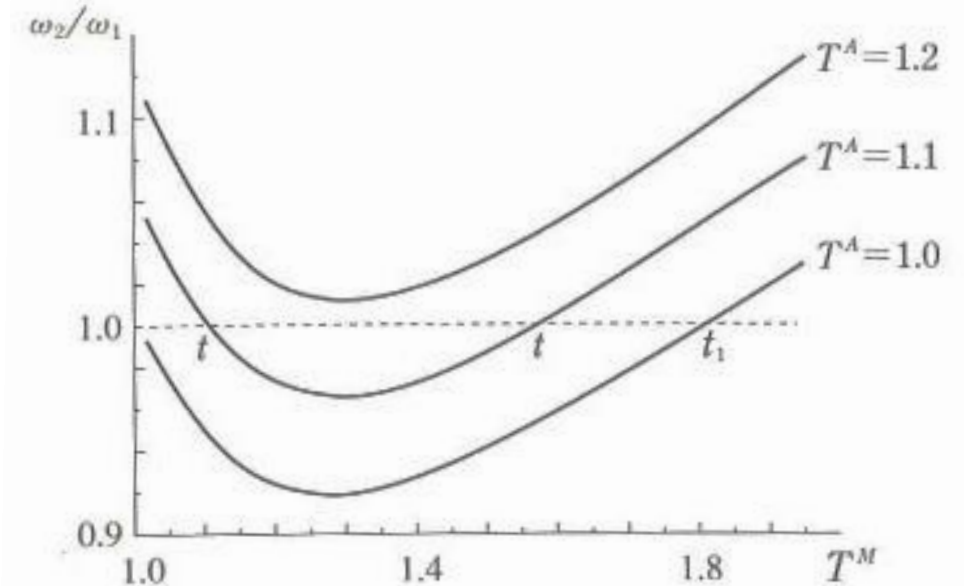


図7.2 サステインポイント

7. 農産品の輸送費用

■ ここまでのまとめ

第5章での仮定を崩して、農産品に輸送費用がかかる ($T^A > 1$) 場合に、核-周辺パターンの持続性について検討してきた。

【シミュレーションの結果】

$T^A > 1$ で、かつあまり大きな値でなければ、集積が持続可能となる工業品の交易費用の範囲が存在する。

但し、右図に示しているように tt の間では集積を伴う均衡、対象均衡ともに安定均衡である。

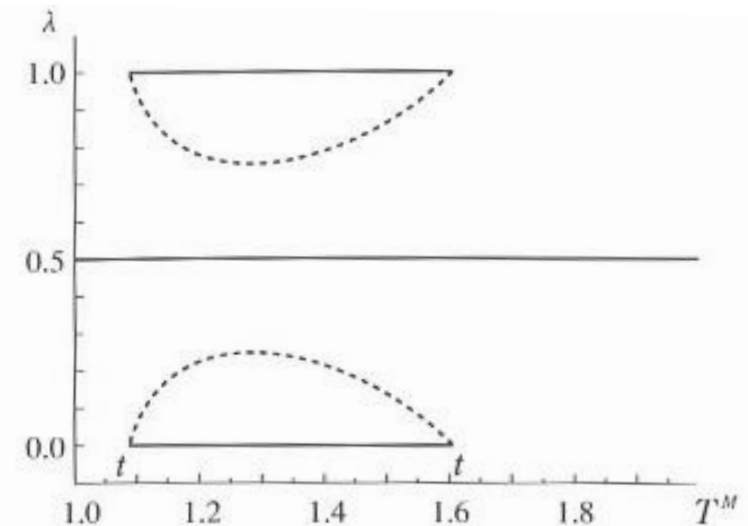


図7.3 農産品が同質的な場合の分岐： $T^A=1.1$ のケース

7. 農産品の輸送費用

■ 結論

第5章までのモデルでは、集積力及び分散力は全て工業部門から生じていたが、本章ではよりモデルを一般化し、農業部門の持つ力を新たにモデルに追加した。

一般に農産品の輸送費用は都市の発展に対してブレーキをかけるが、本モデルでは農産品の輸送費用の低下がどのように集積を引き起こすかについて明らかにした。

また、**集積が可能となる適切な農産品の輸送費用のもとでも、工業品の輸送費用の低下が集積にもたらす効果は単調ではないことも確認した。**