行動モデル夏の学校
2020.9.12

ネットワークモデルと行動モデル

熊本大学　円山　琢也

目次
- 交通配分モデルのキホン
- 行動モデルとの統合
- モデルと整合的な便益評価

交通配分の参考資料

土木学会 1998
交通ネットワークの均衡分析

絶版

土木学会 2003 & 2006
道路交通需要予測の理論と適用　第I編 第II編

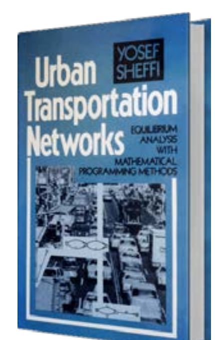
絶版

絶版

・土木学会 2017 土木計画学ハンドブック 4.2 節

★Yosef Sheffi 1985 URBAN TRANSPORTATION NETWORKS

https://sheffi.mit.edu/book/urban-transportation-networks
Full text PDF file download可能

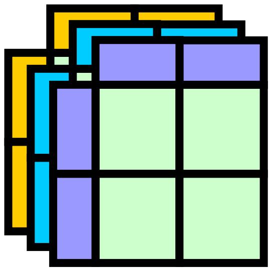


★東京大学都市生活学・ネットワーク行動学研究室
スタートアップゼミ2020 #4 交通ネットワークの均衡分析

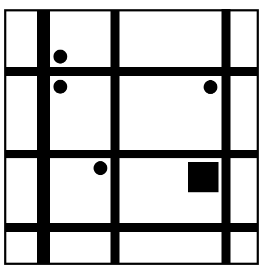
http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup20/file/slide4.pdf

交通配分モデル：入力と出力

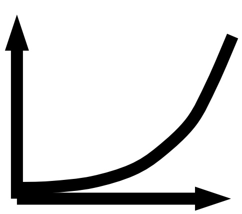
入力



1. OD表



2. ネットワークデータ



3. リンクパフォーマンス関数

交通容量,
時間価値

交通配分モデル

出力

1. リンク交通量
2. 経路交通量
3. リンク旅行時間
4. 経路旅行時間
5. OD間旅行時間
6. など

入力条件を変化させた出力の差より政策評価指標 (便益等)も計算可

Wardrop均衡

- 利用者の経路選択行動の仮説
  - 利用者は経路に関する完全な (正確な) 情報を得ている
  - 利用者は常に最小旅行時間経路を選択する
- Wardrop均衡(等時間原則)
  - 利用される経路の所要時間は皆等しく，利用されない経路の所要時間より小さいか，せいぜい等しい状態

出典）Google Map

数理的最適化問題アプローチ

等価

もともとの
配分モデル

数理的
最適化問題

簡単には
解けない

様々な効率
的な計算法
が利用可能

解の特性
の分析な
ども可能

等価な問題への変換

Wardrop均衡の数式表現

$$c_k^{rs} - c_{rs} \geq 0, f_k^{rs} \geq 0$$

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$$

$$x_a = \sum_{rs}\sum_k f_k^{rs}\delta_{a,k}^{rs}$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0$$

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs} \qquad t_a = t_a(x_a)$$

等価

$\Leftrightarrow$

等価な最適化問題

$$\min . Z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

$$x_a = \sum_{rs}\sum_k f_k^{rs}\delta_{a,k}^{rs}$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs}$$

$$f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0$$

---

q_{rs}: ODペアrs間OD交通量

f_k^{rs}: ODペアrs間経路kの経路交通量

x_a: リンクaのリンク交通量

$\delta_{a,k}^{rs}$: リンク経路接続行列

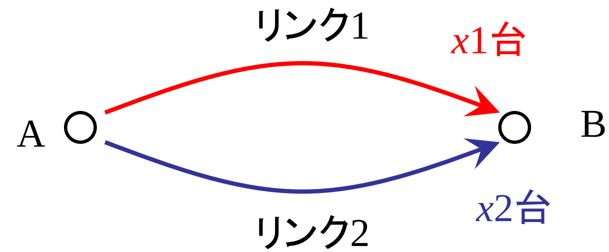
c_{rs}: ODペアrs間の最小経路コスト

c_k^{rs}: ODペアrs間経路kの経路コスト

t_a: リンクaのリンクコスト

数式表現の詳細は参考文献を

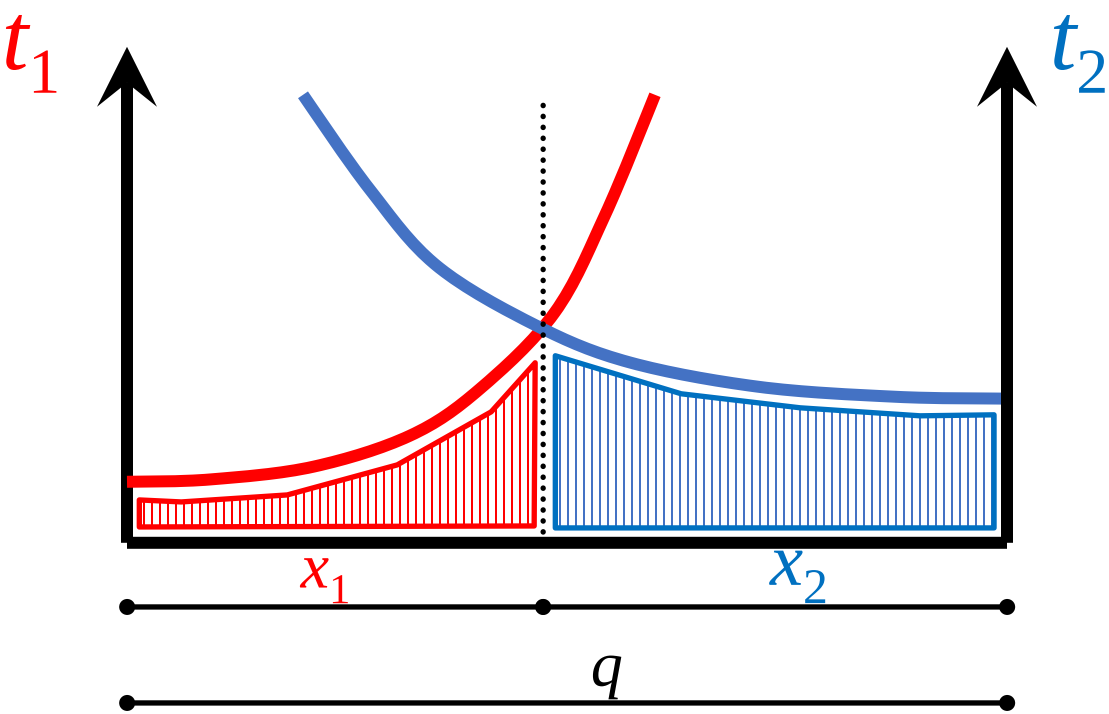
2リンクの場合

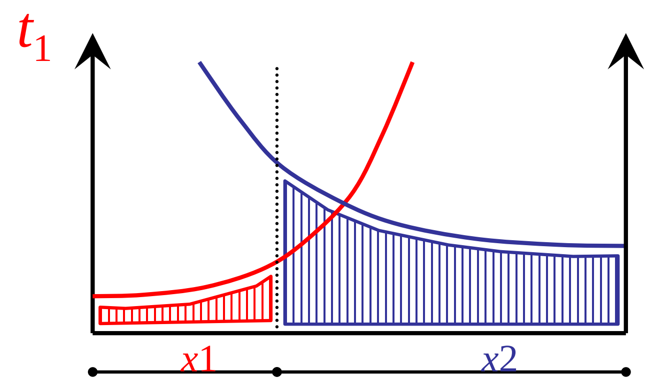


$$\min.Z\,(x_1,x_2)=\boxed{\int_0^{x_1}t_1(x)dx}+\boxed{\int_0^{x_2}t_2(x)dx}$$

斜線部の面積の和が目的関数

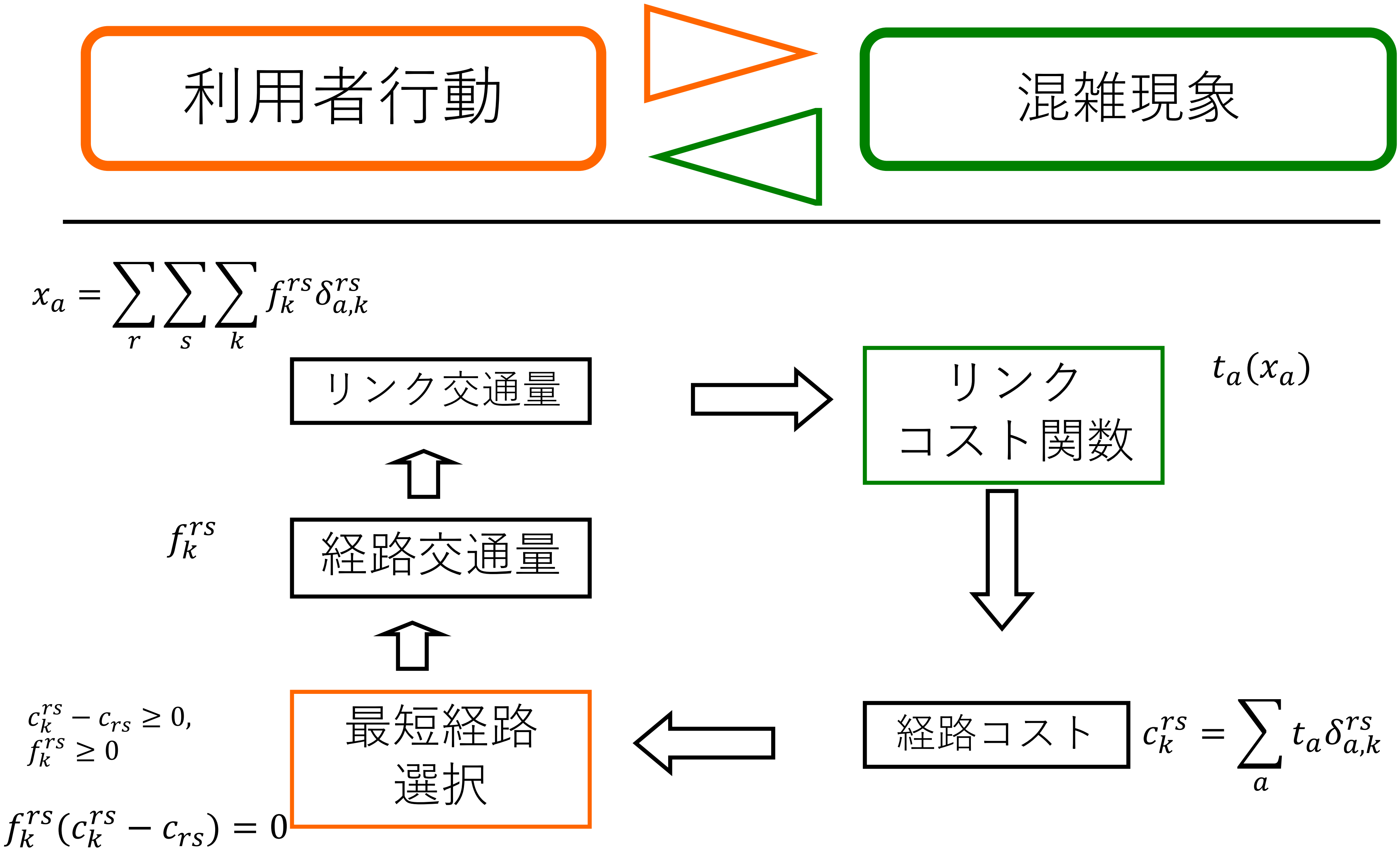
Cf. ポテンシャルゲームの
ポテンシャル関数





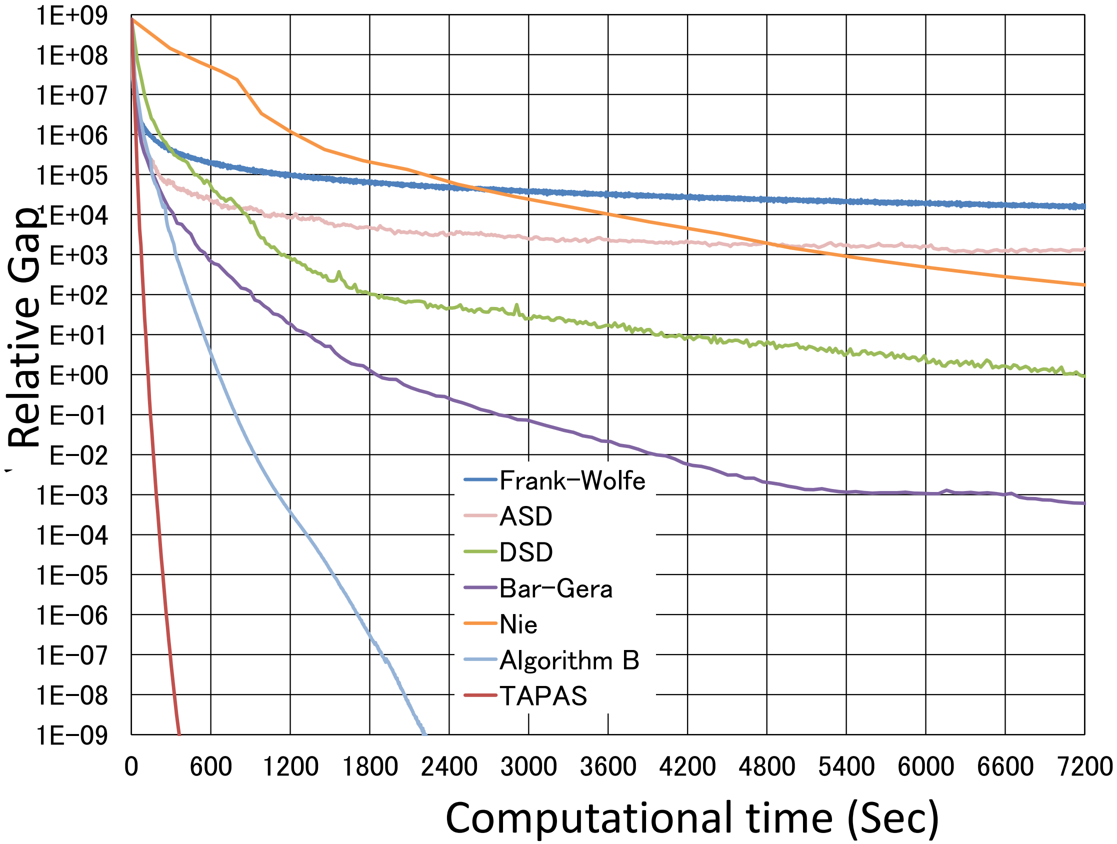
非均衡

全体像



利用者行動
混雑現象
$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$
リンク交通量
リンクコスト関数
$t_a(x_a)$
f_k^{rs}
経路交通量
$c_k^{rs} - c_{rs} \geq 0,$
$f_k^{rs} \geq 0$
最短経路選択
経路コスト
$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$
$f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$

解法と収束判定



#Link=22,266: #Node=8,168: #zone 568

- さまざまな解法が開発
- 繰り返し計算の打ち切り基準=収束判定指標も多様
- **Relative gap:**
  目的関数の上下限値
  > 等価最適化問題の性質を利用した指標
- 便益評価の利用など、シナリオ間の比較には厳しい収束判定が必要

出典) Inoue, S. and Maruyama. T. (2012) Computational experience on advanced algorithms for user equilibrium traffic assignment problem and its convergence error.

Bar-Gera, H. (2002) Origin-based algorithm for the traffic assignment problem. *Transportation Science* 36 398–417.
Dial, R. B. (2006) A Path-based user-equilibrium traffic assignment algorithm that obviates path storage and enumeration. *Transportation Research Part B* 40(10) 917–936
Bar-Gera, H. (2010). Traffic assignment by paired alternative segments. *Transportation Research Part B* Vol. 44, Issues 8–9, pp. 1022–1046.
Gentile, G. (2014) Linear User Cost Equilibrium: a bush-based algorithm for traffic assignment. *Transportmetrica A* 10(1) 15-54.

確率的利用者均衡モデル (Logit SUE)

利用者行動

混雑現象

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

リンク交通量

リンクコスト関数

$$t_a(x_a)$$

$$f_k^{rs}$$

経路交通量

ロジット型
経路選択

経路コスト

$$f_k^{rs} = q_{rs} \frac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta c_k^{rs})}$$

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$

等価な最適化問題の目的関数の整理

	混雑なし	混雑あり
確定的 経路選択	All or Nothing $\min. \sum_a x_a t_a$	利用者均衡UE $\min. \sum_a \int_0^{x_a} t_a(x)dx$
確率的 経路選択 (logit)	確率配分 $\min. \sum_a x_a t_a + \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$	確率均衡 SUE $\min. \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)\, d\omega + \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$

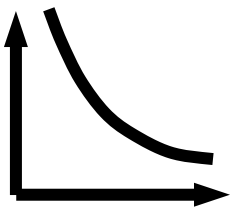
SUEにおける経路選択モデル

- Logit (Dial/MCA)
- Probit
- CNL, Network-GEV (原・赤松 2014)
- 時空間構造化Network上のMCA (Oyama Hato 2019)
- Weibit (Castillo et al. 2008,)
- 一般化Logit (Nakayama Chikaraishi 2015, Chikaraishi Nakayama 2016)
- など

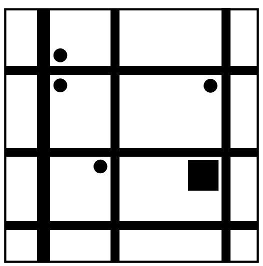
LogitモデルのIIA問題の緩和、経路非列挙型 (大規模ネットワークでの適用念頭)など

需要変動型モデル：入力と出力

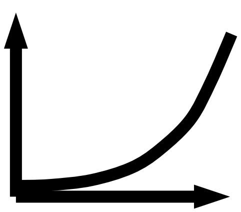
入力



1. 需要関数



2. ネットワークデータ



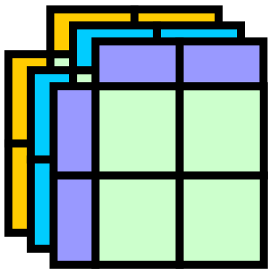
3. リンクパフォーマンス関数

交通容量,
時間価値

OD表が政策により変化する

需要変動型交通配分モデル

出力



1. OD表
2. リンク交通量
3. 経路交通量
4. リンク旅行時間
5. 経路旅行時間
6. OD間旅行時間
7. など

入力条件を変化させた出力の差より政策評価指標 (便益等)も計算可

需要変動型モデルの組み合わせ

- OD単位の需要関数 Beckmann et al モデル
- 需要変動・確率均衡モデル
- 分担配分統合モデル
- 分布分担配分統合モデル
- など

分担配分統合型確率的利用者均衡モデル (Nested Logit SUE)

利用者行動　**混雑現象**

手段別経路交通量

$$f^{rs}_{m,k} = q^{rs}_m \Pr(k|m,rs)$$

手段別経路選択確率

$$\Pr(k|m,rs) = \frac{\exp(-\theta c^{rs}_{m,k})}{\sum_k \exp(-\theta c^{rs}_{m,k})}$$

$$q^{rs}_m = q_{rs} \Pr(m|rs)$$

手段別OD交通量

$$\Pr(m|rs) = \frac{\exp(-\eta S_m)}{\sum_m \exp(-\eta S_m)}$$

手段選択確率

手段別リンク交通量

$$x^m_a = \sum_{r,s,m,k} f^{rs}_{m,k} \delta^{rs}_{m,a,k}$$

手段別リンクコスト関数 $t^m_a(x^m_a)$

$$c^{rs}_{m,k} = \sum_{m,a} t^m_a \delta^{rs}_{ma,k}$$

手段別経路コスト

$$S_m = -\frac{1}{\theta} \log \sum_k \exp(-\theta c^{rs}_{m,k})$$

手段別期待最小費用

モデルと等価な最適化問題

Logit　型 SUE

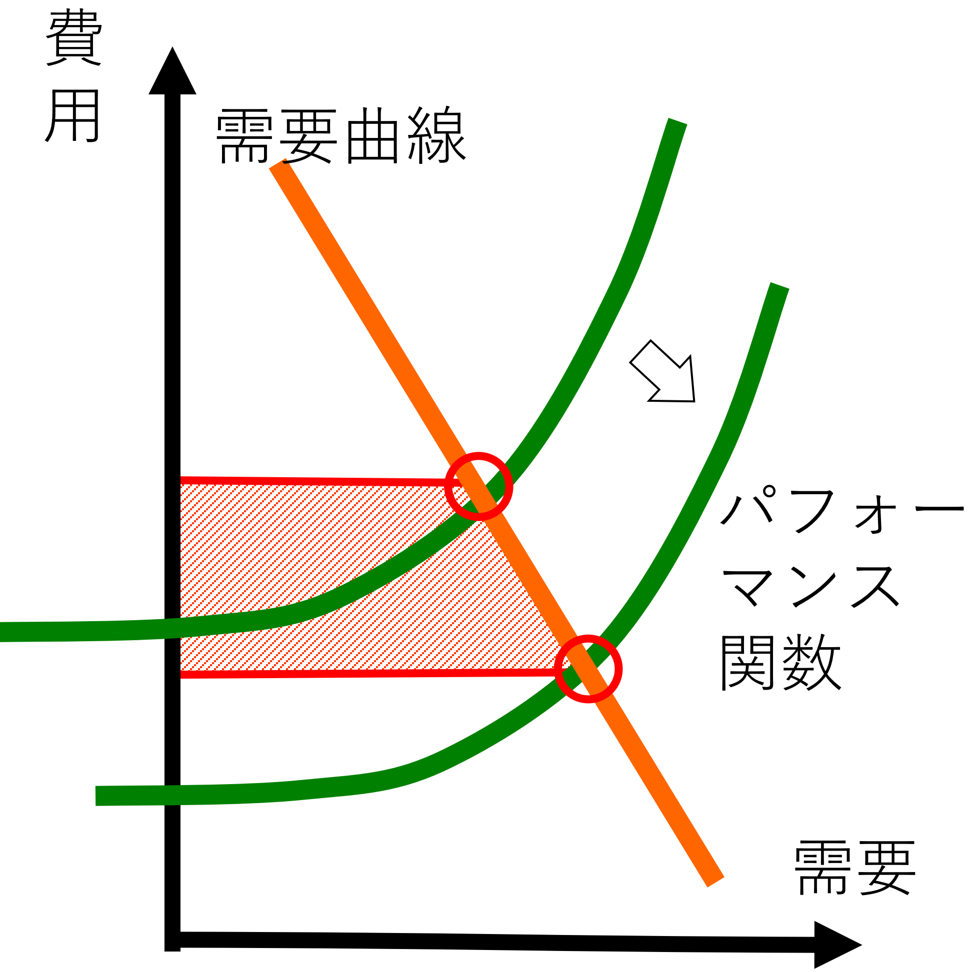
$$\min. Z\left(\mathbf{x}(\mathbf{f})\right) = \sum_{a} \int_{0}^{x_a} t_a\,(\omega) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$$

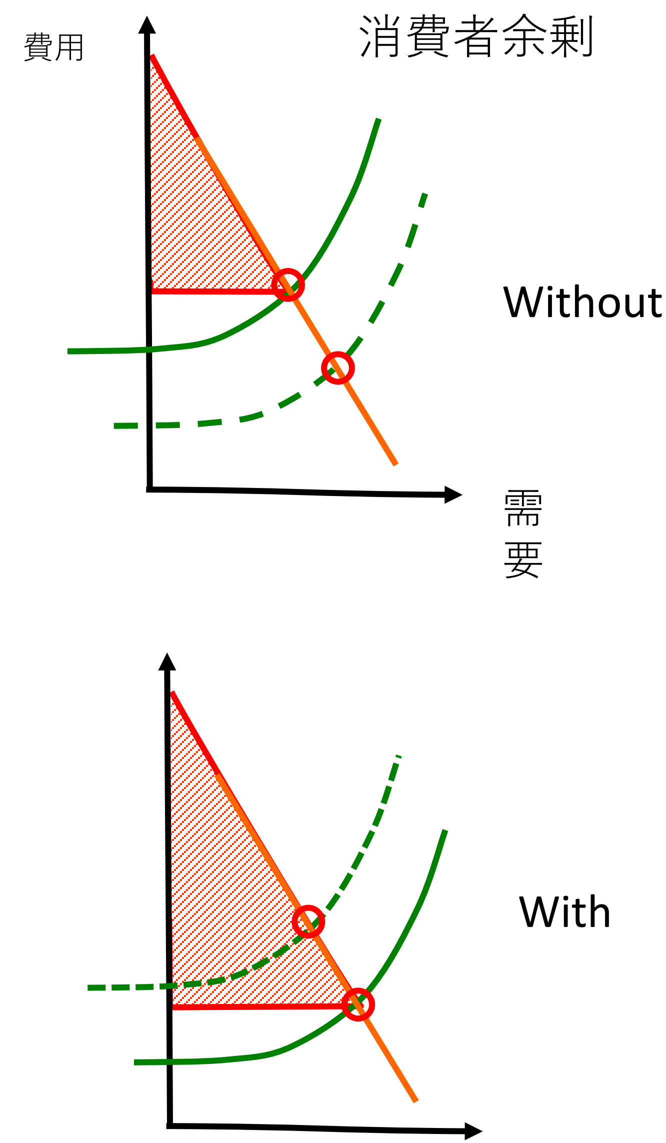
Nested Logit SUE

$$\min. Z\left(\mathbf{x}(\mathbf{f}), \mathbf{q}\right) = \sum_{m,a} \int_{0}^{x_a^m} t_a^m(\omega) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{r,s,m,k} f_{m,k}^{rs} \log f_{m,k}^{rs} + \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\theta}\right) \sum_{r,s,m} q_m^{rs} \log q_m^{rs}$$

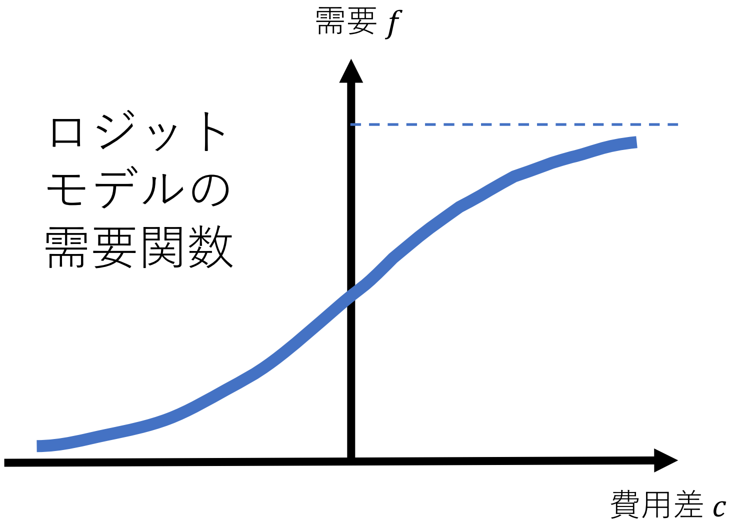
$0 < \eta < \theta$ 　　という条件下で目的関数は狭義凸関数になっている
:解の一意性が証明される (c.f. NLモデルのRUMとの整合性条件)

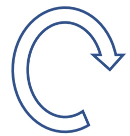
利用者便益= 消費者余剰の変化

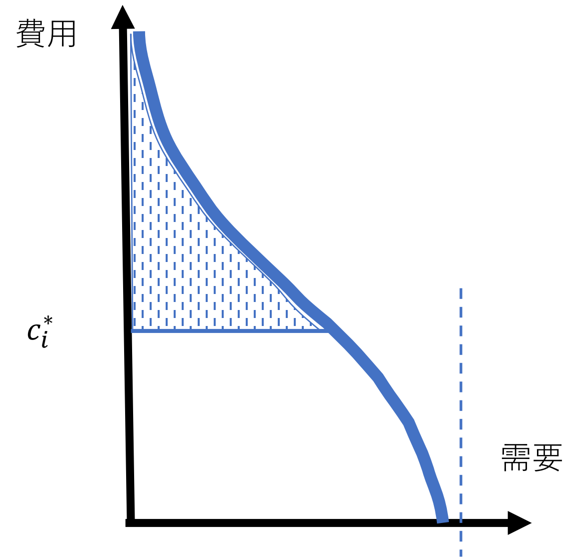




ロジット型需要モデルの消費者余剰







$$f_i \;\; = q\frac{\exp(-\theta c_i\;)}{\sum_k \exp(-\theta c_k\;)}$$

$$CS = \sum_i \int_{c_i^*}^{+\infty} f_i\;\;(\boldsymbol{c})dc_i$$

$$= q\sum_i \int_{c_i^*}^{+\infty} \left(\frac{\exp(-\theta c_i\;)}{\sum_k \exp(-\theta c_k\;)}\right) dc_i$$

$$= q\sum_i \left[-\frac{1}{\theta}\ln\sum_k \exp(-\theta c_k\;)\right]_{c^*}^{+\infty} = -\frac{q}{\theta}\ln\sum_k \exp(-\theta c_k^*)$$

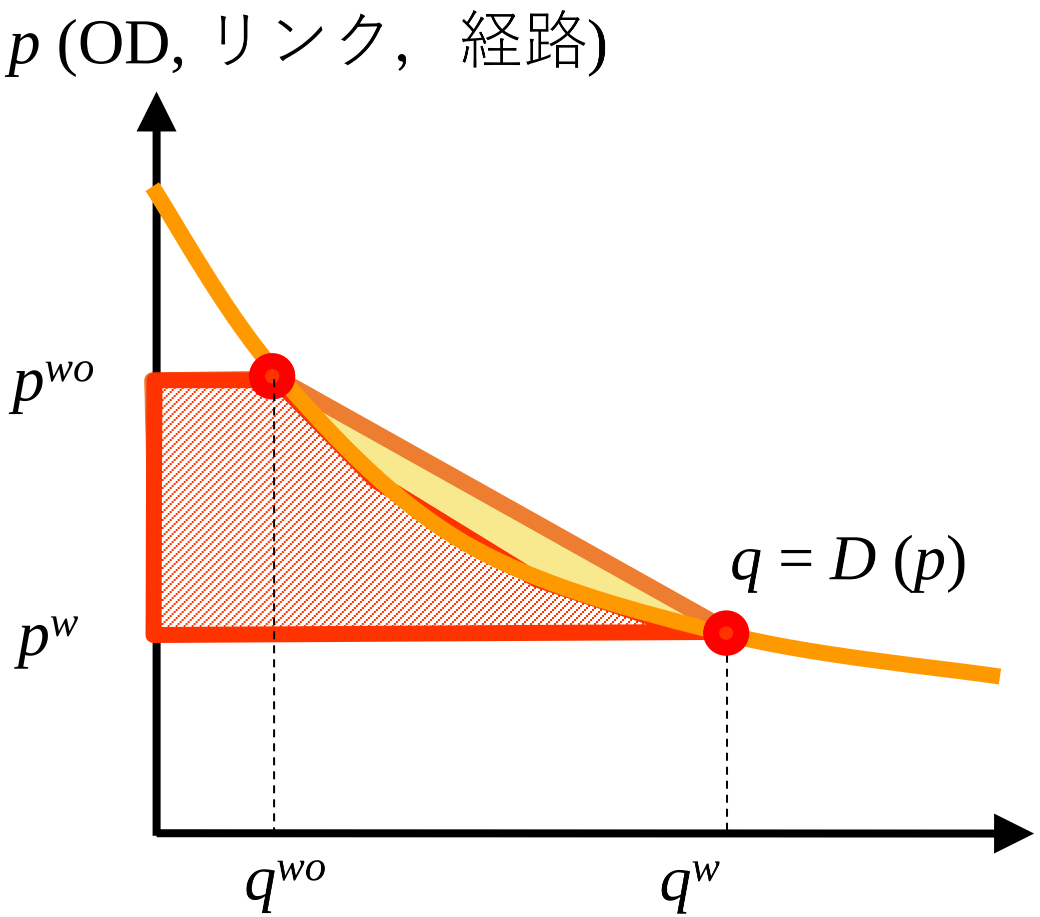
需要曲線の左側の面積がログサム

代表的個人の選択行動、
ガンベル分布の性質などからも
導出可能

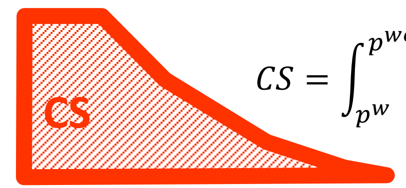
森地・金本 (2008)など参照

消費者余剰とその近似

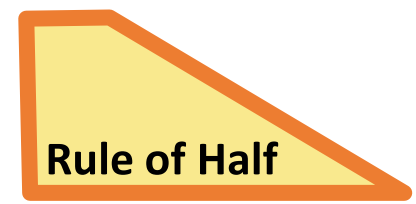
一般化費用



需要 q
(OD, リンク，経路)



$$CS = \int_{p^w}^{p^{wo}} D(p)dp$$

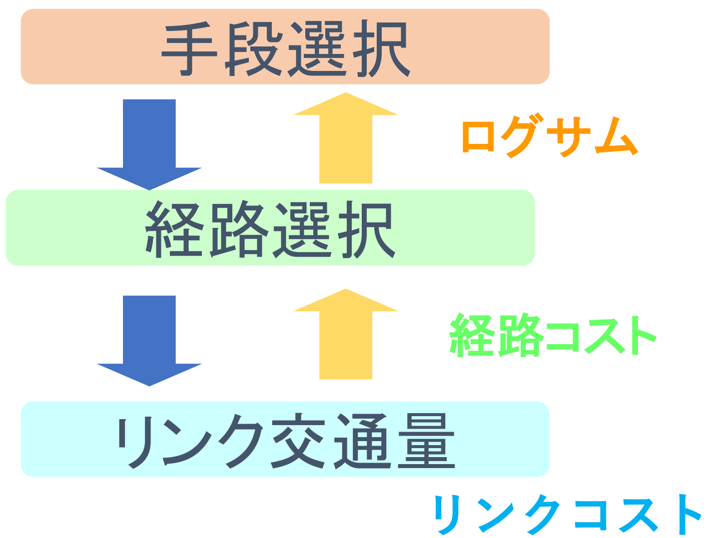


$$RH = \frac{1}{2}(q^{wo} + q^{w})(p^{wo} - p^{w})$$

手段選択・経路選択Nested Logitモデルの場合

階層型のログサムが消費者余剰指標→

$$S_{rs} = -\frac{1}{\eta}\ln\sum_{m}\exp[-\eta S_{rs}^{m}]$$



$$q_{m}^{rs} = \frac{\exp[-\eta S_{rs}^{m}]}{\sum_m \exp[-\eta S_{rs}^{m}]} q_{rs}$$

$$S_{rs}^{m} = -\frac{1}{\theta_m}\ln\sum_{k}\exp[-\theta_m c_{k,m}^{rs}]$$

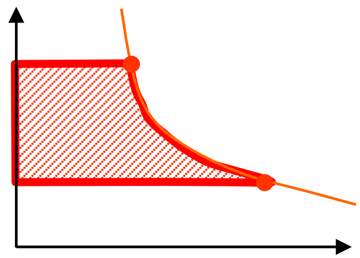
$$f_{m,k}^{rs} = \frac{\exp[-\theta_m c_{k,m}^{rs}]}{\sum_k \exp[-\theta_m c_{k,m}^{rs}]} q_{m}^{rs}$$

$$c_{km}^{rs} = \sum_{m,a} \delta_{a,k}^{m,rs} t_a^m$$

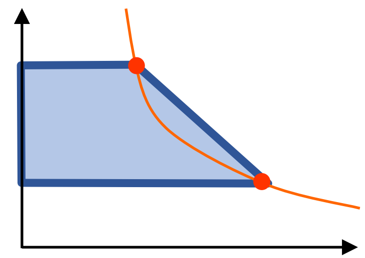
$$x_a^m = \sum_{rs,m,k} \delta_{a,k}^{m,rs} f_{m,k}^{rs}$$

$$UB \equiv \sum_{rs} \int_{S_{rs}^{w}}^{S_{rs}^{wo}} q_{rs} dS_{rs} = \sum_{rs} q_{rs}(S_{rs}^{wo} - S_{rs}^{w})$$

レベル別
便益指標



積分系



台形公式

$$UB \equiv \sum_{rs} \int_{S_{rs}^{w}}^{S_{rs}^{wo}} q_{rs} dS_{rs} = \sum_{rs} q_{rs}(S_{rs}^{wo} - S_{rs}^{w})$$

$$\|$$

手段選択

$$CS_{OD} \equiv -\sum_{r,s,m} \int_{S_{rs}^{m,wo}}^{S_{rs}^{m,w}} q_m^{rs} dS_{rs}^m \fallingdotseq RH_{OD} \equiv \frac{1}{2}\sum_{r,s,m}(q_m^{rs,w} + q_m^{rs,wo})(S_{rs}^{m,wo} - S_{rs}^{m,w})$$

$$\| \qquad \qquad \neq$$

ログサム

経路選択

$$CS_{PATH} \equiv -\sum_{r,s,m,k} \int_{c_{km}^{rs,wo}}^{c_{km}^{rs,w}} f_{m,k}^{rs} dc_{km}^{rs} \fallingdotseq RH_{PATH} \equiv \frac{1}{2}\sum_{r,s,m,k}(f_{m,k}^{rs,w} + f_{m,k}^{rs,wo})(c_{km}^{rs,wo} - c_{km}^{rs,w})$$

$$\| \qquad \qquad \|$$

経路コスト

リンク交通量

$$CS_{LINK} \equiv -\sum_{m,a} \int_{t_a^{m,wo}}^{t_a^{m,w}} x_a^m dt_a^m \fallingdotseq RH_{LINK} \equiv \frac{1}{2}\sum_{m,a}(x_a^{m,w} + x_a^{m,wo})(t_a^{m,wo} - t_a^{m,w})$$

- 積分系による指標は、どのレベルでも一致
- 台形公式による指標は一般には一致しない
- 一般的なモデルでも成立　(円山 2006)

- 台形公式による指標は下位レベルでは近似誤差が大きくなりうる

利用者便益＝総交通費用の変化？

$$UB_{OD} = \frac{1}{2}\sum_{rs}(q_{rs}^{w} + q_{rs}^{wo})(c_{rs}^{wo} - c_{rs}^{w})$$

$$TC = \sum_{a} t_a^{wo} x_a^{wo} - \sum_{a} t_a^{w} x_a^{w}$$

固定需要 かつ確定的均衡を仮定

$$q_{rs}^{w} = q_{rs}^{wo} \qquad f_{rs,k}^{wo}(c_{rs}^{wo} - c_{rs,k}^{wo}) = 0 \qquad f_{rs,k}^{w}(c_{rs}^{w} - c_{rs,k}^{w}) = 0$$

$$UB_{OD} - TC = \sum_{rs}\left(\sum_{k} f_{rs,k}^{wo}\right) c_{rs}^{wo} - \sum_{rs}\left(\sum_{k} f_{rs,k}^{w}\right) c_{rs,k}^{w} - \left[\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{wo} c_{rs,k}^{wo} - \sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{w} c_{rs,k}^{w}\right]$$

$$= \underbrace{\textstyle\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{wo}(c_{rs}^{wo} - c_{rs,k}^{wo})}_{=0} - \underbrace{\textstyle\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{w}\left(c_{rs}^{w} - c_{rs,k}^{w}\right)}_{=0} = 0$$

$$\therefore UB_{OD} = TC$$

(e.g. 円山 2006)

・固定需要型確定的利用者均衡という最も基本的な配分モデルでは
利用者便益は総費用の変化として計算できる
・高速転換率内生化モデルように確率的選択を考慮すると固定需要であっても
総交通費用の差は便益とみなせるとは限らない

まとめ

- 交通配分はOD/ネットワーク/リンクコスト関数を入力して、リンク交通量等を出力
- 等価最適化問題におきかえると効率的に解くことができる
    - 解の性質を考察でき、モデル間の比較、新しいモデルの開発にも有用
- 多様な経路選択モデル/多次元の選択行動モデルと統合
- きちんと定式化された便益指標は、どの需要レベルでも一致する

参考文献

- Oyama, Y., Hato, E., 2019. Prism-based path set restriction for solving Markovian traffic assignment problem. Transp. Res. Part B. 122, 528–546.
- Nakayama, S., Chikaraishi, M., 2015. Unified closed-form expression of Logit and Weibit and its extension to a transportation network equilibrium assignment. Transp. Res. Part B. 81, 672–685.
- Chikaraishi, M., Nakayama, S., 2016. Discrete choice models with q-product random utilities. Transp. Res. Part B. 93, 576–595.
- 原祐輔, 赤松隆, 2014. Network GEV型経路選択モデルを用いた確率的利用者均衡配分. 土木学会論文集D3, 70(5), I_611-I_620.
- 円山琢也, 2006. 交通需要のレベル別便益指標の一致性. 土木学会論文集 D 62, 460–473.
- 森地茂, 金本良嗣, 2008. 道路投資の便益評価. 東洋経済新報社.